

$k - \varepsilon$ 乱流モデルによる保存性傾斜サーマルの数値解析

NUMERICAL ANALYSIS OF CONSERVATIVE INCLINED THERMALS

USING $k - \varepsilon$ TURBULENCE MODEL

衛藤俊彦¹・福嶋祐介²

Toshihiko ETO and Yusuke FUKUSHIMA

¹ 学生会員 工修 長岡技術科学大学大学院 工学研究科後期博士課程 (〒940-2188 長岡市上富岡町 1603-1)² 正会員 工博 長岡技術科学大学教授 工学部環境・建設系 (〒940-2188 長岡市上富岡町 1603-1)

The numerical analysis of conservative inclined thermals using the $k - \varepsilon$ turbulence model is carried out. The basic differential equations are discretized by the SIMPLE method. The standard values of the constants in the $k - \varepsilon$ turbulence model are used. The variations of the travel speed, the maximum height and the maximum concentration of a thermal are obtained from numerical solutions. The agreement of numerical results and experimental ones for the travel speed and the maximum height is generally well. The maximum concentration in a thermal normalized by the initial concentration shows a similar variation in the travel direction. The contours of salinity concentration and velocity vectors of an inclined thermal for three cases are also obtained and show the flow mechanism in a inclined thermal clearly.

Key Words : numerical analysis, SIMPLE method, $k - \varepsilon$ turbulence model, inclined thermals, density front, concentration contours, velocity vectors

1. はじめに

周囲流体より密度の大きい流体が、斜面上を壁面に沿って流下する現象を傾斜壁面密度流と呼ぶ。さらに上流から流体の供給がある傾斜壁面ブルーム（以下では傾斜ブルームと呼ぶ）と、供給のない傾斜壁面サーマル（以下では傾斜サーマルと呼ぶ）とに分類される。また、密度差の原因となる物質が塩分や温度差のように保存性物質の場合と沈降性の濁質粒子の場合などの非保存性物質の場合に分類される。保存性の傾斜ブルームは、河口からの海水の流入する場合などに見られ、海底や大規模な湖沼で発生する泥水流などは非保存性の傾斜ブルームの代表例である。また、煙型雪崩や火砕流などは、非保存性の傾斜サーマルの代表例である。このように傾斜ブルームや傾斜サーマルは、自然現象とも密接に関わっており、自然災害などを解決するためにも、傾斜密度流、特にフロントを伴う密度流の基礎的特性を明らかにするためにも、これらの流れの流動機構を解明することは極めて重要である。

傾斜サーマルの模式図を図1に示す。傾斜サーマルは上端部より流入した流体が全体として、非定常なフロント部を形成しながら流下する。このフロント部は大規模な渦運動を伴い複雑な流動機構を示す。したがって、傾斜サーマルの解析には、フロントの流動特性と

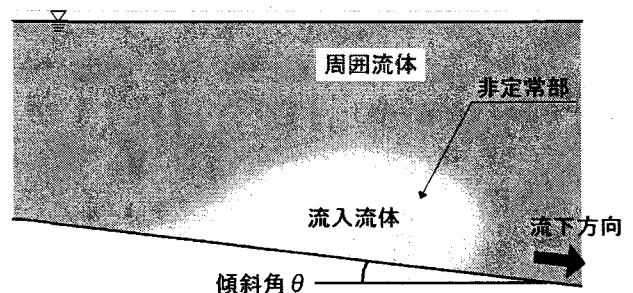


図1: 傾斜サーマルの模式図

大規模な渦運動を伴う流体の乱流構造を考慮したモデルを用いる必要がある。本研究では、傾斜サーマルのうち、基礎的な流れである保存性物質によるものを取り扱うこととする。

傾斜サーマルに対する従来の研究は、以下のようにある。Beghin et al.¹⁾は保存性傾斜サーマルに対して、Escudier and Maxworthy²⁾の鉛直サーマルモデルを修正し、界面での連行係数に適切な値を与えることにより、自らの実験結果をよく説明すると述べた。福嶋³⁾は、傾斜サーマルモデルに底面と境界面での摩擦抵抗の項を加え、積雪層からの雪粒子の連行を考慮して非保存性サーマルである煙型雪崩のシミュレーションモ

デルを提案した。福嶋ら⁴⁾は塩水による傾斜サーマルの室内実験を行い、連行係数をパラメータとして、最大厚さ、流下速度の流下方向変化に対する効果を調べた。これらのモデルはサーマルフロントの運動を一次元非定常モデルとして取り扱っており、容易に数値計算が可能であるという長所をもつが、モデル中に連行係数や抗力係数など、モデル化に伴う幾つかの係数を適切に定める必要がある。秋山ら⁵⁾、福嶋ら^{6),7)}はモデル係数について実験結果を基に検討しているが、例えば保存性の傾斜サーマルであってもその値には幅があり、合理的な値を定めることに困難を伴うことを明らかにした。一方、実験を精度よく行うことは難しく、実験以外の方法でモデルの検証を行う必要があると考えられる。

一方、最近の数値解析技術の向上により、流体力学の基礎方程式をもとに数値計算を行うことも一般的になってきた。玉井と村岡⁸⁾、秋山ら⁹⁾は、それぞれ、2相流体乱流モデル、拡散方程式を用いた LES により、鉛直の固体粒子浮遊サーマルの非定常流動シミュレーションを行っている。著者の一人¹⁰⁾は、定常な傾斜ブルームの流速と濃度分布の相似解を $k-\varepsilon$ 乱流モデルにより数値的に求めている。また、近年、福嶋ら¹¹⁾、衛藤と福嶋¹²⁾は密度流と類似の固気二相流と固液二相流に対し、 $k-\varepsilon$ 乱流モデルを適用し、流速分布と濃度分布に対して良好な数値解を得ている。

このほか、密度流一般でも数値解析は広く行われている。道奥ら¹³⁾による $k-\varepsilon$ モデルによる2次元貯水池密度流の数値計算、中山と佐藤¹⁴⁾による水平上のブルームの3次元 LES モデルによる解析、梅田ら¹⁵⁾による現地貯水池を対象とした3次元 $k-\varepsilon$ モデルによる数値シミュレーション、赤堀と清水¹⁶⁾による適合座標系を用いた3次元乱流モデルによる解析などがある。

本研究は保存性の傾斜サーマルに対して乱流モデルを適用し数値計算を行ったものである。現在、数多くの乱流モデルが提案されているが、モデル構成が単純でなおかつ密度成層の効果を表現できる $k-\varepsilon$ 乱流モデルを用いることとした。この計算では、傾斜サーマルに対する非定常一次元モデルのように、流れの型に固有のパラメータを含まない。すなわち、モデルの係数に標準値を用いて数値解析を行うことで、傾斜サーマルの流動特性をどの程度表現できるかを検討した。数値計算の結果より、傾斜サーマルの流下速度、最大厚さの流下方向変化を求め、過去の水理実験の結果と比較した。フロント内の最大塩分濃度の流下方向変化も求めた。また、サーマルのフロント内の流動機構を解明するため、等濃度線（コンター）とフロントの内、外部の流速ベクトルを求めた。

表 1: 数値計算に用いた数値定数

物理量	$k-\varepsilon$ 乱流モデル定数						
$D(\text{cm}^2/\text{s})$	c_μ	σ_k	σ_ε	$C_{1\varepsilon}$	$C_{2\varepsilon}$	$C_{3\varepsilon}$	σ_t
0.01	0.09	1.0	1.3	1.44	1.92	1.0	0.8

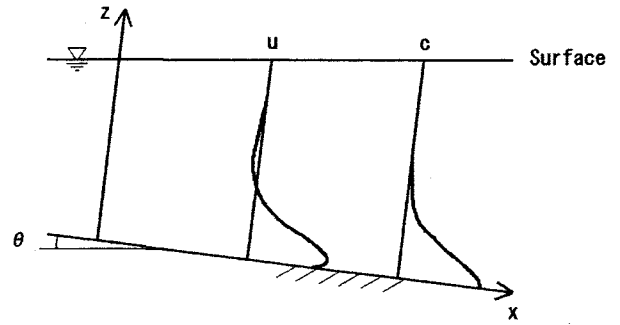


図 2: 傾斜サーマルと計算に用いた座標系

2. 保存性傾斜サーマルの解析モデル

(1) 基礎方程式

保存性の傾斜サーマルの流動を解析するため、図 2 に示すような座標系における流れを考える。傾斜サーマルは一定の傾斜角 θ をもつ二次元の斜面上に、一様な密度 ρ_w をもつ淡水が満たされ、その中に平均濃度 c 、密度 ρ の塩水が置かれることによって発生するものとする。流れは、本質的に非定常で、十分に発達した乱流であるものとする。塩分によって生じる密度差を $\Delta\rho$ と表し、塩分の輸送は乱流拡散方程式で記述できると考える。渦動粘性係数、渦拡散係数は場所ごとに変化するが、等方的であるとする。時間を t で表す u , w を x 方向と z 方向の平均流速成分、 u' , w' をその変動成分、 c' を濃度の変動成分、 p を平均圧力、乱れ運動エネルギーを k 、分子粘性消散率を ε 、重力加速度を g で表す。このとき、質量保存式、流下方向と斜面と直交方向のレイノルズ方程式、塩分の輸送方程式、乱れ運動エネルギー k の方程式、分子粘性消散率 ε の方程式は次のように表される。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho g \sin \theta - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(2\rho \nu_t \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \rho \nu_t \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right\} \quad (2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\rho g \cos \theta - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \nu_t \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \rho \nu_t \left(\frac{\partial w}{\partial x} + 2 \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} \quad (3)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + w \frac{\partial c}{\partial z} = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial z} \right) \quad (4)$$

表 2: 実験条件

Run No.	塩水濃度 $c_0(\%)$	塩水温度 $t_s(^{\circ}\text{C})$	塩水密度 $\rho_s(\text{g}/\text{cm}^3)$	淡水温度 $t_w(^{\circ}\text{C})$	淡水密度 $\rho_w(\text{g}/\text{cm}^3)$	相対密度 $\Delta\rho/\rho_w$
Run 1	1	9.0	1.007110	9.0	0.999809	0.007302
Run 2	3	9.5	1.021877	9.5	0.999770	0.022112
Run 3	5	10.5	1.036502	10.5	0.999682	0.036832

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u \frac{\partial k}{\partial x} + w \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + Rg \cos \theta \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial z} - \varepsilon \quad (5)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + w \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) + c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \left\{ \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + (1 - c_{3\varepsilon}) Rg \cos \theta \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial z} \right\} - c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (6)$$

ν_t は渦動粘性係数であり、 k と ε を用いて、次のように表す。

$$\nu_t = c_\mu k^2 / \varepsilon \quad (7)$$

ここで、 μ は水の粘性係数、 D は塩分の分子拡散係数である。また、 $\sigma_t, \sigma_k, \sigma_\varepsilon, c_\mu, c_{1\varepsilon}, c_{2\varepsilon}, c_{3\varepsilon}$ は k - ε 乱流モデルの数値定数である。 $Rc = (\rho - \rho_w) / \rho_w$ は淡水中での流入塩水の相対密度差 (R は定数) である。数値計算に用いた数値定数の値を表 1 にまとめて示す。ここで、 ρ_s は塩水の初期密度である。

偏微分方程式の離散化には Patankar¹⁷⁾ が提案している SIMPLE 法を用いた。これは移流拡散流束に対する独自の離散化手法を用い、スタッガード格子を導入し、さらに圧力方程式を解くものである。

(2) 境界条件

(a) 底面境界条件

斜面上の固定壁面では、壁関数法を用いた。したがって、流速分布は次のように対数則を用いて次のように表される。ただし、壁面は滑面であるとしている。壁面から z_0 だけ離れた点を $z = z_0$ とするとき、

$$\text{底面 } z = z_0 \text{ で } \frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{u_* z_0}{\nu} + A_s \quad (8)$$

ここで、 u_* は摩擦速度、 κ はカルマン定数、 ν は動粘性係数 ($= \mu / \rho$)、 $A_s = 5.5$ である。境界近傍の 2 点でこの式 (8) が成り立つものとして、 u_* をニュートン法による繰り返し計算で求め、境界近傍での u を算出した。壁関数法では、 w, k, ε は次のように与えられる。

$$w = 0; \quad k = \frac{u_*^2}{\sqrt{c_\mu}}; \quad \varepsilon = \frac{u_*^3}{\kappa z_0} \quad (9)$$

塩分フラックスは固定面上で零となるので濃度 c に対しては次の境界条件が成り立つ。

$$\partial c / \partial z = 0 \quad (10)$$

(b) 上部境界条件

上部境界 $z = H(x)$ は水面 (自由水面) である。流速に対しては水面が流線であること、水面でせん断応力が零になることの 2 つの条件を与えた。乱れ運動エネルギー k と分子粘性消散率 ε は水面との直交方向の勾配が零になるものとした。

(c) 上流端境界条件

上流端は固定壁面であるとし、底面の境界条件と同様な境界条件を与えた。

(d) 流出部境界条件

流出部では u, w, c, k, ε の流下方向の勾配が零になるものとして、次のように与えた。

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial k}{\partial x} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = 0 \quad (11)$$

3. 傾斜サーマル実験の概要

数値計算の対象としたのは福嶋ら¹⁴⁾ の行った傾斜サーマルに対する室内実験である。この実験の概要をここで簡単に述べる。実験装置を図 3 に示す。実験水槽は幅 15cm、深さ 100cm、全長 200cm のアクリル製であり、傾斜角 30° の水路床を設けられている。水路上端には、引き上げ式のゲートをもつボックスが設置されている。水槽内には淡水が満たされており、上流に設けたボックスにウラン色素 (染料) で着色された塩水が 1 l 貯められている。ゲートを引き上げることでより流入を開始した塩水はサーマルを形成する。この様子を画像解析することにより、サーマルの流下速度、最大厚さを逐次求めた。サーマルの界面には大規模な渦が間欠的に発生し、流下速度、最大厚さがそれに影響される。この影響を最小限にするため、それぞれの測定では同じ実験条件で 5 回づつ実験を繰り返し、その平均を取ってひとつの実験条件に対する測定結果としている。実験に用いた塩水の初期塩分重量濃度は 1%, 3%, 5% である。実験条件 (用いた流体の物性) を表 2 にまとめて示す。

4. 傾斜サーマルの数値解析

数値計算を行った計算領域の格子分割を図 4 に、および計算格子の大きさをまとめたものを表 3 に示す。計算開始時には、上流端の $x = 0 \sim 10\text{cm}$ では、所定の初期塩水濃度の塩水が静止しているものとして与えた。これより下流は、静止した淡水が満たされているものと

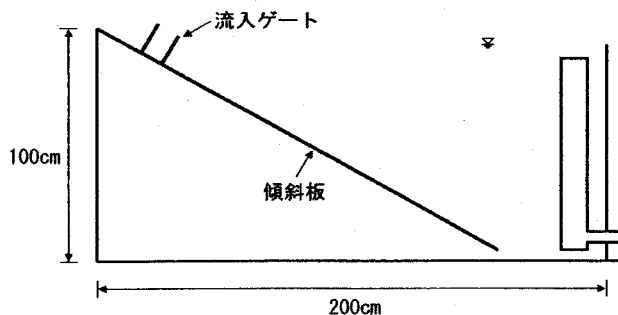


図 3: 傾斜サーマルの実験装置

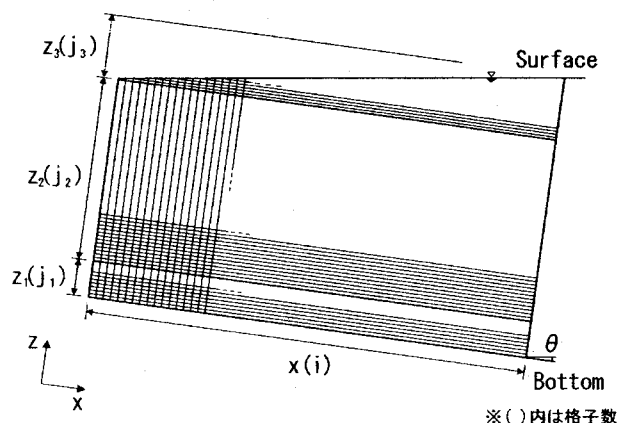


図 4: 計算領域の格子分割

表 3: 計算格子サイズ

$x(\text{cm})$	i	$z_1(\text{cm})$	j_1	$z_2(\text{cm})$	j_2
200.0	200	2.03	10	2.04	10
$z_3(\text{cm})$	j_3	$\theta(^{\circ})$			
115.5	200	30			

した。計算は、時間刻みを $\Delta t=0.1\text{s}$ として、30s が経過するまで行った。計算を開始すると塩水と淡水との密度差により、塩水の部分が流動を開始し、後述するようにサーマルとしてフロント状の流体塊となって下流に流下してゆく。この流体塊の移動速度と厚さを求め、傾斜サーマルの流下速度、最大厚さとした。これらを福嶋ら¹⁸⁾の実験値と比較した。サーマルモデルによる計算ではモデルに含まれる連行係数、抗力係数と底面、界面での摩擦係数に適当な値を用いることにより、流下速度と最大厚さの実測値に近づけることができる。従って、今回の数値解析結果と実測値の比較は、数値解とサーマルモデルの値との比較と見てよい。

図 5 は、Run 1 (初期塩分濃度 $c_0=1\%$)、Run 2 ($c_0=3\%$)、Run 3 ($c_0=5\%$) のサーマルの流下速度の流下方向変化を表したものである。記号で示したのが実験値、折れ線が計算値である。初期塩分濃度の大きいほど流下速度が大きいのがわかる。実験結果が流下直後の変動を除いて流下速度がほぼ一定であることを示すが、計算結果は流下距離が大きくなるに従って流下

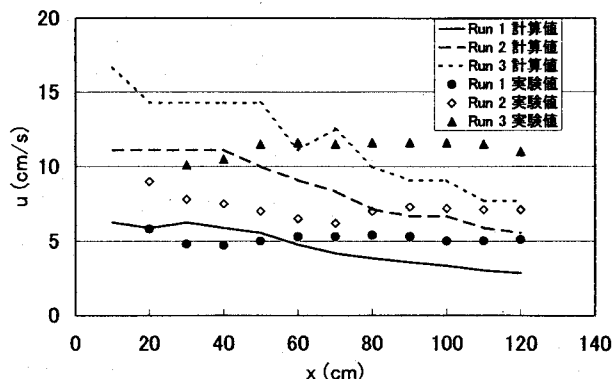


図 5: サーマルの流下速度の流下距離に対する変化

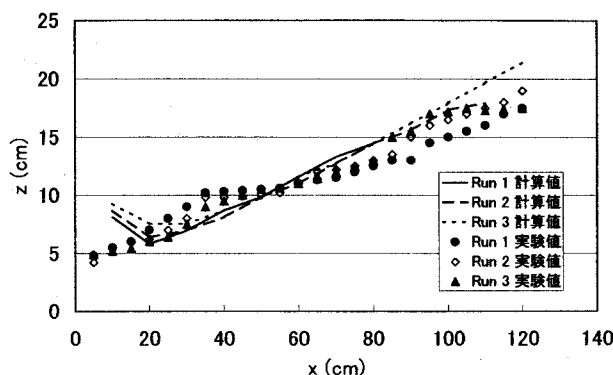


図 6: サーマルの最大厚さの流下距離に対する変化

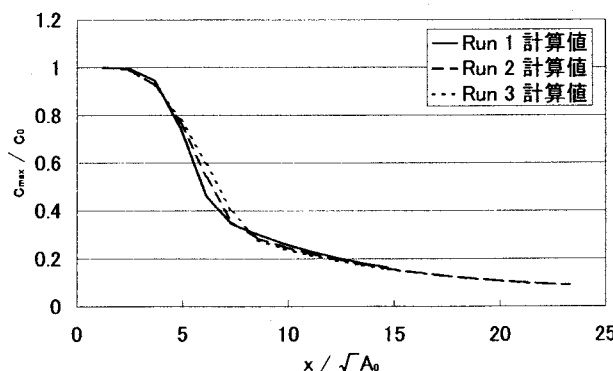
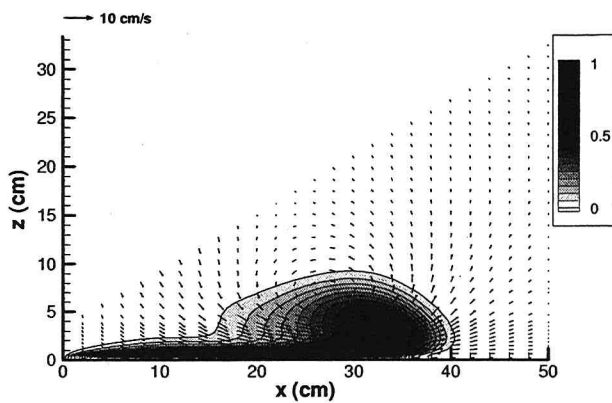


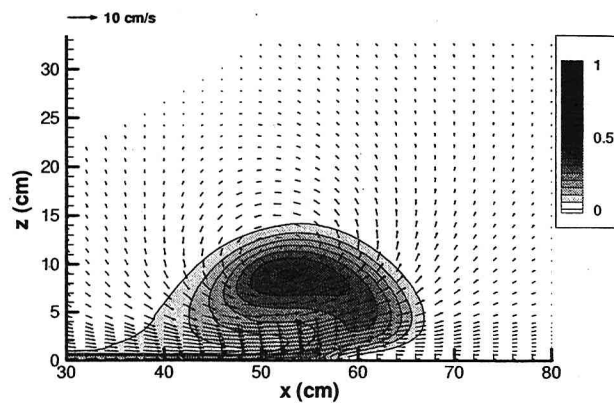
図 7: サーマルの最大濃度の流下距離に対する変化

速度がやや小さくなることを示す。これは、ゲート開放直後の両者の流動に違いがあること、計算では希釈・混合が大きめに評価された可能性がある。

図 6 は、Run 1 (初期塩分濃度 $c_0=1\%$)、Run 2 ($c_0=3\%$)、Run 3 ($c_0=5\%$) のサーマルの最大厚さの流下距離に対する変化を示したものである。流下距離が小さい範囲では、塩水が静止状態から流動状態への遷移過程にあるが、実験の場合には塩水はボックスに取り付けられたゲートの下部から流出を開始しており、計算で仮定した初期状態とは若干異なっている。両者の違いはこれらの理由による。この範囲を除けば、最大厚さの変化は、実験結果と計算結果とでよく一致し

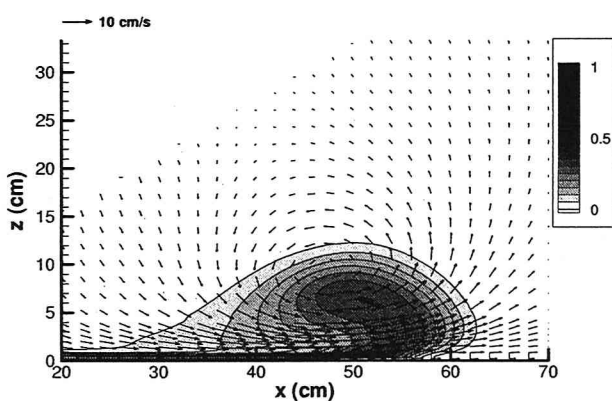


(1) $t=5s$

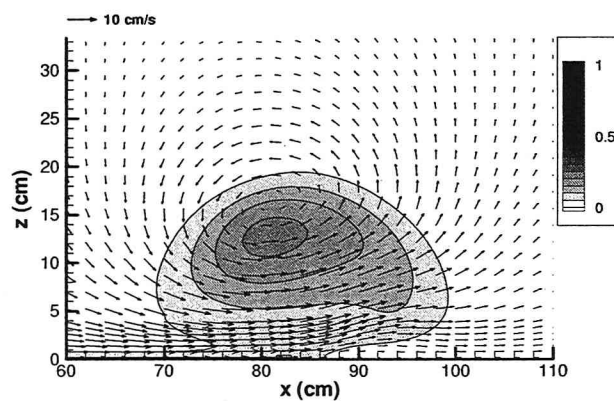


(2) $t=10s$

図 8: 等濃度線と流速ベクトル, Run 1 (1) $t=5s$, (2) $t=10s$

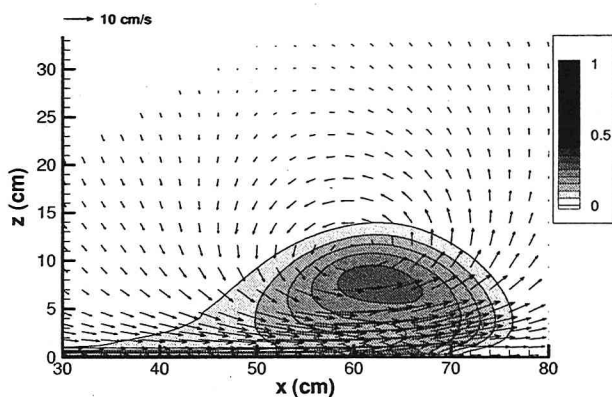


(1) $t=5s$

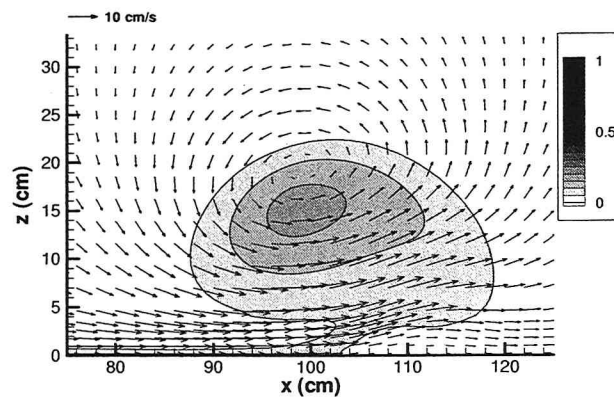


(2) $t=10s$

図 9: 等濃度線と流速ベクトル, Run 2 (1) $t=5s$, (2) $t=10s$



(1) $t=5s$



(2) $t=10s$

図 10: 等濃度と流速ベクトル, Run 3 (1) $t=5s$, (2) $t=10s$

ているといえる。また、初期塩分濃度の違いによる差は殆ど見られず、最大厚さは流下距離の増加に対して直線的に増加するが、これも実験結果と計算結果の両者に共通した傾向のようである。

図 7 は、Run 1 (初期塩分濃度 $c_0 = 1\%$)、Run 2 ($c_0 = 3\%$)、Run 3 ($c_0 = 5\%$) のサーマルの最大濃度を初期濃度で基準化した値を流下距離 x を初期面積の平

方根 $\sqrt{A_0}$ で無次元化した距離に対して示したものである。基準化した最大濃度の無次元流下距離に対する変化特性は、初期塩水濃度の値に依らず、ほぼ同じ様な変化曲線となることがわかる。このことは、今回の初期濃度の範囲では、塩水の混合機構は極めて似ており、相対的な濃度変化がほぼ同じ傾向となったことを意味する。これらの結果は、斜面の傾斜角が同じであれば

連行係数の大きさは初期塩分濃度に依らずほぼ一定であるという実験結果と一致する^{5),6),7),18)}。

図8は、Run 1 ($c_0=1\%$) の $t=5s$, $10s$ の等濃度線(濃度コンター)と流速ベクトル図を重ねて描いたものである。等濃度線はだいたい半楕円形に近い形状となっており、その中心部ほど濃い灰色で描かれ、高濃度となっていることを示す。この数値計算の結果は、染料で可視化した傾斜サーマルの形状がほぼ半楕円形状となるという従来の実験結果¹⁾とよく一致する。また、流速ベクトルからは、サーマルの先端部で巻き上げ、サーマル上部で進行方向と逆向きの流れ、サーマル後部で巻き込みの流れが形成されることがわかる。図8(1)と(2)の比較から、時間の経過とともに、周囲水への拡散あるいは混合の結果、塩分濃度が減少することがわかる。このことは濃度の大きさを表す濃淡が減少し、外側の等濃度線の大きさの範囲が広がっていることで分かる。

図9は、Run 2 ($c_0=3\%$) の $t=5s$, $t=10s$ の等濃度線と流速ベクトル図を重ねた図である。Run 1 に比べ初期濃度が大きいので、流速ベクトルが長く表示されている。また、同時刻においてサーマルはより大きく発達しているのがわかる。サーマル周辺での流速ベクトルの向きの特徴は、Run 1 ($c_0=1\%$) のものとほぼ同様である。この場合には $t=10s$ (図9(2)) ではサーマルは底面からの巻き上げにより、サーマルの前部が浮き上がりかけているように見える。これは密度の小さな周囲水がフロントの先端下部から連行されており、この範囲で特に希釈が大きくなるためと考えられる。

図10は、Run 3 ($c_0=5\%$) の $t=5s$, $t=10s$ の等濃度線と流速ベクトルを重ねた図である。この図では他の図に比べても流速ベクトルはもっとも大きくなっており、サーマルの大きさも最も発達していることが示される。 $t=10s$ ではサーマルは浮き上がり、ほぼ完全に底面から離れている。濃度コンターから、全体的にサーマルがその中心部よりやや上の位置を核とした大規模な循環流を形成していることが示される。また、流下するに従って、サーマルが発達してゆき、循環流の中心はさらに底面から離れていく傾向にある。

5. 結論

塩水による保存性傾斜サーマルの流動特性を調べることを目的として、 $k-\epsilon$ 乱流モデルを用いて数値計算を行った。微分方程式の離散化には Patankar の提唱する SIMPLE 法¹⁷⁾を用いた。モデル定数には $k-\epsilon$ 乱流モデルの標準値を用いた。数値景観結果を用いて、サーマルの流下速度、最大厚さを求めた。数値計算結果と福嶋らの実験結果¹⁸⁾と比較した結果、両者の良好な一致を得ることができた。また、最大濃度の流下方向の変化から、初期濃度に依らず同一の傾斜角では混合機構が相似であることが分かった。数値解を基に等濃度線と流速ベクトル図の時間変化を求めた。これにより、傾斜サーマル内部の流動機構と混合機構についてより深い理解を得ることができた。

謝辞：本研究の一部は、文部科学省科学研究費補助金 基盤研究 (C) (課題番号 13650565, 研究代表者 福嶋祐介) の補助を受けた。ここに記して感謝の意を表

します。

参考文献

- 1) Beghin, P., Hopfinger, E.J. and Britter, R.H., Gravitational convection from instantaneous sources on inclined boundaries, *Jour. Fluid Mech.*, **107**, 407-422, 1981.
- 2) Escudier, M.P. and Maxworthy, T., On the motion of turbulent thermals, *Jour. Fluid Mech.*, **61-3**, 541-552, 1973.
- 3) 福嶋祐介, 粉雪雪崩の流動機構の解析, 雪氷, **48**, 1-8, 1986.
- 4) 福嶋祐介, 早川典生, 山口武俊, 重力密度流による煙型雪崩の流動シミュレーションモデルの検討, 雪氷, **58**, 205-214, 1996.
- 5) 秋山寿一郎, 浦勝, 齋藤俊一郎, 富岡直人, 傾斜重力密度流の連行係数に関する統一的考察, *ながれ*, **16-2**, 149-161, 1997.
- 6) 福嶋祐介, 河合真一, 高木正徳, 傾斜サーマルモデルにおける形状係数と連行係数について, 長岡技術科学大学研究報告, **22**, 1-10, 2000.
- 7) 福嶋祐介, 田中日出紀, 鉛直ブルームフロントと鉛直サーマル流動モデルの提案, *ながれ*, **20**, 47-58, 2001.
- 8) 玉井昌宏, 村岡浩爾, 土砂直投工により発生する濁りの挙動特性に関する数値解析, 水工学論文集, **42**, 541-546, 1998.
- 9) 秋山壽一郎, 応新亜, 浦勝, 重枝未玲, 有限な水深を有する静水中に直投された微細粒子群の数値シミュレーション, 土木学会論文集, **663/II-53**, 43-53, 2000.
- 10) 福嶋祐介, 乱流モデルによる傾斜壁面密度噴流の解析, 土木学会論文集, **399/II-10**, 65-74, 1988.
- 11) 福嶋祐介, 衛藤俊彦, 石黒慎太郎, 小杉健二, 佐藤威, 発達過程にある吹雪流の $k-\epsilon$ 乱流モデルによる流動解析, 雪氷, **63-4**, 373-383, 2001.
- 12) 衛藤俊彦, 福嶋祐介, 海底渓谷で発生する泥水流の $k-\epsilon$ 乱流モデルによる流動解析, 海岸工学論文集, **48**, 2001.
- 13) 道奥康治, 藤川佳宏, 不二秀人, 貯水池内に流入する浮力水塊の挙動解析, 水工学論文集, **40**, 561-566, 1996.
- 14) 中山恵介, 佐藤圭洋, LES モデルによる水平面上張り出しブルームの解析, 土木学会論文集, **628/II-48**, 97-114, 1999.
- 15) 梅田信, 横山勝英, 石川忠晴, 銭新, 高橋迪夫, センテ宿貯水池における濁質の流入・流動・堆積過程に関する観測と数値シミュレーション, 土木学会論文集, **656/II-52**, 255-268, 2000.
- 16) 赤堀良介, 清水康行, 閉鎖性水域における密度流現象に関する3次元乱流モデルによる数値計算, 土木学会論文集, **684/II-56**, 113-125, 2001.
- 17) パタンカー, S.V. 水谷幸夫・香月正司訳, コンピュータによる熱と流れの数値解析, 森北出版, 1985.
- 18) 福嶋祐介, 萩原達司, 坂本充男, 固体粒子浮遊による傾斜サーマルの流動特性, 水工学論文集, **43**, 893-898, 1999.

(2001. 10. 1受付)