

凝結核への雲粒の競合的成長による 湿潤気塊の平衡温度

EQUILIBRIUM TEMPERATURE OF MOIST AIR PARCEL DUE TO COMPETITIVE
GROWTH OF CLOUD DROPLET ON CLOUD CONDENSATION NUCLEI

芝 定孝¹・平田雄志²・八木俊策³
Sadataka SHIBA, Yushi HIRATA and Shunsaku YAGI

¹正会員 工博 大阪大学助手 大学院基礎工学研究科化学工学分野 (〒560-8531 豊中市待兼山町 1-3)

²工博 大阪大学教授 大学院基礎工学研究科化学工学分野 (〒560-8531 豊中市待兼山町 1-3)

³正会員 工博 摂南大学教授 工学部マネジメントシステム工学科 (〒572-8508 寝屋川市池田中町 17-8)

Taking account of the variation of the water vapor content and the temperature in the air parcel, a new model for the estimation of the cloud droplet size, the temperature and the saturation ratio has been developed by modifying traditional Köhler model for the equilibrium state. The modification of Köhler model is based on the mass and the heat conservation laws for the water (vapor and liquid) in the air parcel. Variations of size, temperature and saturation ratio with number density of CCN are simulated numerically. The results of simulations show that the temperature variation of the cloud droplet and air parcel is so small to change the values of physical properties but large enough to make the air parcel unstable (or convective) in the atmosphere.

Key Words: Cloud droplet, Competitive Condensation growth,, Equilibrium radius, Equilibrium saturation ratio, Equilibrium temperature, Mathematical model.

1. 緒論

大気中の湿潤気塊内で水蒸気が凝縮し水滴（雲粒）が生成すれば、気塊内では水蒸気の凝縮潜熱が発生する。この場合、気塊の熱輸送に関する力学的安定性という観点からは、外的要因（上昇流など）による気塊温度の低下に起因する雲粒生成と、気塊内の凝結核（CCN）に起因する雲粒生成とは、気塊の平衡温度と周囲大気温度との関係が異なる。

強制的に上昇させられた気塊自身の温度低下に起因する凝結（気塊内の過飽和度が大きくなる事による）の場合は、上昇後の新しい位置における気塊の温度は、気塊の湿潤の度合いに応じた気温減率により決まる（凝結による発生潜熱が多い程温度低下は

緩和される）。このとき気塊の温度が周囲の大気温度より高ければ、気塊の運動方向は上向きとなり、気塊は更に上昇するので静力学的に不安定化するし、周囲の大気温度より低ければ、気塊の運動方向は下向きとなり、気塊は元の位置に戻ろうとし、静力学的に安定化する。一方、定位置での凝結核上への水蒸気凝結（CCN を含む水滴側の蒸気圧が低下する事による）では、凝結の分だけ気塊の温度は周囲の大気温度より常に高くなる。その為、浮力で気塊は常に上昇しようとし、常に静力学的に不安定化する。

湿潤気塊内の水蒸気の凝結は気塊の温度上昇をもたらす、気塊の大気中における局所的な鉛直運動（小規模な擾乱）の要因となり得る。この際の鉛直運動は、不安定性を解消しようとするいわゆる熱対流で

あり、降水をもたらす局所的な積雲対流の原因と同種のものである。

この様に大気汚染と降水現象とは汚染物質である雲粒凝結核上への雲粒生成という現象を介して密接に結びついている。したがって、水循環を扱う水文学の研究と生態系由来の大気汚染物質の気象学的研究とは密接な関係がある。水文学における新たな、例えば、生態気象水文学 (eco-meteorohydrology) とでも言う様な分野の発展が必要であろう。レインアウトやウオッシュアウトによる大気汚染物質の降水中への移動に関連しては、大気中 (流れ場) における雲の生成と雨滴への成長とが重要な役割を演じる。Takahashi¹⁾の一次元非定常モデルによる雲と雨滴の成長に関する研究は、降雨強度のみならず雲粒や雨滴の塩分濃度の変化にも及び、汚染物質の大気降水間移動の問題への応用という面から地球環境問題を包含する水工学上きわめて注目すべき研究で、正に生態気象水文学の先駆けと言えよう。

降雨に関連して、雨滴や雲のレベルにまで踏み込んだ従来に見られない水循環における水量に関する新しいミクロな取り扱い (中川ら²⁾の雨滴径分布の高度依存性に関する研究や、大石ら³⁾の洪水制御に対流雲からの降雨に関する知識を利用する研究など) の出現と、大気降水間の汚染物質移動に関するミクロな取り扱い (松井ら⁴⁾の積雲の数値シミュレーションに水質を組み込んだ研究や、大石ら⁵⁾のビン法による降水粒径を考慮した雲物理過程を有する二次元雲解像モデルに化学過程を組み込み、酸性雨の数値シミュレーションをした研究など) の進展は、伝統的な水文学に、新たな生態気象水文学の分野が形成されつつある事を示すものと言えよう。

本研究では、この様な生態気象水文学の観点から、新たに熱エネルギー保存則を組み込んだモデルを作成し、気塊の温度変化に及ぼす大気汚染物質 (雲粒凝結核) の影響を雲粒成長の面から検討した。

2. 雲粒の成長と気塊の平衡温度

雲粒やそれを含む気塊の温度変化は水蒸気の凝結によって発生する潜熱によるが、潜熱の発生量は雲粒の大きさ (水蒸気の凝縮量) によって評価できる。したがって、まず雲粒の大きさを知る必要がある。

(1) 伝統的な雲粒半径評価モデルの欠陥

雲粒の大きさの評価には平衡半径 (成長停止) を与える Köhler モデル^{6,7)}が利用される。しかし、筆者等^{8,9)}は雲物理学における伝統的なこの Köhler モデルが実場面において雲粒の適切な平衡半径を与えない事を既に示した。そして、雲粒の競合的成長を考慮した雲粒平衡半径を求める数式モデルを新たに組み立て、平衡半径について若干の検討を加えた。伝統的な Köhler モデルの欠陥はその基本仮定に由来する。Köhler モデルは無限空間における単一雲粒の成長を対象とし、無限量の大気水蒸気存在と雲粒温度の不変性を仮定する。したがって、雲粒の凝結成長にともない、水蒸気が消費されても、大気の水蒸気圧は不変であり、温度も不変とする。しかし、実際の大気中の様に雲粒凝結核の個数が増加すると、多数の雲粒の競合的な成長となり水蒸気の消費量は無視できず、水蒸気圧一定という仮定の成立が困難な事は明らかである。また、凝結潜熱の発生も無視しえない。この他に、Köhler モデルは臨界飽和比より大きい飽和比では平衡半径が求められないと言う決定的な欠点をも有する。

(2) 新しいモデルの特徴

Köhler モデルは雲粒と大気のそれぞれのケミカルポテンシャルが平衡状態にあるという条件を基礎にしている。新しいモデルにはケミカルポテンシャルの平衡式のほかに、新たに、雲粒を含む空気塊に対する水分 (雲粒と水蒸気) の質量保存式と熱エネルギーの保存式を加えている。これらの保存式を加える事により、前述の欠陥を取り除き、複数の雲粒が競合的に成長する場合の雲粒の平衡半径の評価のみならず、雲粒を含む気塊の平衡温度や気塊の平衡飽和比を評価する事を可能としている。筆者らの以前のモデル⁹⁾は成長開始から平衡まで温度一定と仮定したが、本モデルでは温度変化を許容する。

(3) 新しいモデルの支配方程式

ケミカルポテンシャルの平衡式に水分質量の保存式と熱エネルギーの保存式を連立させた新しいモデルの雲粒の平衡半径 a_e 、大気水蒸気の平衡飽和比

S_e 、雲粒および大気の平衡温度 T_e に対する支配方程式は次の三つの式で与えられる。

$$\ln(S_e) = \frac{A_1}{a_e} - \frac{A_2}{a_e^3} \quad (1)$$

$$S_e = S_0(1 - A_3 a_e^3) A_4 \quad (2)$$

$$T_e = T_0 + \frac{[L_e + (C_{pv} - C_{pw})T_e]m_{we}}{C_{pw}m_{we} + C_{pv}m_{ve} + C_{pa}m_{ae}} \quad (3)$$

ただし、 m_{we} 、 m_{ve} 、 m_{ae} はそれぞれ、気塊内の水滴、水蒸気、空気の平衡時の各質量[g]である。また、上式中の各係数 A_x は次式で与えられる。

$$A_1 = \frac{2M_w\sigma}{R_3T_e\rho_{we}} \quad (4)$$

$$A_2 = \frac{3vm_sM_w}{4\pi M_s\rho_{we}} \quad (5)$$

$$A_3 = \frac{4\pi\rho_{we}R_1T_e}{3M_w e(T_0)} N \quad (6)$$

$$A_4 = \frac{n(T_0)e_{sat}(T_0)}{n(T_e)e_{sat}(T_e)} \approx \frac{e_{sat}(T_0)}{e_{sat}(T_e)} \quad (7)$$

ただし、 N は雲粒凝結核 (CCN) の大気 1cm^3 当たりの個数密度； σ は水の表面張力； R_1 、 R_3 はそれぞれ表-1 に示す気体定数； M_w 、 M_s はそれぞれ水、 $\text{CCN}[(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4]$ の分子量； m_s は CCN の質量； ρ_{we} は水の密度； v は CCN 解離時のファントフォッフ係数； $e(T_x)$ は大気水蒸気圧； $n(T_x)$ は水および空気の総モル数、である。物性値およびその単位は表-1 と表-2 に示す。 $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ 水溶液はほぼ完全に解離し、van't Hoff 係数は $v=3$ となる。また、雲粒凝結核の初期半径は $0.1\text{ }\mu\text{m}$ と仮定している。

表-1 0 °C における物性値 (1)

R_1	R_3	v	σ
82.0	8.31×10^7	3	75.67
atm $\text{cm}^3(\text{molK})$	erg/(molK)	-	dyn/cm

表-2 0 °C における物性値 (2)

ρ_w	ρ_s	M_w	M_s	e_{sat}	$T(0)$
1.001	1.769	18	132	6.108	273.15
g/cm ³	g/cm ³	g/mol	g/mol	mb	K

3. 数値シミュレーション

Köhler 曲線の臨界過飽和度（曲線の最大値に対応する過飽和度：過飽和度は飽和比から 1 を引いたも

のに等しい）は 5.94×10^{-4} で、これに対する臨界平衡半径は $1.35 \times 10^{-4}\text{ cm}$ となる。図式的には、雲粒の平衡半径は、式(1)の右边が表す Köhler 曲線と式(1)の左辺が表す過飽和曲線（過飽和度の雲粒平衡半径に対する関係を表し、式(2)に従って変化する）との交点として求められる。交点が複数個存在する場合は物理的に安定な最小の交点をとる。

(1) Köhler モデルと新しいモデルの比較

新しいモデルは雲粒凝結核が多数存在し、雲粒の成長が競合的に行われる場合を想定している。しかし、Köhler モデルが対象とする雲粒が一個の非競合的成長にも適用可能なので、両モデルの状況が同じである単一雲粒の成長の場合について、比較をする。

a) Köhler モデル

式(1)の飽和比に対して、変数 S_e の代わりに定数 S_0 として、単独で解けば Köhler モデルの場合に帰着する。飽和比は一定だから、過飽和曲線は水平な直線となる。この様子は図-1 に示す。山形の曲線が Köhler 曲線である。 S_0 が 1.0005 の場合、過飽和曲線は水平な細い破線で示される。交点は二つあるが、安定な小さい方の交点の x 座標が雲粒の平衡半径となる。しかし、 S_0 が 1.0007 の場合は、Köhler 曲線が過飽和曲線（水平な細い点線）とは交点を持たず、雲粒の平衡半径は求められない。

b) 新しいモデル

式(1)から(3)を連立して解く新しいモデルでは、Köhler 曲線は Köhler モデルと同一だが、過飽和曲線は式(2)から明らかなごとく図-1 の太い点線あるいは破線で示す右下がりの曲線となる。初期飽和比 S_0 が 1.0005 の場合は、Köhler 曲線と過飽和曲線とは三つの交点を有するが、このうち最小の x 座標が雲粒の安定な平衡半径となる。Köhler モデルの場合には交点が無く解が求められなかった初期飽和比 S_0 が 1.0007 の場合にも、新しいモデルでは交点を有し、雲粒の平衡半径が求められる。この場合、初期飽和比が高いので、平衡半径がかなり大きくなる事も理にかなっていると言えよう。

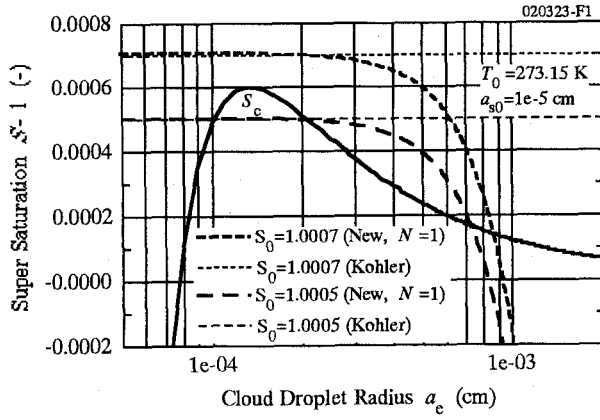


図-1 新しいモデルと Köhler モデルの比較

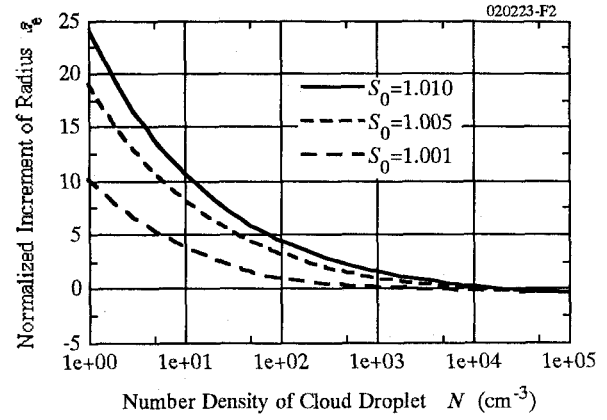


図-2 無次元平衡半径

(2) 凝結核個数密度が平衡値に及ぼす影響

雲粒の競合的成長（言い換えると、CCN の個数密度）が、雲粒の平衡半径 a_c 、雲粒および気塊の平衡温度 T_c 、気塊の平衡飽和比 S_c の各変数に及ぼす影響を調べる。その為に、各変数に対して次の様な無次元変数を導入し、各変数における平衡値の基準値（初期値）からの変化量を評価する。

$$\hat{a}_c = \frac{a_c - a_p}{a_p} \quad (8)$$

$$\hat{T}_c = \frac{T_c - T_0}{\Delta T_{as}} \quad (9)$$

$$\hat{S}_c = \frac{S_c - S_0}{S_0} \quad (10)$$

ただし、 a_p はポテンシャル半径と呼ばれる仮想的な半径である。Köhler モデルにおいて飽和比を $S_0 = 1$ とおいて求められる。CCN が一個の場合であり、定義が困難な雲粒半径の初期値に代わる基準値として採用する。また、 T_0 、 S_0 は、それぞれ、雲粒および気塊の初期温度、気塊の初期飽和比である。 ΔT_{as} は気塊の大気中での微小な鉛直変位に基づく次式で与えられる様な温度変化量である。

$$\Delta T_{as} = \Delta \Gamma_{as} \times 1 \text{ m} = 4.0 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \Delta \Gamma_{as} &= \Gamma_a - \Gamma_s \\ &\approx (9.8 - 5.8) \times 10^{-3} = 4.0 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C/m} \end{aligned} \quad (12)$$

Γ_a および Γ_s は、それぞれ、乾燥空気塊の大気中での上昇時の温度低下割合である乾燥断熱減率、水蒸

気で飽和した湿潤空気塊の上昇時の温度低下割合である飽和断熱減率を示す。したがって、式(12)の示すそれらの温度低下割合の差 $\Delta \Gamma_{as}$ は気塊内の飽和水蒸気の凝結による気塊の温度上昇率に相当する。ただし、標準大気の場合、すなわち、周囲大気の場合が 1000hPa、0°C の場合の値である。

ΔT_{as} は気塊が大気中を 1m 鉛直に微小変位した場合の気塊内の飽和水蒸気の凝縮による温度変化量である。この温度変化量は雲粒に関する物性値に対しては目立った変化を与える程の温度変化量ではない。したがって、CCN 起因あるいは微小高度変位起因の温度変化量がこの程度であれば、雲粒の平衡半径に及ぼす温度変化の影響は小さいと言える。すなわち、雲粒の平衡半径の評価のみを必要とするならば、熱エネルギーの保存則を考慮せず近似的に温度一定として求めても実用上は差し支えないと言えよう。しかし、式(11)の与える温度変化量は気塊の微小擾乱による温度変化量程度であり、緒論で述べた大気の静力学的な不安定性と言う観点からは、気塊を不安定化せしめ、熱対流を生ぜしめる程度のものである事は明らかである。この意味から式(9)の与える無次元平衡温度に注目したい。

a) 平衡半径

図-2 に無次元平衡半径 $\hat{a}_c$ と CCN の個数密度 N との関係を示す。初期飽和比 S_0 をパラメータとしてプロットしている。予想されるごとく、個数密度が大きくなる程、無次元平衡半径は小さくなっていく。これは雲粒のお互いの競合的成長の効果によるものであり、Köhler モデルでは評価し得ないもので

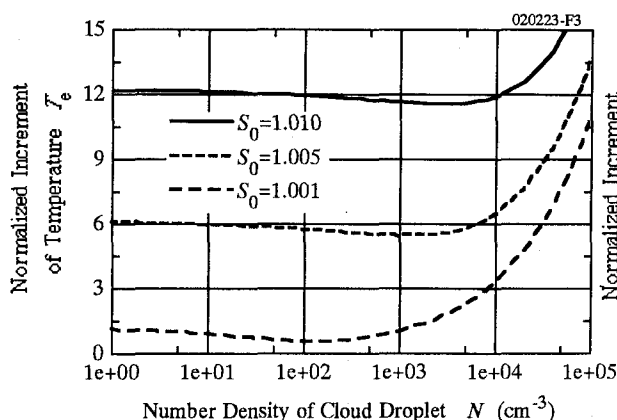


図-3 無次元平衡温度

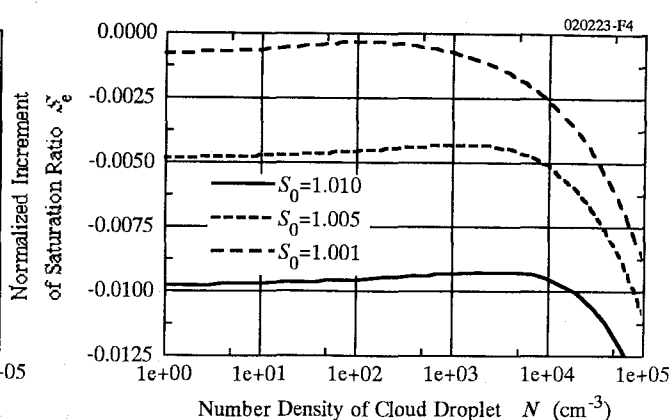


図-4 無次元平衡飽和比

ある。すでに述べた図-1 から明らかなごとく、Köhler モデルの言うところの臨界過飽和度 (5.94×10^{-4}) より低い飽和比 (約 1.0006) の範囲内では、単一の CCN の場合、Köhler モデルの結果と殆ど変わらないと言える。すなわち、図-2 の曲線と縦軸との切片の値は Köhler モデルで求めた雲粒平衡半径にほぼ等しい。したがって、図-2 から新しいモデルの与える平衡半径と Köhler モデルの与える平衡半径の違い (予測誤差) をある程度は評価し得る。

ほぼ $N = 1000$ 個/cm³ より小さい個数密度に対する領域では、個数密度の増加とともに無次元平衡半径は劇的に減少していく (成長量が小さくなる) 様子が見られる。一方、これより大きい個数密度の領域では CCN 個数密度の増加に対する雲粒半径の減少の仕方はそれほど大きくはない。これは、後述の気塊内の温度や水蒸気量の変化を示す図-3 や図-4 と対比すると、CCN の個数密度が増加する場合の水蒸気の消費のされ方の変化に起因するものと推論される。いずれにしても、雲粒の競合的成長に対しては、Köhler モデルによる雲粒平衡半径の予測誤差はかなり大きくなる事がこの図からうかがわれる。

更に、CCN 個数密度の雲粒平衡半径減少に対する影響の程度 (雲粒平衡半径減少の個数密度に対する sensitivity で、各曲線の勾配の大きさで評価できる) は、気塊内の大気水蒸気の初期飽和比が大きい程、また、特に CCN 個数密度の低い領域になる程、大きくなる事がわかる。

b) 平衡温度

無次元平衡温度 $\hat{T}_e$ と CCN の個数密度 N との関係

を図-3 示す。予想されるごとく、初期飽和比 S_0 が大きい程、無次元平衡温度は高くなっている。気塊内水蒸気の凝結潜熱による雲粒とそれを含む気塊の温度上昇は、 10^3 ℃程度のものであり、雲粒の平衡半径の変化量を支配する物性値に影響をおよぼす程のものではない。しかし、CCN の個数密度が大きくなると、大気中を上昇する気塊中の飽和水蒸気の断熱凝縮によりもたらされる温度変化量の ΔT_{as} よりも大きく、初期飽和比の値が大きくなれば、その十数倍にも達する大きな温度変化の生じる事が読み取れる。したがって、気象学的にみれば、大気の静力学的不安定性による熱対流の原因と成りうるものと考えられる。降水をもたらす対流雲生成の引き金となる可能性を秘めているとも言えよう。

図の曲線はいずれも無次元平衡温度に最小値を有する。この最小値に対応する個数密度の値は初期飽和比が大きい程大きくなっている。無次元平衡温度が減少する領域 (CCN 個数密度の低い側の領域) では、各曲線はやや右下がりであり、多数の雲粒の競合的成長にもかかわらず水蒸気凝縮による発熱量が全体として減少していく事を示している。これは、気塊内での雲粒一個当たりの水蒸気凝縮量がかかなり低下していく事を意味する。この様な水蒸気凝縮量の低下は、個々の雲粒サイズの急激な低下をもたらすので、図-2 に見られた CCN 個数密度の低い領域における雲粒平衡半径の急激な減少に良く対応している。また、CCN 個数密度の高い領域では、右上がりの曲線となっており水蒸気凝縮による発熱量が相等大きい事を示している。これは気塊内の水蒸気の消費量が相等大きい事を暗示している。実際、後述

の図-4 に示す平衡飽和比の CCN の個数密度に対する変化（急減）はこれに良く対応している。

c) 平衡飽和比

図-4 に無次元平衡飽和比 $\hat{S}_e$ と CCN の個数密度 N との関係を示す。図-3 で気塊内の水蒸気の凝結潜熱による温度の上昇が正である事より、気塊内の水蒸気が消費され、式(10)で定義される気塊の無次元飽和比は負となる事が予想される。実際、図-4 の結果は図-3 より予想されるとおりである。気塊の初期飽和比が大きい程、気塊内水蒸気の減少は大きくなっている。これらの曲線は図-3 の曲線とは逆にいずれも最大値を有する。雲粒とそれを含む気塊の温度上昇は気塊内水蒸気の凝結（水蒸気の消費）がもたらす潜熱の放出によるものであるから、図-3 の曲線と図-4 の曲線とは x 軸に関して対称の様な関係を示すのは当然の事とも言えよう。

ここで注目すべき事は、CCN の個数密度が低い領域では個数密度の増加とともに飽和比の減少が小さくなる事、すなわち、水蒸気の減少量が小さくなる事である。常識的には、個数密度が増加するにつれ気塊内の水蒸気の減少量は大きくなると期待されるが、個数増加に増して、個々の雲粒が小さくなり（図-2 の急激な雲粒半径の減少を参照）、全体として、水蒸気消費量が減少したものと考えられる。

4. 結論

飽和比および温度の変化を考慮したモデルによる数値計算の結果、次の結論を得た。

- (1) 気塊内水蒸気の初期飽和比が大きければ大きい程、雲粒の競合的成長による雲粒平衡半径の減少は、より顕著になる。
- (2) 雲粒凝結核個数密度に対する無次元平衡温度の上昇曲線は単調増加ではなく、個数密度の低い領域で減少し、最小値をとった後、個数密度の高い領域で増加に転じる。
- (3) 雲粒凝結核増加による気塊の温度上昇は、雲粒平衡半径に影響をおよぼす程度ではないが、飽和水蒸気を含む気塊の高度上昇による断熱上昇温度と比較するとかなり高く、大気熱対流の引き金となり得る事を予想せしめる。この結論の検証には、例えば、雲粒凝結核 (CCN)

による気塊への凝結潜熱の供給強化を考慮した新たな修正プラント・バイサラ振動数のごとき物理量を評価し、熱対流の生じる場合の従来の CCN を考慮しないプラント・バイサラ振動数と比較する方法も考えられる。

- (4) CCN の個数密度の増加に対する気塊内水蒸気の消費量（凝縮量）変化の様相は、温度上昇と雲粒半径減少とを組み合わせ推察される凝縮熱発生量変化の様相と良く対応する。

参考文献

- 1) Takahashi, T.: Warm Rain Giant Nuclei and Chemical Balance – A Numerical Model, *Journal of the Atmospheric Sciences*, Vol.33, pp.269-286, 1976.
- 2) 中川勝広、中北英一、佐藤 亨、池淵周一：降雨タイプに依存した雨滴粒径分布パラメータとその鉛直分布、*水工学論文集*, Vol. 41, pp. 141-146, 1997.
- 3) 大石 哲、池淵周一、小尻利治、舛田直樹：対流雲からの降雨に関する知識を有する人工知能による洪水制御支援手法の開発、*水工学論文集*, Vol.43, pp. 251-256, 1999.
- 4) 松井光弘、池淵周一、中北英一、大石 哲：雲物理モデルと結合させた酸性雨・酸性雪予測モデルの開発に関する研究、平成 11 年度土木学会関西支部学術講演会講演概要、pp.II2.1-II2.2, 1999.
- 5) 大石 哲、松井光弘、池淵周一：詳細な雲物理過程を含む酸性雨・酸性雪予測モデルの開発、*水工学論文集*, Vol.46, pp. 1-6, 2002.
- 6) Pruppacher, J. R. and Klett, J. D : *Microphysics of Clouds and Precipitation*, D. Reidel Publishing Co., The Netherlands, p. 414, p. 419, 1978.
- 7) 浅井富雄、武田喬男、木村竜治：大気科学講座 2、雲や降水を伴う大気、東京大学出版会、東京、p.79、1981.
- 8) Shiba, S., Hirata, Y. and Yagi, S.: Competitive growth of cloud droplets attended with consumption of ambient water vapour, *Proc. Of 12th-Annual Conference of the Aerosol Society*, pp.34-37, Bath, UK, June, 2001.
- 9) 芝 定孝、平田雄志、八木俊策：大気水蒸気の凝結による雲粒の競合的成長と雲粒の平衡半径、*水工学論文集*, Vol.46, pp. 7-12, 2002.

(2002. 9. 30受付)