

気液相・固気液相流動場の数値実験に関する研究

NUMERICAL EXPERIMENT OF GAS-LIQUID PHASE AND SOLID-GAS-LIQUID PHASE FLOWS

川崎浩司¹・中辻啓二²
Koji KAWASAKI and Keji NAKATSUJI

¹正会員 博(工) 大阪大学大学院助手 工学研究科土木工学専攻 (〒565-0871 吹田市山田丘2-1)

²正会員 工博 大阪大学大学院教授 工学研究科土木工学専攻 (〒565-0871 吹田市山田丘2-1)

Understanding the mechanism of air-water interaction is very important from the viewpoint of fluid dynamics in estuaries, lakes, and coastal sea areas. However, it is difficult to simulate the multi-phase flow for the incompressible and compressible fluids simultaneously because the physical properties of gas and liquid are quite different.

The purpose of the present study is to develop a numerical model of multi-phase flow with a CIP method and a generalized SMAC method. In order to validate the proposed numerical model, complicated hydraulic phenomena with not only gas-liquid interface but also solid-gas-liquid interface have been computed; for example, dam break problem, exchange flow with two different densities in the liquid phase, and collision problem between water and a solid body. It has been demonstrated from the calculation results that the numerical model can give stable results for both gas-liquid phase flow and solid-gas-liquid phase flow and reproduce the complicated hydraulic phenomena precisely.

Key Words : *gas-liquid phase flow, solid-gas-liquid phase flow, numerical experiment, generalized SMAC method, CIP method*

1. はじめに

汽水湖, 河口沿岸域, 閉鎖性海域など, 密度場が支配的な水域では, その内部流動に大きな影響を与える一要因として, 気圧変動や水表面に作用する風外力などが挙げられる。例えば, これらの支配要因が水域に作用することによって, 成層破壊, 内部波の発生, 青潮でみられる無(貧)酸素水塊の湧昇などの複雑な現象が生じる。したがって, 密度成層水域の流動・密度構造, さらに水質特性を把握・予測するには, 気圧や風などの外的要因が及ぼす影響について十分に検討する必要がある。

近年, 密度成層水域の内部構造を解明する手段として, 数値計算が活用されつつある。例えば, 道奥ら¹⁾は, $k-\epsilon$ 乱流モデルにより, 半閉鎖水域の風成密度流の水質交換特性を議論している。また, 尹²⁾は2次元非静水圧数値モデルによる数値計算を用いて, 吹送密度流の流動構造や密度界面の挙動特性, 水塊の混合現象について検討している。最近では, 赤堀ら³⁾が, 高精度スキームCIP法を駆

使した数値解析手法を用いて, 密度流の数値計算を実施している。しかしながら, 気象変動に伴う水面変動, 内部流動の応答, 水表面での乱れの発生を高精度に解析することができないなど, 気液界面の相互干渉の取り扱いには検討すべき課題が多く残されていると考えられる。一方, 空気(気相領域)と水(液相領域)の流動場を同時に解析できる計算手法^{4), 5)}が考案され, 水表面に作用する外力の影響を直接的に表現可能になってきた。しかしながら, 密度や粘性係数など流体の物性値の異なる相が同時に存在する場において, 一般に異相間の相互干渉を精度よく解析することは困難である。

本研究では, 気象変動に伴う密度成層水域の内部構造を究明するための数値解析手法として, 固相・気相・液相といった異なる相が同時に存在する流動場, つまり多相流動場に対して解析できる数値解法を構築することを目的としている。そして, 本数値解法の妥当性・有用性を検証するために, 水柱崩壊現象, 交換密度流, 水と構造物の衝突問題などの水理現象に適用するとともに, 諸現象の特性について検討する。

2. 多相流動場に対する数値解析法

(1) 基礎方程式

基礎方程式は、2次元圧縮性流体に対する質量保存式、Navier-Stokes方程式、圧力方程式、異相間の割合を示す密度関数の保存式、バロトロピー流体に対する状態方程式から構成される。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + F_x \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + F_z \quad (3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + w \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho C_s^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (4)$$

$$\frac{\partial \phi_I}{\partial t} + \frac{\partial(\phi_I u)}{\partial x} + \frac{\partial(\phi_I w)}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

$$\rho = f(p) \quad (6)$$

ここで、 ρ は流体密度、 u , w は x , z 方向の流速成分、 p は圧力、 F_x , F_z は x , z 方向の粘性項、重力項などの外力項、 C_s は局所音速、 t は時間を示す。また、 ϕ_I はセル内に I 相 ($I=1\sim 3$; ϕ_1 : 固相, ϕ_2 : 液相, ϕ_3 : 気相) が占める割合であり、 $\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 = 1$ ($0 \leq \phi_I \leq 1$) の関係を満たす。

(2) 計算アルゴリズム

次に示すように、式(1)~(5)を時間分離解法により移流項と非移流項に分割する。ここで、非圧縮・圧縮性流体解析C-CUP (CIP-Combined Unified Procedure) 法⁴⁾では、非移流項を解いた後、移流項の計算を行っている。しかし、移流項→非移流項の順序で計算した方が質量の保存性がよいといった報告⁹⁾があり、本解法では、移流項計算後、非移流項を解くことにした。また、非移流項に対しては、C-CUP法と異なり、非圧縮性流体解析SMAC (Simplified Marker And Cell) 法の利点をいかしながら圧縮性流体まで拡張・展開した手法により解析する。

【移流項 (Advection Term)】

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + w \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial \phi_I}{\partial t} + u \frac{\partial \phi_I}{\partial x} + w \frac{\partial \phi_I}{\partial z} = 0 \quad (11)$$

【非移流項 (Non-Advection Term)】

$$\frac{\rho^{n+1} - \rho^*}{\Delta t} = -\rho^* \left(\frac{\partial u^{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial w^{n+1}}{\partial z} \right) \quad (12)$$

$$\frac{u^{n+1} - u^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho^*} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x} + F_x^* \quad (13)$$

$$\frac{w^{n+1} - w^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho^*} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial z} + F_z^* \quad (14)$$

$$\frac{p^{n+1} - p^*}{\Delta t} = -\rho^* C_s^2 \left(\frac{\partial u^{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial w^{n+1}}{\partial z} \right) \quad (15)$$

$$\frac{\phi_I^{n+1} - \phi_I^*}{\Delta t} = -\phi_I^* \left(\frac{\partial u^{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial w^{n+1}}{\partial z} \right) \quad (16)$$

ここで、 Δt は時間ステップ間隔、 $n+1$ は時刻 $(n+1)\Delta t$ における物理量、 $*$ は移流項計算後の物理量を示す。

図-1に、本数値解法のフローチャートを示す。まず、初期・境界条件を設定した後、CIP (Cubic Interpolated Propagation) 法⁷⁾により移流項を計算する。ついで、非移流項の計算に関しては、後述するように、本研究で導出した拡張SMAC法を用いて次の時間ステップにおける物理量を算定した。なお、気液界面での表面張力の影響を、Brackbill et al.⁸⁾が考案したCSF (Continuum Surface Force) モデルにより評価した。また、陸田ら⁹⁾と同様、式(6)に示すバロトロピー流体の仮定の下で各相の音速を求め、密度関数を用いて各格子での局所音速 C_s を算定した。粘性係数に関しても密度関数を利用して求めた。

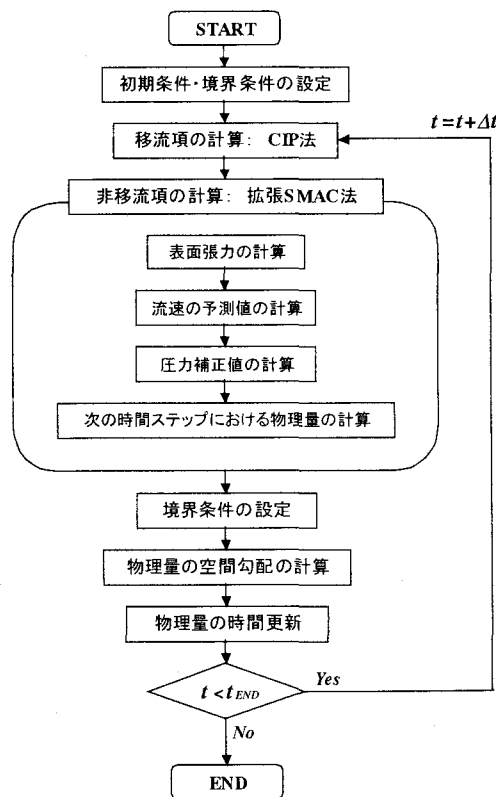


図-1 計算フローチャート

(3) 拡張SMAC法による非移流項の計算

式(12)～式(16)からわかるように、同式から次の時間ステップにおける物理量を陽的に求めることはできない。そこで、SMAC法と同様、運動方程式の離散化において、流速の予測値 $\tilde{u}$ 、 $\tilde{w}$ を導入する。

まず、式(17)、(18)に示すように、移流項計算後の物理量を用いて、流速の予測値 $\tilde{u}$ 、 $\tilde{w}$ を算定する。

$$\frac{\tilde{u} - u^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho^*} \frac{\partial p^*}{\partial x} + F_x^* \quad (17)$$

$$\frac{\tilde{w} - w^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho^*} \frac{\partial p^*}{\partial z} + F_z^* \quad (18)$$

式(13)、(14)から式(17)、(18)をそれぞれ引いた式と式(15)を用いて $(\partial u^{n+1}/\partial x + \partial w^{n+1}/\partial z)$ を消去することにより、式(19)に示す圧力補正值 δp に関するPoisson方程式を誘導することができる。

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho^*} \nabla \delta p \right) = \frac{\delta p}{\rho^* C_s^2 \Delta t^2} + \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} \right) \quad (19)$$

ここで、 $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial z)$ 、 $\delta p = p^{n+1} - p^*$ である。

式(19)から、局所音速 C_s が大きい場合、つまり流体の非圧縮性が仮定される場合には、右辺第一項は他項に比べて微小となるため自動的に無視される。このことは、本数値解法が圧縮性流体場を対象とした手法でありながら、局所音速を利用することにより、非圧縮性流体も同時に解くことができることを示す。

最後に、連立一次方程式(19)から算定された δp を使って、次の時間ステップにおける物理量を下式より求める。

$$u^{n+1} = \tilde{u} - \frac{\Delta t}{\rho^*} \frac{\partial \delta p}{\partial x} \quad (20)$$

$$w^{n+1} = \tilde{w} - \frac{\Delta t}{\rho^*} \frac{\partial \delta p}{\partial z} \quad (21)$$

$$p^{n+1} = p^* + \delta p \quad (22)$$

$$\rho^{n+1} = \rho^* - \rho^* \left(\frac{\partial u^{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial w^{n+1}}{\partial z} \right) \Delta t \quad (23)$$

$$\phi_I^{n+1} = \phi_I^* - \phi_I^* \left(\frac{\partial u^{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial w^{n+1}}{\partial z} \right) \Delta t \quad (24)$$

(4) 固相領域の計算方法⁹⁾

固相群は剛体であるという仮定の下で、次に述べる計算アルゴリズムにより、剛体の運動解析を行う。

まず、固相を高密度・高粘性流体と考え、全相に対して上述した流動解析を行う。しかし、この時点では剛体を構成する固相間の相対的位置にずれが生じている。そこで、固相に作用する圧力を用いて物体重心における移動速度と角速度を求め、それらの運動量を保持するように固相に対してのみ相対的位置を修正する。

3. 多相流動場への数値解析法の適用

(1) 表面張力作用下でのエタノール形状変化

本数値解析法において、表面張力を模擬するCSFモデルが精度よく機能しているかどうかを確認するために、Brackbill et al.が行ったVOF (Volume Of Fluid) 法による数値計算⁸⁾と同様の条件下で数値シミュレーションを実施した。計算条件は次のとおりである。x, z方向のメッシュサイズを $\Delta x = \Delta z = 0.0025\text{m}$ と一定にし、エタノールと空気の密度をそれぞれ 797.88kg/m^3 、 1.25kg/m^3 、表面張力係数を $2.361 \times 10^{-2}\text{N/m}$ とした。また、表面張力が支配的な場となるように無重力場 ($g=0\text{m/s}^2$) を想定し、エタノールの初期形状を $0.035\text{m} \times 0.035\text{m}$ の矩形とした。

図-2はエタノール形状の時間変化を示したものである。ここで、液相に関する密度関数 ϕ_2 が $\phi_2=0.5$ となる地点を気液界面と定義した。計算開始直後、大きな曲率をもつ隅角部に大きな表面張力が働き、気液界面が変形し始める。その後、エタノール塊は大きく変化しながら振動し、最終的には力学的平衡状態である円形に収束していく。この一連の計算結果はBrackbill et al.による計算結果⁸⁾と一致しており、VOF法と異なる自由水面追跡法に対してもCSFモデルは高精度に機能することがわかった。

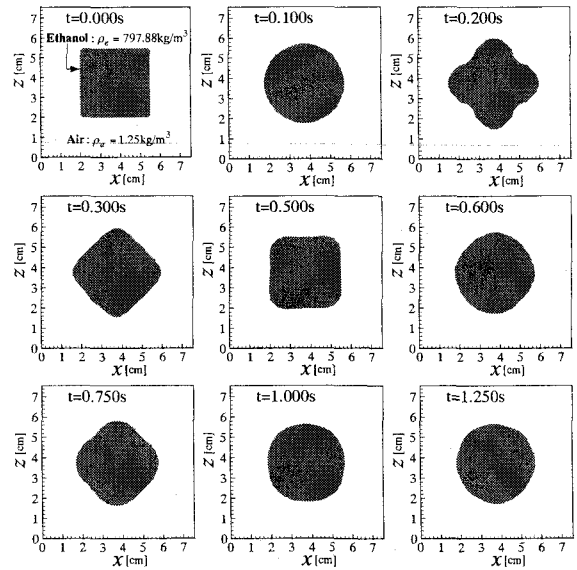


図-2 エタノール形状の時間変化

(2) 水柱崩壊問題

移動境界流れの検証問題の一つである水柱崩壊現象を取り上げ、本手法の妥当性を検討する。

図-3に水柱崩壊に伴う気液界面 ($\phi_2=0.5$) と流動場を示す。同図に示すとおり、計算領域を $7.5\text{m} \times 5.0\text{m}$ とし、初期状態での水柱の幅 L 、高さ H を 1.5m 、 3.0m と設定した。また、x, z方向の格子サイズを $\Delta x = \Delta z = 0.05\text{m}$ 、時間ステップ間隔 Δt を 0.0001s と一定にした。密度、粘性係

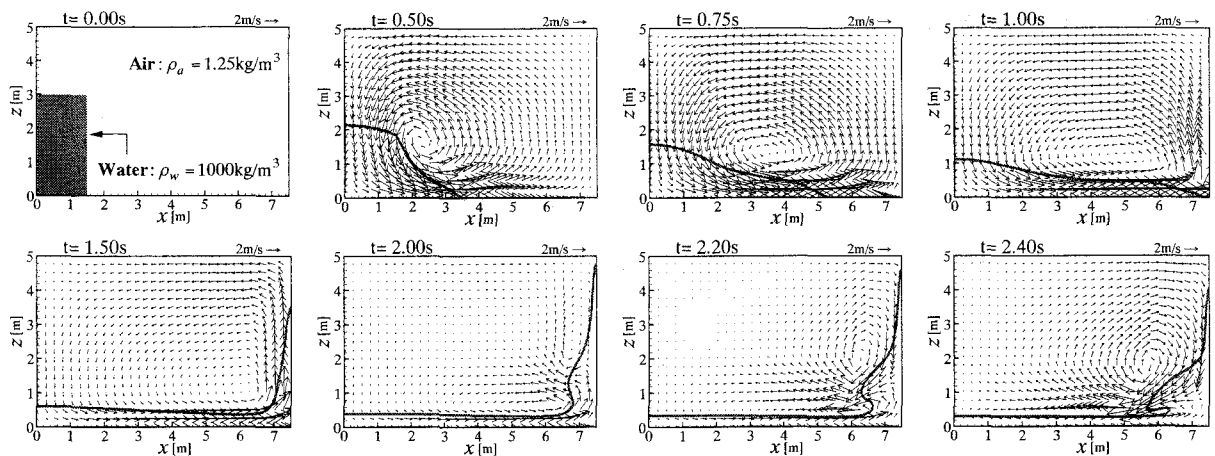


図-3 水柱崩壊シミュレーション結果

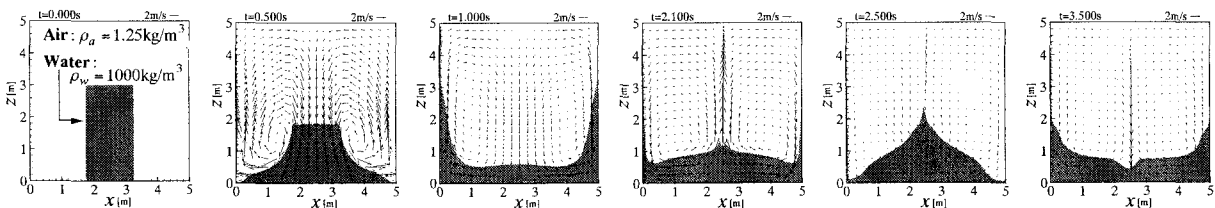


図-4 計算領域中央に設置された水柱の崩壊シミュレーション結果

表-1 各物性値の設定

物性	値
水の密度	1000 [kg/m ³]
空気の密度	1.25 [kg/m ³]
水の粘性係数	1.0×10^{-3} [Pa·s]
空気の粘性係数	1.8×10^{-5} [Pa·s]
表面張力係数	7.2×10^{-2} [N/m]
重力加速度	9.80665 [m/s ²]
大気圧	1013 [hPa]

数、表面張力係数などの物性値は表-1に示すとおりである。なお、壁面境界条件はslip条件である。

図-3から、自重によって崩壊する水塊の流動に伴い、気液相全体で大きな反時計回りの循環流が発生している。このことは液相部の流体運動が気相領域に大きな影響を及ぼしていることを示す。t=1.0s以後では、液相先端が右壁に衝突し、遡上していく。その後、重力の影響により下向きに移動し始める。しかし、右壁下部では鉛直上向き流速が存在するため、z=1.2m付近で水平方向流速を誘発し、水塊が膨らみを帯びてくる。そして、時計回りの循環流を形成しながら、水塊は碎破していく。

図-4は、水柱を計算領域の中央に配置した場合で、液相の形状変化と流速ベクトルを同時に図示したものである。計算条件は上述した条件と同じである。同図より、水柱は自重の影響により両側に崩れるとともに、気相領域においては大きな循環流が2つ発生している。そして、液相フロントが両壁面に衝突・遡上する。その後、水塊

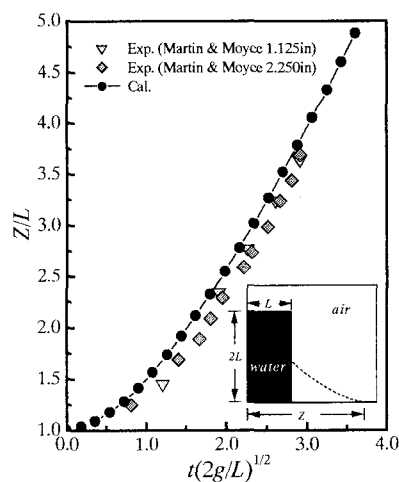


図-5 液相先端の経時変化

は重力の影響を受けて下降するとともに、計算領域の中央で衝突する。このとき、鉛直上向きに大きな流速が発生している。また、全計算時間を通して左右対称な計算結果が得られている。

本数値解析法の有用性・妥当性を、既往の実験結果との比較より検証する。図-5は水柱崩壊する液相先端の経時変化の計算結果と実験結果¹⁰⁾を示す。ここで、液相先端は液相の密度関数 $\phi_2=0.5$ と定義した。同図から、実験値より若干大きいものの、数値計算は水理実験を良好に再現しており、本手法の妥当性が確認できる。このことから、本数値解析法は流体の物性値が全く異なる界面の挙動を精度よく捉えていることが理解できる。

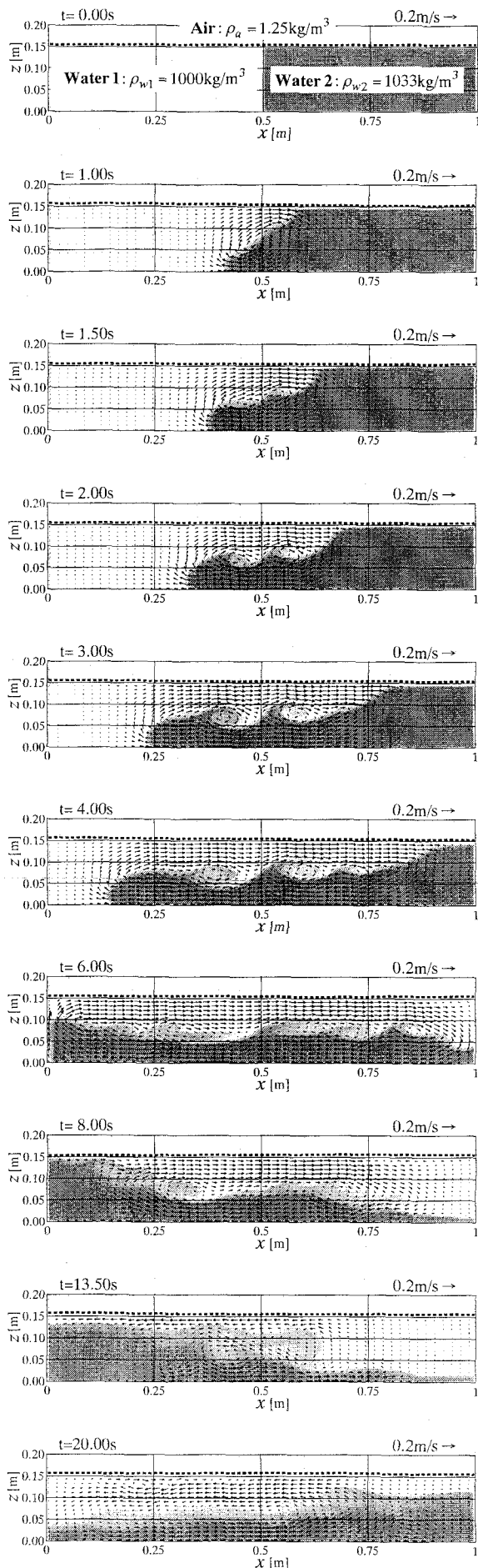


図-6 交換密度流シミュレーション結果

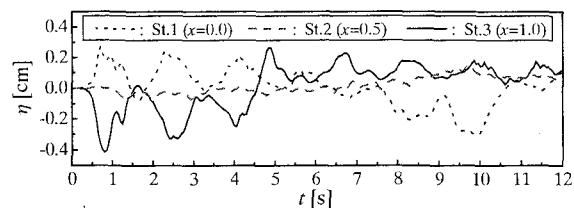


図-7 水位の時系列変化

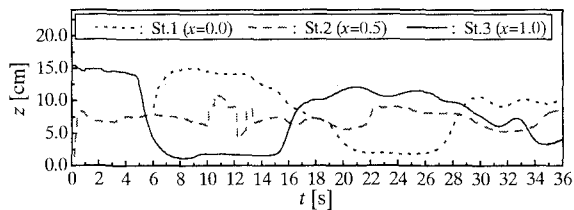


図-8 密度界面の時系列変化

(3) 交換密度流問題

本節では、液相領域に密度の異なる流体が存在する場合、つまり密度流現象に対して本手法を適用し、その妥当性を検証する。図-6は、交換密度流の計算結果で、液相領域における密度分布と流速場の時間変化を示す。なお、赤堀ら³⁾の水利実験を参考に、計算条件を設定した。計算領域を $1.0\text{m} \times 0.20\text{m}$ 、 x 、 z 方向の格子サイズを $\Delta x = 0.01\text{m}$ 、 $\Delta z = 0.005\text{m}$ とした。各相の初期密度分布は、 $t = 0.00\text{s}$ の図面に示すとおりで、初期水深は $h_0 = 0.155\text{m}$ である。図中の点線は気液界面（自由水面）を表す。

図-6から、密度差に伴う圧力水平勾配によって、重い水塊は軽い水塊の底部へと侵入していく。 $t = 1.00\text{s}$ では、大きな循環流が密度界面付近で発生している。これは図-3に示す水柱崩壊シミュレーション結果と同様な傾向である。しかし、この場合、空気と水の密度差に比べて、2つの液体の密度差が 33kg/m^3 と極めて小さい。そのため、 $t = 1.50\text{s}$ でみられるように、密度界面が不安定になり、螺旋状の波形と局所的な循環渦が形成される。これは Kelvin-Helmholtz 不安定の特徴によく似ている。そして、 $t = 2.00 \sim 4.00\text{s}$ に示すように、この連行渦は発達していく。その後、連行渦は崩壊し、重い水塊は混合を伴いながら閉水槽内をゆっくり振動し始める。この結果は赤堀ら³⁾が行った水利実験と水位変化を無視した数値計算の両結果と一致していた。図-7は各地点での水表面の時系列変化を示す。密度フロントの進入に伴い、St.1、St.3での水位は周期的に変動している。その周期 T_s は 1.6s であり、表面静振の理論周期 1.62s とほぼ同じである。一方、図-8をみると、水表面の変動量に比べて、密度界面が大きく振動している。その周期は $T_i = 20\text{s}$ 程度であり、上下層水深をそれぞれ全水深の半分とした場合の内部静振の理論周期 18s とほぼ等しい。このように、液体流動と気体流動では時間スケールが大きく異なることがわかる。以上より、本数値解法は、気液相のみならず、各相内に異なる密度を有する流動場に対しても有効であるといえる。

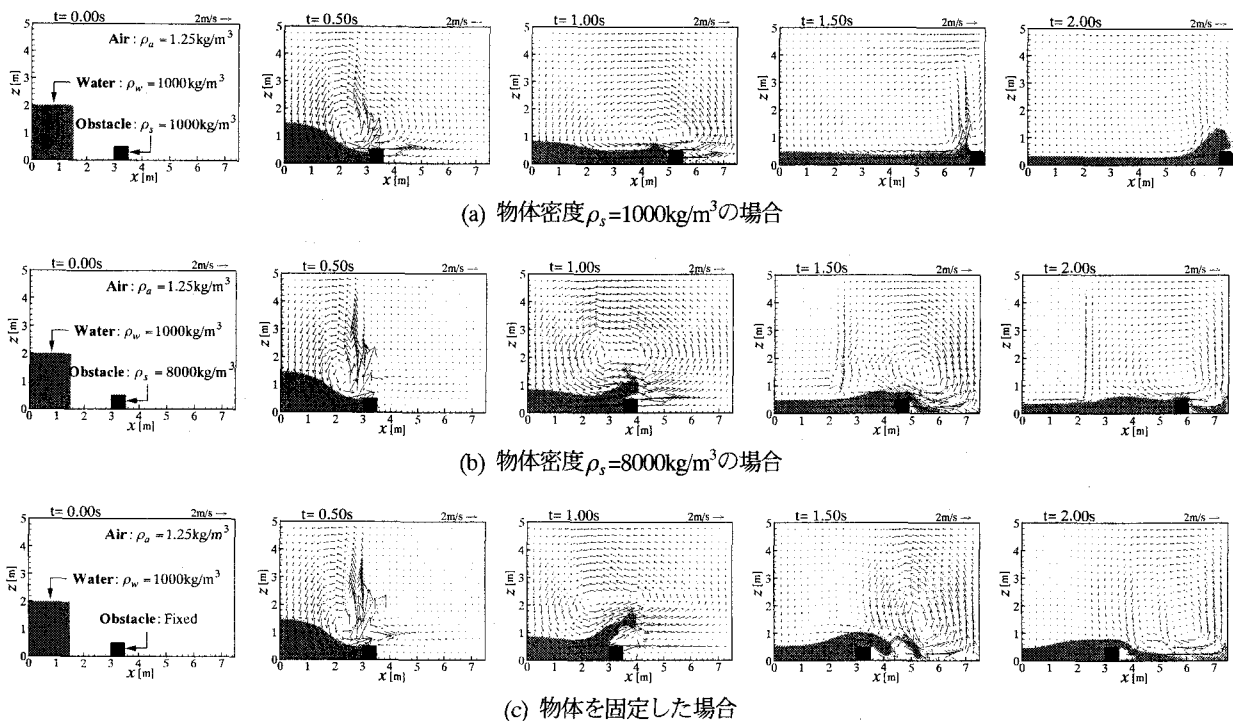


図-9 水と物体の衝突シミュレーション結果

(4) 水と物体の衝突問題

図-9は水と物体の衝突問題の計算例である。なお、水柱の高さを $H=2.0\text{m}$ とし、それ以外の計算条件は(2)節で前述した条件と同じである。図-9(a)から、崩壊した水塊が物体に衝突することにより、物体は右方へ動く。そして、物体が右壁に衝突した後、流出水が物体上に乗り上げていく。一方、図-9(b)をみると、物体密度が大きい場合、物体の移動速度は自重の影響により図-9(a)に比べて遅くなっている。また、物体を固定した場合を示す図-9(c)より、水塊は物体に激しく衝突し、物体を乗り越えながら水塊が分裂し、碎波していく様子が認められる。このように、本数値解法は、固相、液相、気相といった異相間の相互干渉を計算することができ、多相流動場の物理現象の解明に有用な手法であるといえる。

4. おわりに

本研究では、気液相流動場のみならず固気液相流動場に対する数値解法を構築し、その有用性を検討した。その結果、本手法は各異相界面の挙動および各相の流動場を高精度に解析できるツールといえる。今後、乱流モデルの取り込み、3次元への拡張など数値モデルを改良するとともに、気象変動に伴う密度成層水域や碎波現象に適用し、その内部構造を明らかにしていきたい。

謝辞：本研究の一部は日本学術振興会科学研究費補助金（基盤研究(B)(1)：代表 岩田好一郎、奨励研究(A)：代表 川崎浩司）による成果であることを付記する。

参考文献

- 1) 道奥康治, 辻本剛三, 宮本仁志：半閉鎖水域における風成密度流の水質交換特性, 水工学論文集, 第39巻, pp.805-810, 1995.
- 2) 尹 鍾星：成層水域における貧酸素水塊の湧昇現象に関する水理学的研究, 大阪大学学位論文, 163p, 1994.
- 3) 赤堀良介, 清水康行, 中山卓：鉛直方向に密度境界面を持つ流体の混合に関する数値計算, 水工学論文集, 第43巻, pp.521-526, 1999.
- 4) Yabe, T. and P.-Y. Wang : Unified numerical procedure for compressible and incompressible fluid, J. Physical Society of Japan, Vol.60, No.7, pp.2105-2108, 1991.
- 5) 陸田秀実, 河合ひろみ, 安田孝志：C-CUP法による気液界面の直接数値計算, 海岸工学論文集, 第45巻, pp.55-59, 1998.
- 6) Yabe, T. : Unified solver CIP for solid, liquid and gas, Computational Fluid Dynamics Review, 1997.
- 7) Yabe, T., and Aoki, T. : A universal solver for hyperbolic equations by cubic-polynomial interpolation, Comput. Phys. Commun., Vol.66, pp.219-232, 1991.
- 8) Brackbill, J.U., Kothe, D.B. and Zemach, C. : A continuum method for modeling surface tension, J. Computational Physics, Vol.100, pp.335-354, 1992.
- 9) Xiao, F., Yabe, T., Ito, T. and Tajima, M. : An algorithm for simulating solid objects suspended in stratified flow, Comput. Phys. Commun., Vol.102, pp.147-160, 1997.
- 10) Martin, J. C., and Moyce, W. J. : An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane, Philos. Trans. Roy. Soc. London Ser.A, Vol.244, pp.312-324, 1952.

(2001. 10. 1受付)