

風応力による三成層水域の応答に関する数値解析

NUMERICAL ANALYSIS ON RESPONSE OF THREE-LAYER STRATIFIED WATER BODY TO WIND STRESS

新谷哲也¹・梅山元彦²

Tetsuya SHINTANI, Motohiko UMEYAMA

¹ 正会員 工修 東京都立大学助手 工学部土木工学科 (〒192-03 八王子市南大沢 1-1)

² 正会員 Ph.D. 東京都立大学教授 工学部土木工学科 (〒192-03 八王子市南大沢 1-1)

Numerical investigations are carried out to understand the response of the density interfaces in stratified lake due to the wind stress. In this study, the three-layer water body is chosen to imitate the stratified lake of thick thermocline, and the $k-\epsilon$ turbulent model is adopted in the numerical model. In order to carry out the numerical calculation, the SIMPLE method is used to discretize the governing equations. The QUICK scheme approximates the convective terms of the momentum and the density transport equations. The numerical results are compared with the experimental data obtained previously in the rectangular wind flume. The motion of the density interfaces and the density change of upwelling fluid are well predicted by the numerical calculation. The present numerical calculation confirms the classification of the upwelling by the Wedderburn number and the Lake number.

Key Words: wind stress, stratified lake, upwelling, $k-\epsilon$ model

1. はじめに

夏期に成層化した水域の水面に風応力が作用すると、成層構造や風応力等の違いによって水域内に様々な様相の流動・混合現象が発生する。これらの現象は、湖の水質に大きく影響を及ぼすため、多くの研究者が室内実験や数値実験^{1),2)}を行い、そのメカニズムの解明を試みてきた。現在まで、下層水の湧昇現象や境界面での連行現象解明のため、ほとんどの研究が成層を最も単純な2成層にモデル化して行われてきた。しかし、最近では、成層を2層というよりも温度躍層を考慮して少なくとも3層で扱うべきであるという提案がなされつつある³⁾。例えばCsanady⁴⁾による5大湖の現地観測によれば、下層水の直接の湧昇(deep upwelling)は非常にまれであり、温度躍層(変水層)などの上層と下層の中間の密度を持つ層からの湧昇(partial upwelling)が頻繁に起こっているという報告がある。中間密度層の湧昇は、上層に対して下層水の間接的な供給を行うため、湖の水質を検討するためには、下層からの直接の湧昇と共に考慮しなければならない現象である。Monismith⁵⁾はノーマルモード解析を用いて、3層にモデル化した湖における密度境界面の風に対する応答を解析し、3

層モデルにおいては2層では生じ得ない流動が生じることを示した。Stevensら⁶⁾は、Lake数を導入して多層の湖における各層の湧昇限界の分類を行い、その分類を室内実験によって検証した。著者らもこの観点に着目して画像処理を用いて実験的に閉鎖性水域内の中間密度層の挙動を測定してきた。その結果、水域内の流動・混合現象に対して中間密度層が大きく関わっていることを明らかにした。

これらの研究の延長線上には、実際の湖における中間密度層の挙動に対する議論が必要であり、そのためには室内実験だけではなく、現地観測や細かな地形を考慮した3次元解析を行うことが必要となる。しかし、その前段階として、数値解析法の適用性の検討や水理機構自体の解明をより定量的に行うためには、はっきりとした初期・境界条件の下での2次元解析を行い、実験結果と比較しながら一般的な検討を行う必要がある。

そこで本研究では、中間密度層の挙動を中心に水域内の流動・混合現象を定量的に把握するために、 $k-\epsilon$ 乱流モデルを用いた2次元数値解析を行った。そして、数値計算法の適用性を確かめるために、画像処理や電気伝導度計を用いて測定した実験結果と計算結果の比

較を行った。さらに、実験では測定が困難である密度成層内の流動特性についても計算結果から考察を行った。

2. 数値計算法

数値解析において、図-1に示すような2次元で3層に成層した閉鎖性密度成層水域を考える。座標系の原点は風上側の底面とし、風下側に x 軸、鉛直上向きに z 軸をとる。

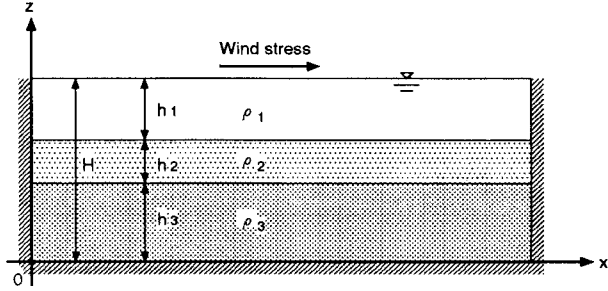


図-1：座標系

風による成層水域内の流動を記述するための基礎方程式は質量保存式、運動方程式、密度の保存式であり、これらの式に非圧縮性とブーシネスク近似を仮定すると次式のように表される⁷⁾。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(\nu + \nu_t \right) \frac{\partial u}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \left(\nu + \nu_t \right) \frac{\partial u}{\partial z} \right\} \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial z} - \frac{\bar{\rho} - \rho_1}{\rho_1} g + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(\nu + \nu_t \right) \frac{\partial w}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \left(\nu + \nu_t \right) \frac{\partial w}{\partial z} \right\} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + u \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x} + w \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(\frac{\nu}{S_c} + \frac{\nu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \left(\frac{\nu}{S_c} + \frac{\nu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z} \right\} \quad (4)$$

ここで、 u と w はそれぞれ x 方向と z 方向の速度であり、 $\bar{P}$ は平均圧力、 $\bar{\rho}$ は平均密度、 ρ_1 は上層の密度である。 ν と ν_t は、それぞれ動粘性係数と渦動粘性係数であり、 S_c と σ_t は、それぞれシュミット数と乱流シュミット数である。

乱流項を完結させるために、 $k-\epsilon$ 二方程式モデルを採用する。乱流エネルギー k とその散逸率 ϵ の輸送方程式はそれぞれ次式で表される。

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u \frac{\partial k}{\partial x} + w \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial z} \right\} + P_r + G - \epsilon \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + u \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + w \frac{\partial \epsilon}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right\} \\ &+ c_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \{ P_r + (1 - c_{\epsilon 3}) G \} - c_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、 P_r は次式で表される平均ひずみによる乱流生成項であり、次式で与えられる。

$$P_r = \nu_t \left\{ 2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\} \quad (7)$$

ここで、式中の G は以下に示される浮力による乱流生成項である。

$$G = g \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial \rho}{\partial z} \quad (8)$$

また、渦動粘性係数は以下の式で計算される。

$$\nu_t = c_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (9)$$

(5),(6),(8),(9) において係数の値は $c_\mu = 0.09$, $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\epsilon = 1.3$, $c_{\epsilon 1} = 1.44$, $c_{\epsilon 2} = 1.92$, $c_{\epsilon 3} = 1.0$ とした。

水面における境界条件は、道奥ら¹⁾が用いたように一定の摩擦応力 τ_s が作用する moving screen として扱い、次式で与えた。

$$\frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=H} = \frac{\tau_s}{\nu + \nu_t} \quad (10)$$

また、実験では、初期の1分間に風洞内の風速を手動で無風状態から線形的に最大風速(約 6.5m/s)まで増加させた。数値計算でこの状況を再現するために、水面に働く風応力が風速の2乗に比例すると想定して風応力を1分間かけて増加させた。 k と ϵ の水面境界条件に関しては様々な議論がなされているが、今回は銭らに⁸⁾従って以下のように与えた。

$$\frac{\partial k}{\partial z} \Big|_{z=H} = \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \Big|_{z=H} = 0 \quad (11)$$

水面以外の壁面はノンスリップ境界とし、壁面に近接する第一格子点において壁法則によるマッチングを行った。基礎方程式はスタッガード格子を用いた有限体積法によって離散化し、計算領域(水平 585cm、鉛直 34cmの領域)を、水平方向と鉛直方向にそれぞれ等間隔格子(200 × 34)に分割した。また、運動方程式と平均密度の輸送方程式中の移流項の差分には高精度風上差分の QUICK スキーム⁹⁾を用い、 k と ϵ の輸送方程式中の移流項の差分にはハイブリッドスキームを用いた。これらの離散化された方程式に SIMPLE アルゴリズム⁷⁾を適用して収束解を得た。また、計算はクーラン数が0.5を越えないように時間ステップ Δt を調整して実行した($\Delta t = 0.03 \text{sec}$)。

表-1：計算条件

	h_1 (cm)	h_2 (cm)	h_3 (cm)	$\Delta\rho_{12}$ (g/cm ³)	$\Delta\rho_{23}$ (g/cm ³)	u_* (cm/s)	W	L_N	T_1 (sec)	T_2 (sec)
case 1	14	5	15	0.005	0.005	1.1	1.36	3.8	139	362
case 2	14	5	15	0.0025	0.0075	1.1	0.68	3.8	136	428
case 3	14	5	15	0.0025	0.0025	1.1	0.68	1.9	196	512
case 4	14	5	15	0.00125	0.00125	1.1	0.34	0.95	278	724
case 5	14	5	15	0.00075	0.00075	1.1	0.2	0.57	359	935
case 6	9	5	20	0.00125	0.00125	1.1	0.14	0.59	296	735

3. 計算結果の考察と実験結果との比較

数値計算の適用性を検討するために、新谷ら¹⁰⁾によって行われた実験を用いた。実験と計算結果の比較は、表-1に示すケースについて行った。ここで、表中の h_1 は上層厚、 h_2 は中層厚、 h_3 は下層厚、 $\Delta\rho_{12}$ は上層と中層の密度差、 $\Delta\rho_{23}$ は中層と下層の密度差、 u_* は風の摩擦速度である。 W はWedderburn数であり、次式を計算することによって求められる。

$$W = \frac{\Delta\rho_{12}gh_1}{\rho u_*^2} \frac{h_1}{L} \quad (12)$$

ここで、 g は重力加速度、 ρ は上層密度、 L は吹送距離である。 L_N はLake数であり、次式を計算することによって求められる。

$$L_N = \frac{M_{bc}}{\tau A z_v} \quad (13)$$

ここで、 M_{bc} は水域の体積中心まわりの密度成層が傾斜することによって発生した重力による復元モーメント、 τ は風による水面でのせん断力、 A は水面の面積、 z_v は水面から体積中心まで距離である。この W と L_N

によって密度境界面の運動が2種類に (Mode 1, Mode 2) に分類される⁶⁾。3成層の場合、 W が小さく L_N が大きい場合 ($W < 0.5$, $L_N > 1$) は、上側の密度境界面だけが傾く Mode 2 になる。一方、 W が小さく L_N も小さい場合 ($W < 0.5$, $L_N < 1$) は、両方の密度境界面が傾く Mode 1 となることが知られている。また、 T_1 と T_2 は、それぞれ Mode 1 と Mode 2 の基本セイス周期であり、Monismith⁵⁾のノーマルモード解析の結果により求めた。

図-2から図-4は、それぞれ case 3,4,5 の風上端から3mの区間における密度境界面の変位に関する計算結果と実験結果を比較したものである。図には、各ケースにおいて密度境界面の特徴的な挙動 (湧昇など) が現れている送風開始2分後、3分後、4分後の結果を選んで示している。計算結果には、同時刻の流速ベクトルも示してある (鉛直方向の流速ベクトルは水平方向の12倍に拡大して表示している)。ここで、計算での上下の密度境界面とは、それぞれ初期の上層と中間層の平均密度の等密度線、初期の中間層と下層の平均密度

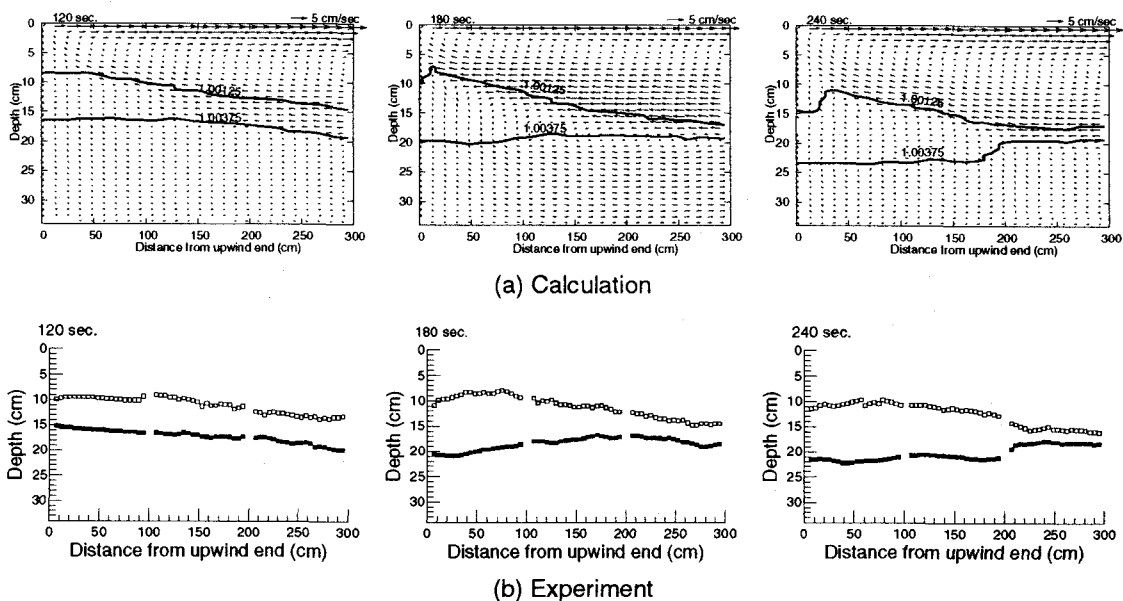
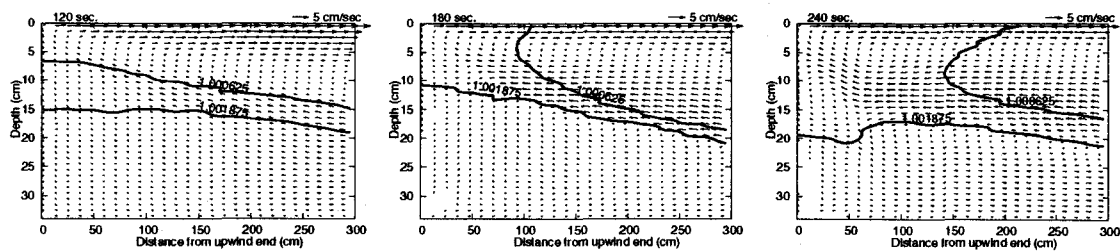
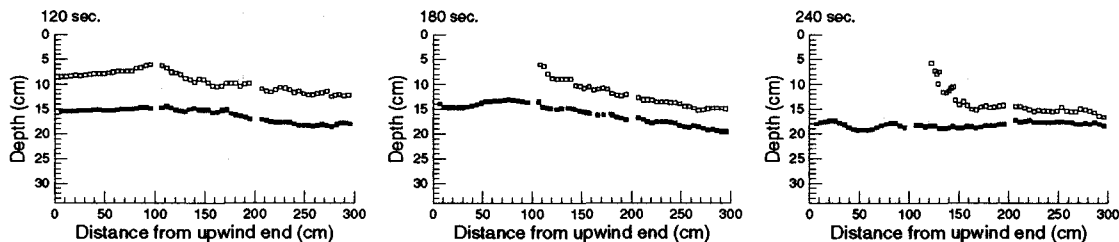


図-2：上下の密度境界面の時間的变化 (case 3, 上：計算結果, 下：実験結果)

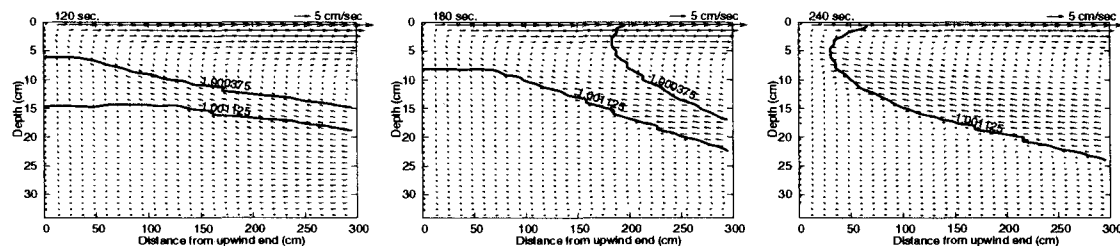


(a) Calculation

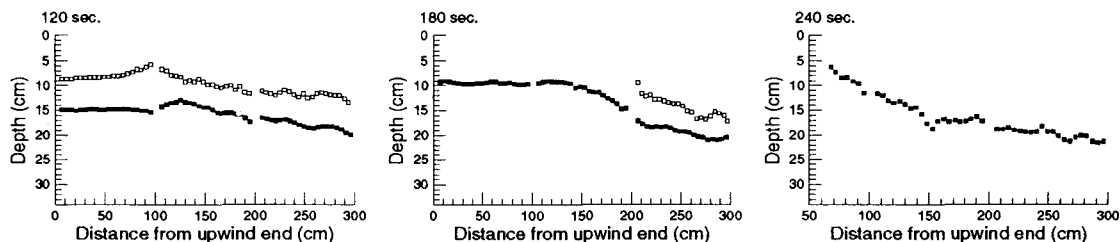


(b) Experiment

図-3：上下の密度境界面の時間的変化 (case 4, 上：計算結果, 下：実験結果)



(a) Calculation



(b) Experiment

図-4：上下の密度境界面の時間的変化 (case 5, 上：計算結果, 下：実験結果)

の等密度線である。また、実験結果における密度境界面は、時々刻々のビデオ映像を画像処理することによって求められており¹⁰⁾、上下の密度境界面がそれぞれ白四角と黒四角で示されている。

case 3は、 W と L_N が共に大きく、実験において中間層も下層も湧昇に至らなかったケースである。送風開始後 120 秒では、ほぼ上下の密度境界面が平行な状態を保って上昇している。180 秒経過後、上側の密度境界面は 120 秒の時よりも大きく傾いているが、下側の密度境界面は下がっていることがわかる。この際、下層の流体が風下側へ押し流されていく様子が、計算で得られた流速のベクトル図から見てとれる。240 秒後には中間層はくさび形となり、上層では循環流が形成され、中間層と下層内ではほとんど流速が無くなってい

る。以上のように case 3 では実験から得られた密度境界面の運動は数値計算によつて的確に再現されていることがわかる。

case 4 は、実験において中間層だけが水面に湧昇したケースである。密度境界面の動きが実験と計算で良く一致していることがわかる。密度境界面の動きは送風開始後 120 秒までは、case 3 の場合とほぼ同様で上下の密度境界面が平行な位置関係を保ったまま上昇する。その後、上側の密度境界面は水面に達して中間層が湧昇するが、下側の密度境界面は下降してしまい下層水の湧昇には至っていない。また、計算から得られた流速ベクトルを見ると、上層と中間層がほぼ一体となって流動していることがわかる。

case 5 は、 W と L_N が共に小さく、実験においても

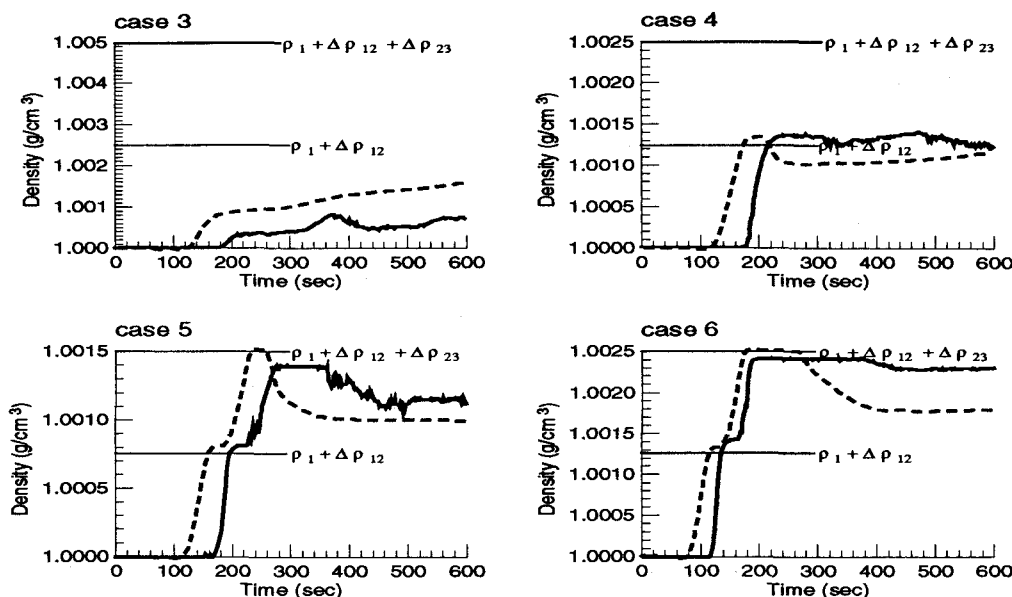


図-5: 風上端における湧昇水密度の時間的变化

下層水が湧昇したケースである。中間層に続いて下層が湧昇している様子が計算と実験の両方から見る事ができる。また、case 4 の上側の密度境界面も同様であったが、密度境界面が水面に達した際に大きく湾曲している。この変形は、密度の高い流体が密度の低い流体の上に乗ることによって、密度場が力学的に不安定な状況となり、その結果激しい混合を生じさせる。

図-5 は、風上端の水面での湧昇水密度の 10 分間の時間変化を表したものである。点線は計算結果を、実線は実験結果を示している。

case 3 では、上層と中間層の混合によって次第に密度を高くしながら混合水が湧昇していることがわかる。計算値は、実験値よりも若干高い値を示しているが、良く似た傾向を示している。また、他のケースの比較にもあてはまるが、湧昇開始時間が実験値よりも計算値の方が常に約 40 秒ほど早くなっている。これは、数値計算における風応力の境界条件が完全に実験の手順を再現できていなかったためであると考えられる。

case 4 では、中間層密度より少し密度の高い流体が湧昇していることが計算結果と実験結果からわかる。計算結果では、湧昇の後に一度密度が低下してから徐々に密度が上昇しているが、実験結果は水面付近での混合が激しいためか湧昇後の密度低下はほとんどない。

case 5 では、実験開始から 250 秒ほどで下層が湧昇していることがわかる。計算結果は、中間層が水面に達した際の段差や、下層水が湧昇した後に徐々に密度が下がっていく傾向をよく再現している。しかし、実験では激しい混合によって湧昇水密度が完全に初期の下層水密度まで達していないことがわかる。

case 6 では、case 5 と同様に下層水が湧昇する様子が数値計算でうまく再現されている。case 5 よりも case

6 の方が湧昇が早く始まることや、下層流体の湧昇継続時間が長いことなどが数値計算によって正しく再現されている。しかし、湧昇後の密度低下が計算において実験値よりも大きくなっている。

中間層もしくは下層の湧昇を引き起こしたケース (case 4, 5, 6) では、数値計算による湧昇後の密度が実験結果より大きく低下してしまう結果が得られた。この不一致の原因は、本計算で用いた乱流モデル ($k-\epsilon$ モデル) が湧昇域の不安定性に起因する激しい混合を完全に再現できなかったためと考えられる。

本研究の初期の段階では、すべての移流項の差分に QUICK スキームではなくハイブリッドスキームを用いた。ハイブリッドスキームだけを用いた場合、計算結果は数値拡散の影響で中間密度層が湧昇する際の段差等の細かな挙動が再現されず、また湧昇開始時間が早まったり、湧昇による密度上昇速度が緩やかになってしまう傾向が得られた。

図-6 は、風上端における上下密度境界面の位置の時間変化を示したものである。上の図が計算結果であり、下の図が実験結果である。計算結果と実験結果における密度境界面は図-2～図-4 の場合と同様な方法で決定している。また、実験結果においては、白丸と黒丸がそれぞれ上側の密度境界面と下側の密度境界面に対応している。

case 3 では、上下の密度境界面が時間が経過するにつれて、その間隔を少し開きながら振動している様子が計算結果と実験結果の両方から見て取ることができる。その周期は、ほぼ Mode 1 の基本周期 T_1 (196 秒) であり、その上に Mode 2 の運動が重なった形で運動している。

case 4 では、計算・実験結果ともに上下の密度境界面

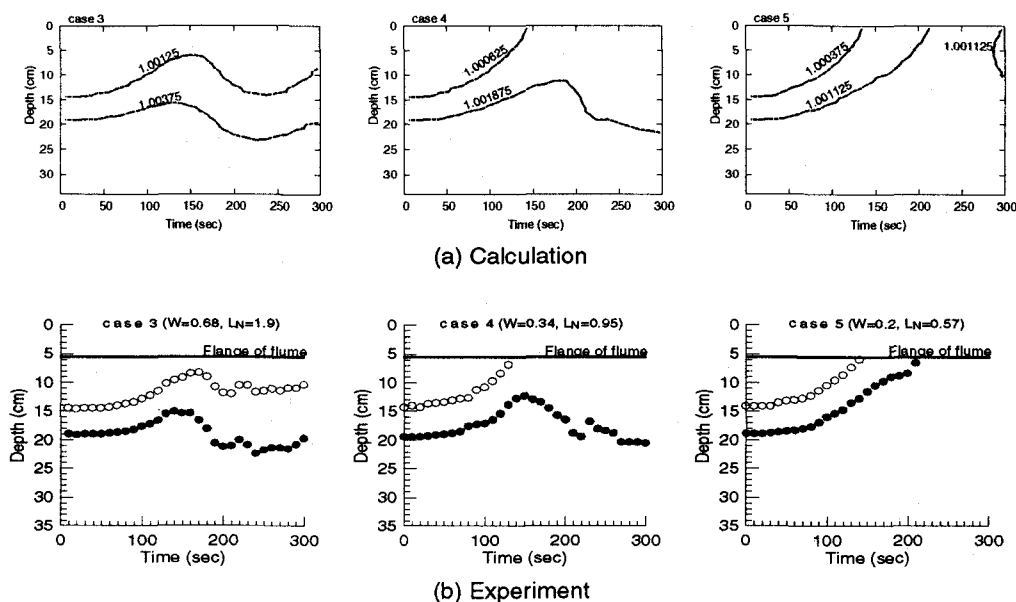


図-6：風上端における上下密度境界面の運動

が150秒付近まではほぼ平行に上昇する。その後、上側の密度境界面は水面に達し、下側の密度境界面は下降に転じている。下側の密度境界面が下降を始める時間は、下側の密度境界面が最も上昇すると考えられる時間 $T_1/4$ よりもかなり長くなった。これは、初期の段階で風速を徐々に増加させたこと及び風応力と重力の釣り合い位置からのオーバーシュートによって長くなったものと考えられる。

case 5では、数値計算と実験結果ともに上下の密度境界面がほぼ平行な位置関係を保ったまま水面に達していることがわかる。計算結果では約300秒付近で再び下側の密度境界面に対応する等密度線が現れているが、他の部分では実験と計算は良い一致を示している。

4. まとめ

本研究では、温度躍層（中間密度層）が発達した水域で風応力によって引き起こされる密度境界面の挙動と流動に関する数値計算を行った。そして、計算結果を風波の発生を抑えて行った実験の結果と比較し、計算の適用性についての検討を行った。今回得られた結論は以下の通りである。

(1) 閉鎖性3成層水域における湧昇現象が $k-\epsilon$ モデルを用いた数値解析によって適切に予測できることがわかった。また、精度の高い移流項の差分を適用することによって、室内実験における現象をより正確に再現できることが確認できた。

(2) Lake数とWedderburn数は定常状態を仮定して定義されたものであるが、これらを用いて非定常現象である湧昇現象の分類がほぼ可能であることが数値解析の結果から確認することができた。

今後は、成層と境界形状がより現実に近い状況下において本計算が適用可能かどうかを検討してゆく予定

である。

参考文献

- 1) 道奥康治, 辻本剛三, 宮本仁志: 吹送密度流の流動・混合特性, 水工学論文集, 第37巻, pp.293~298, 1993.
- 2) 尹 鍾星, 成層水域における貧酸素水塊の湧昇現象に関する水理学的研究, 大阪大学工学博士学位論文, 1994.
- 3) 森川浩, 村本嘉雄, 大久保賢治, 濱口一朗, 細身知彦: 風応力が及ぼす成層湖の流動に関する実験, 水工学論文集, 第43巻, pp.1061-1066, 1999.
- 4) Csanady, G. T.: On the structure of transient upwelling events, J. of Phys. Oceanogr., Vol.12, pp.84-96, 1982.
- 5) Monismith, S. G.: An experimental study of the upwelling response of stratified reservoirs to surface shear stress, J. of Fluid Mech., Vol.171, pp.407-439, 1986.
- 6) Stevens, C. and Imberger, J.: The initial response of a stratified lake to a surface shear stress, J. of Fluid Mech., Vol.312, pp.39-66, 1996.
- 7) Nakayama, A.: PC-Aided numerical heat transfer and convective flow, CRC Press, 1995.
- 8) 銭 新, 石川忠晴: $k-\epsilon$ モデルによるDI型連行現象の再現性について, 土木学会論文集, No.593/II-43, pp.177-182, 1988.
- 9) 荒川忠一: 数値流体工学, 東京大学出版, pp.34-37, 1994.
- 10) 新谷哲也, 梅山元彦: 風による閉鎖成層水中に形成される中間密度層の応答, 水工学論文集, 第45巻, pp.1141-1146, 2001.

(2001.10.1 受付)