

低レイノルズ数型乱流モデルを用いた 取水路流れ計算

STUDY ON NUMERICAL SIMULATION OF FLOW IN AN INTAKE STRUCTURE
USING A LOW REYNOLDS NUMBER $k-\epsilon$ MODEL

熊谷 洋¹・田中 仁²

Yo KUMAGAI and Hitoshi TANAKA

¹正会員 工修 東北大学大学院博士後期課程 工学研究科(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉06)
東北電力株式会社 電力流通本部送変電建設センター土木G
(〒980-0811 仙台市青葉区一番町3丁目7番23号 明治生命仙台ビル7F)

²正会員 工博 東北大学大学院教授 工学研究科 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉06)

To promote time and effort savings and to increase efficiency in experiment, numerical simulations have been applied in various cases. In an intake structure with a gradual expansion, streamline approaches wall and separation occurs due to Coanda effect. Using the standard $k-\epsilon$ turbulence model, such a behavior in an intake structure cannot be well reproduced, especially in a separation region. In the present study, revived version of $k-\epsilon$ model proposed by Abe et al.(1992) is applied to a flow in an intake structure with a gradual expansion. The results using this model show good agreement with laboratory experiment.

Key Words : low Reynolds number turbulence model, grid topology, computational hydraulics, Coanda effect

1. はじめに

水理構造物を設計する場合、水路内の流況を把握することは重要であり、数多くの水理模型実験が行われている。しかし、水理模型実験は模型製作、改造、計測に多大な労力を必要とし、模型実験から得られる情報には限りがある。

現在、コンピューターのCPU速度の著しい高速化により、実際の水理構造物における流況に関して数値シミュレーションを用いた検討が可能な状況となってきた。数値シミュレーションは、①最適設計のアプローチ、②経済性の向上、③実験で再現できない条件での解析が可能などの利点があり、水理構造物設計への適用事例(例えば、Kumagai¹⁾)が急速に増加している。

水理構造物における流れの数値シミュレーションでは、渦粘性モデルを用いた標準 $k-\epsilon$ モデル²⁾が一般に用いられ、壁面の境界条件としては、壁関数が用いられることが多い。しかし、水路構造物内の流れは、水路幅、水路高ともに変化し、水路内にははく離領域がある場合が多い。実際の計算では、はく離・再付着点で $U_r = 0$ (U_r : 摩擦速度)となり対数則が成立しない部分についても、はく離・再付着点の U_r を乱流エネルギーから算出し、流速を対数則から算出

することで全体の流れ場を計算している。熊谷ら^{3) 4)}は、はく離を伴う水路構造物内の流れに標準 $k-\epsilon$ モデルを適用して計算した結果と実験結果を比較し、はく離発生地点から流下するにつれて計算精度が低下する傾向にあることを指摘した。このため、水理構造物内の流れに標準 $k-\epsilon$ モデルを適用して実施する数値シミュレーションは、模型実験における工数削減などのコスト低減に大きく寄与しているものの、現状では水路内流況の傾向の把握³⁾、導流壁により分割される通水断面の流量配分の把握⁴⁾を行う程度で、実施に向けた設計は水理模型実験の結果に基づいて行っているのが現状である。

現在、新規の発電所建設地点の減少および既存発電所における土木設備の修繕・改良工事費の予算枠が年々減少しており、金銭的・時間的負担の大きい水理模型実験による水理設計および検討は実施が困難となり、金銭的・時間的に低コストな数値シミュレーションを活用した設計・検討が強く求められてきている。しかし、標準 $k-\epsilon$ モデルを用いた従来の計算手法では、はく離を伴う水路内における流況の再現性が低いため、計算のみで水理設計・検討の実施は困難であり、より高精度に水路内流況を計算可能な手法が求められてい

る。

近年、安部・長野・近藤⁹⁾により $k-\varepsilon$ モデルの式中に U_τ を使用しない低レイノルズ数型乱流モデル（以下ANKモデルと記す）が提案された。従来モデルでは、はく離・再付着点において $U_\tau = 0$ となり、壁からの距離を適切に扱えなかったが、ANKモデルでは、 $k-\varepsilon$ モデルの式中に U_τ を使用せず、流れ場でのコルモゴロフの速度スケールと乱流レイノルズ数を用いることで、はく離・再付着点におけるこの問題を解決している。

本研究は、取水路内の流れにANKモデルを用いて解析した結果を、実験結果と比較することにより、計算精度を検証するものである。また、標準 $k-\varepsilon$ モデルの計算結果とも比較し、ANKモデルを用いた計算精度の確認も行う。

2. 数値計算法

(1) 基本方程式

基本方程式は、連続式とレイノルズ方程式 (RANS) であり、式(1)~(2)に示す。

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i} = 0, \quad \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{U}_i \bar{U}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right) \quad (1)$$

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (2)$$

ここで、 \bar{U}_i は時間平均速度、 x_i は空間座標、 ρ は流体の密度、 \bar{p} は圧力、 ν は動粘性係数、 $-\overline{u_i u_j}$ はレイノルズ応力、 ν_t は渦動粘性係数、 k は乱流エネルギー、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。本研究で用いられるANKモデルは、式(3)~(5)の通りである。標準 $k-\varepsilon$ モデルについては、他の文献²⁾を参照されたい。

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial \bar{U}_i k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] - \overline{u_i u_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \varepsilon \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \bar{U}_i \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] - C_1 \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_i u_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - C_2 f_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (4)$$

$$\nu_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (5)$$

ここで、 ε は逸散率であり、 σ_k と σ_ε はモデル定数である。5つの定数とモデル関数 f_μ 、 f_2 は、次の通りである。

$$C_1 = 0.09, \quad \sigma_k = 1.4, \quad \sigma_\varepsilon = 1.4, \quad C_\mu = 1.5, \quad C_2 = 1.9 \quad (6)$$

$$f_\mu = \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{y^*}{14} \right) \right\} \left[1 + \frac{5}{R_t^{3/4}} \exp \left(-\left(\frac{R_t}{200} \right)^2 \right) \right] \quad (7)$$

$$f_2 = \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{y^*}{3.1} \right) \right\}^2 \left[1 - 0.3 \exp \left(-\left(\frac{R_t}{6.5} \right)^2 \right) \right] \quad (8)$$

y^* 、 y^+ は無次元長さ、 R_t は乱流レイノルズ数、 U_τ はコルモゴロフの速度スケールであり、これらを以下に示す。

$$y^* = \frac{U_\tau y}{\nu} \quad (9) \quad y^+ = \frac{U_\tau y}{\nu} \quad (10)$$

$$R_t = \frac{k^2}{\nu \varepsilon} \quad (11) \quad U_\tau = (\nu \varepsilon)^{1/4} \quad (12)$$

計算では第一格子点高さが $y^+ < 11.6$ を満たすように設定し、 $y^+ < 1$ であればno slip条件、 $1 < y^+ < 11.6$ であれば、式(13)~(14)に示す補間式を用いた。

$$k = \frac{\left(\frac{y^+}{y_c^+} \right)^2 U_\tau^2}{\sqrt{C_t}} \quad (13)$$

$$\varepsilon = \frac{2\nu k}{y^2} + \frac{y}{y_c} \left(\frac{U_\tau^3}{\kappa y_c} - \frac{2\nu k}{y_c} \right) \quad (14)$$

ここで、 κ はカルマン定数、 $y_c^+ = 11.6$ 、 $y_c = y_c^+ \nu / U_\tau$ であり、対数則と壁法則の交点座標である。

計算プログラムとしては、有限体積法が用いられ、SIMPLE法で圧力補正式を計算している。移流項は3次精度のMUSCL法が用いられている。計算コードは、汎用コードであるSCRYU Ver1.9を用いた。

(2) 水理模型実験

実験データは、揚水発電所上池取水口および導水路の水理模型実験データを使用した。解析対象は、導水路~取水口までとした。図-1に水理模型全体図、図-2に取水口部の詳細を示す。表-1に導流壁挿入位置を示す。水理模型の材質は、導水路は透明アクリル製、取水口導流壁は塩化ビニール製、上蓋は透明アクリル製である。水理模型縮尺は1/50とした。図中の寸法は、全て模型実験のスケールである。流量は、実スケールにおいて $Q = 94 \text{ m}^3/\text{s}$ である。流速は電磁流速計を用い、図-3の左上に定義される U_x 、 U_y の2方向成分についてL2~R2断面の100ポイント分測定した。さらに、図-3の右上に定義される流速成分(U_x' 、 U_y')に変換し、図-7に示す流速分布作成および表-2、3に示す流量配分の計算を行った。流速成分は、図-3に示すベクトルの向きを正とした。

壁面近傍計測ポイントと壁面の間は20mmあるが、この部位は速度勾配が大きいことから、図-3に定義する U_x' より、壁面から0mm、5mm、10mmのポイントを壁近傍の実験データから補間した。壁面から0mmのポイントの流速は、全て0とした。壁面から5mm、10mmのポイントにおける具体的な補間方法としては、実測データと壁の間にはく離領域が無い時は対数則を用いた。はく離領域がある場合、実測データと $U_x = 0$ の間にある補間ポイントにおいては、その間の線形補間データを用い、 $U_x = 0$ と壁面の間にある補間ポイントにおいては、 $U_x < 0$ である最も近傍の実測データを用いた。

流量配分は、流速測定ポイントおよび補間値の分担通水面積を乗じて算出した。検討形状は、水理模型実験原案Case 1と流量配分を改善したCase 2の2ケースとした。

表-1 導流壁設置位置

ケース名	右側(R側)導流壁	左側(L側)導流壁
Case 1	原設計位置(図-2)	原設計位置(図-2)
Case 2	Case 1から2mm内側 ヘシフト	Case 1から6mm内側 ヘシフト

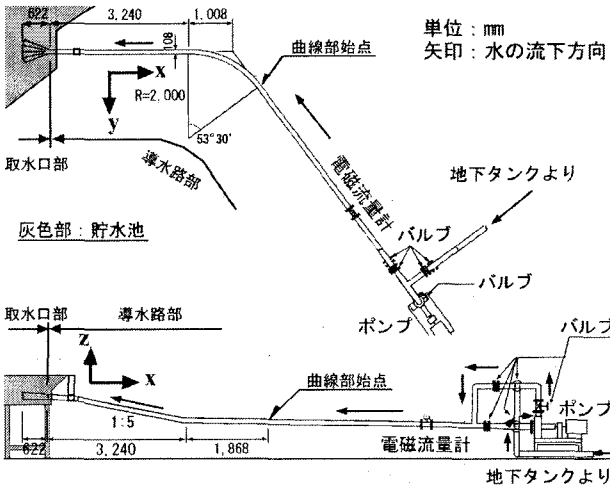


図-1 水理模型全体図

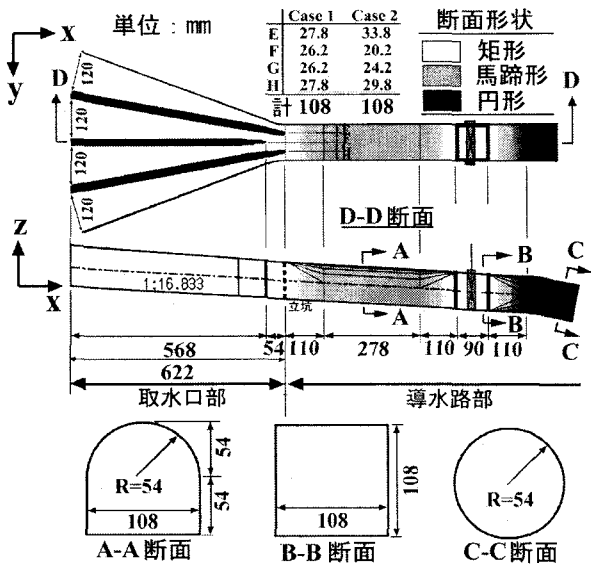


図-2 取水口部詳細図

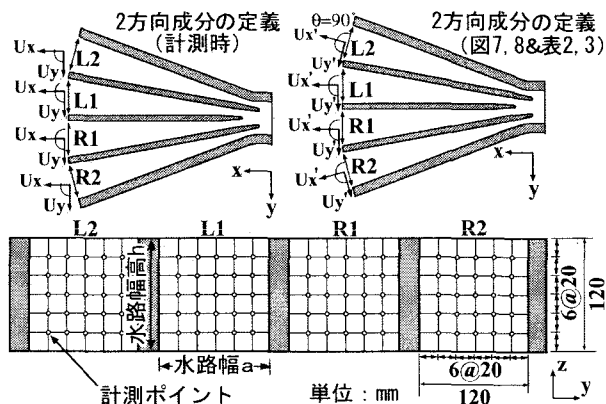


図-3 取水口出口部における流速計測位置図

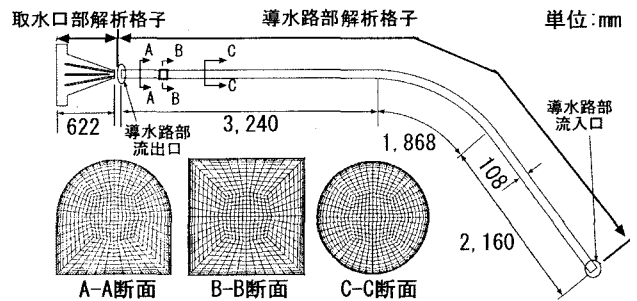


図-4 導水路部解析格子

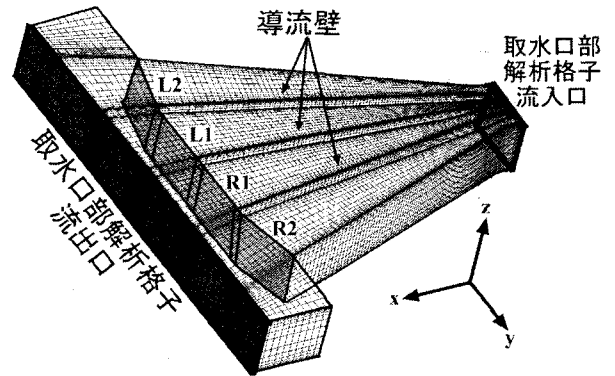


図-5 取水口部解析格子

(3) 計算方法

ANKモデルを用いた解析を実施する場合、壁面近傍まで格子を配置するため、解析格子数が著しく増加し、導水路～取水口までを一体で解析すると計算時間が著しく増加することから、導水路部と取水口部に分割して解析した。計算は、Pentium III 600MHz、主メモリー1,024Mbyteを搭載したPCを用いて実施した。ANKモデルを使用した解析格子を図-4, 5に示す。取水口部の解析格子数はCase 1, 2において約250,000要素、導水路部の解析格子数は約450,000要素とした。曲がり開始部より上流部の助走距離については、杉山ら⁶⁾によれば管径Dの40倍程度の長さを流下させることにより十分発達した流れになると報告されているが、予備計算によれば半分の20Dにした場合でも十分発達した流れになることを確認したので、計算負荷を低減させるため、助走距離Lを図-4に示す通り20Dとした。

導水路の流入条件は、一様流速を与えた。 k, ε の流入条件は実験で計測しておらず不明であるため、 $k=10^{-4} \text{m}^2/\text{s}^2$ 、 $\varepsilon=10^{-4} \text{m}^2/\text{s}^3$ と小さな値とした。導水路の流出条件は、 $\partial \bar{U} / \partial x = \partial \bar{V} / \partial x = \partial \bar{W} / \partial x = 0$ 、 $\partial k / \partial x = \partial \varepsilon / \partial x = 0$ とした。取水口部の流入条件は、導水路の流出部の $\bar{U}, \bar{V}, \bar{W}, k, \varepsilon$ を与えた。流出条件は、 $\partial \bar{U} / \partial x = \partial \bar{V} / \partial x = \partial \bar{W} / \partial x = 0$ 、 $\partial k / \partial x = \partial \varepsilon / \partial x = 0$ とした。

初期条件としては、全域で流速をゼロとし、 k, ε については無視出来るほど十分に小さい値を与え、流れが定常状態に至るまで計算を行った。

Case 1については、ANKモデルと比較するため、標準k-εモデルで取水口部の計算も併せて行った。取水口部の

解析格子数は約40,000要素とした。

(4) 格子ひずみ度

非構造格子を用いた一般座標系格子は、解析結果の格子依存性があることが従来から指摘されている（例えば、熊谷ら⁴⁾）。格子ひずみの大きさをあらわすパラメータとして、3次元の場合における格子ひずみ度 γ を式 (15) で定義する。

$$\gamma = \left| \cos \left(\begin{matrix} \rightarrow \\ e_1, e_2 \end{matrix} \right) \right| + \left| \cos \left(\begin{matrix} \rightarrow \\ e_1, e_3 \end{matrix} \right) \right| + \left| \cos \left(\begin{matrix} \rightarrow \\ e_2, e_3 \end{matrix} \right) \right| \quad (15)$$

ここで、 $\begin{matrix} \rightarrow \\ e_1, e_2, e_3 \end{matrix}$ は図-6に示すように一般座標系における単位ベクトルである。図-6の左に示す2次元セルを用いて格子ひずみ度 γ について説明する。図-6の左に示す通り、格子ひずみ度 γ は、辺 f, i と辺 e, g の中点を結んだ線上に位置する単位ベクトル $\begin{matrix} \rightarrow \\ e_1, e_2 \end{matrix}$ の内積の絶対値である。直交格子ではこの値が0となる。格子のひずみが大きい時には、この値が大きくなり、最大で1.0に近づく。3次元の場合、向かい合う面上の重心同士を結んだ線上に位置する単位ベクトル $\begin{matrix} \rightarrow \\ e_1, e_2, e_3 \end{matrix}$ の内積の絶対値である。

今回、格子ひずみ度 γ を解析格子系全体で低減させるため、格子トポロジーは導流壁周囲をO型格子、それ以外をL型格子の組み合わせとした。

その結果、取水路部については、著者ら⁷⁾が提案した指針、すなわち、 $\gamma < 20$ の領域において $\gamma < 0.7$ を満たす解析格子となった。

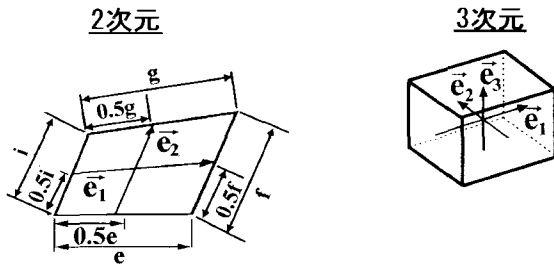


図-6 格子ひずみ度 γ

3. 計算結果

計算結果の評価は、実験結果と比較することで実施し、比較検討項目としては、①流速分布形状、②最大流速発生位置、③はく離領域発生位置、④コアンダ効果、⑤流量配分、⑥最大流速である。

(1) 流量配分

取水路の流量配分結果における実験と計算の比較を表-2, 3に示す。Case 1の実験結果とANKモデルを用いた計算結果を比較し、流量配分の差は、最大で6.1%、最小で1.9%、平均で4.0%となった。Case 1の実験結果と標準k-εモデルを用いた計算結果を比較し、流量配分の差は、最大で6.8%、最小で0.5%、平均で3.7%となり、流量配分結果に関しては、ANKモデルと標準k-εモデルは、ほぼ同等の

結果となったが、これは、流入条件は、同一なものを使用していることと、流入口～導流壁挿入位置が近接しており、ANKモデルと標準k-εモデルの計算結果の差が小さいのが原因と考えられる。

表-2 流量配分結果 (Case 1) 単位(%)

	Case 1					
	実験(1)	標準k-εモデル(2)	(1)-(2)	実験(1)	ANKモデル(3)	(1)-(3)
L2	16.4	19.3	2.9	16.4	20.8	4.4
L1	33.7	26.9	6.8	33.7	27.6	6.1
R1	30.3	29.8	0.5	30.3	28.4	1.9
R2	19.6	24.0	4.4	19.6	23.2	3.6
平均			3.7			4.0

表-3 流量配分結果 (Case 2) 単位(%)

	Case 2		
	実験(1)	ANKモデル(3)	(1)-(3)
L2	22.3	25.7	3.4
L1	24.1	21.7	2.4
R1	28.0	27.7	0.3
R2	25.6	24.9	0.7
平均			1.7

Case 2の実験結果とANKモデルを比較した結果、流量配分の差は、最大で3.4%、最小で0.3%、平均で1.7%となり、Case 1より良好な結果を得られた。ANKモデルを用いた計算により、取水路の流量配分は、約5%以内の誤差で計算可能と考えられる。

(2) 流速分布

取水口内の流れは、水路幅が漸拡しており、逆圧力勾配のため壁面で流れがはく離し、逆流域が生じやすい。漸拡の程度が大きい場合、コアンダ効果により流れが一方の壁面に沿って流れるため、通水能力が低下することとなる。

図-7にCase 1, 2の取水口入口部における流速の実験結果を示す。横軸は水路幅 a 、縦軸は水路高 h で無次元化した。図-7より $U_r < 0 \text{ m/s}$ の流速値が存在し、水路内で逆圧力勾配のために壁面で境界層がはく離している。最大流速の発生位置は、Case 1の全断面において上下に偏心しているもの、左右の偏心はあまり見られない。一方、Case 2は、上下の偏心の他に左右の偏心が見られる。特にL2, R2断面において最大流速発生位置が水路中央寄りに偏心している。Case 2は、Case 1と比較してL2, R2の通水量が多く、導水路断面からL2, R2断面にかけて平面的な曲がりや水路幅の漸拡により、流れが左右に偏流しやすいと考えられる。実験データを補間して求められた流速分布形状より、Case 1, 2の全断面において、コアンダ効果が発生しているのは明らかである。Case 1よりCase 2の方がコアンダ効果は大きく、特にCase 2のL2, R2断面においてコアンダ効果による偏流の程度が大きい。

Case 1, 2の取水口入口部における流速の計算結果を図-8

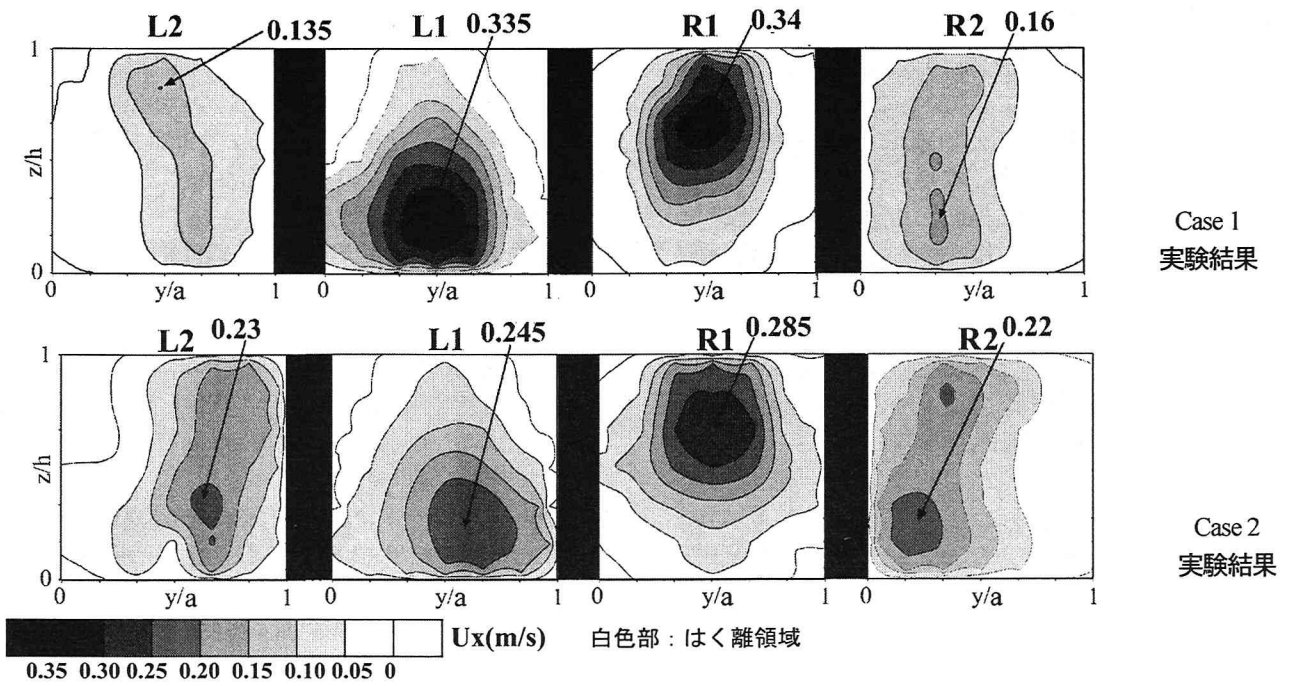


図-7 実験結果

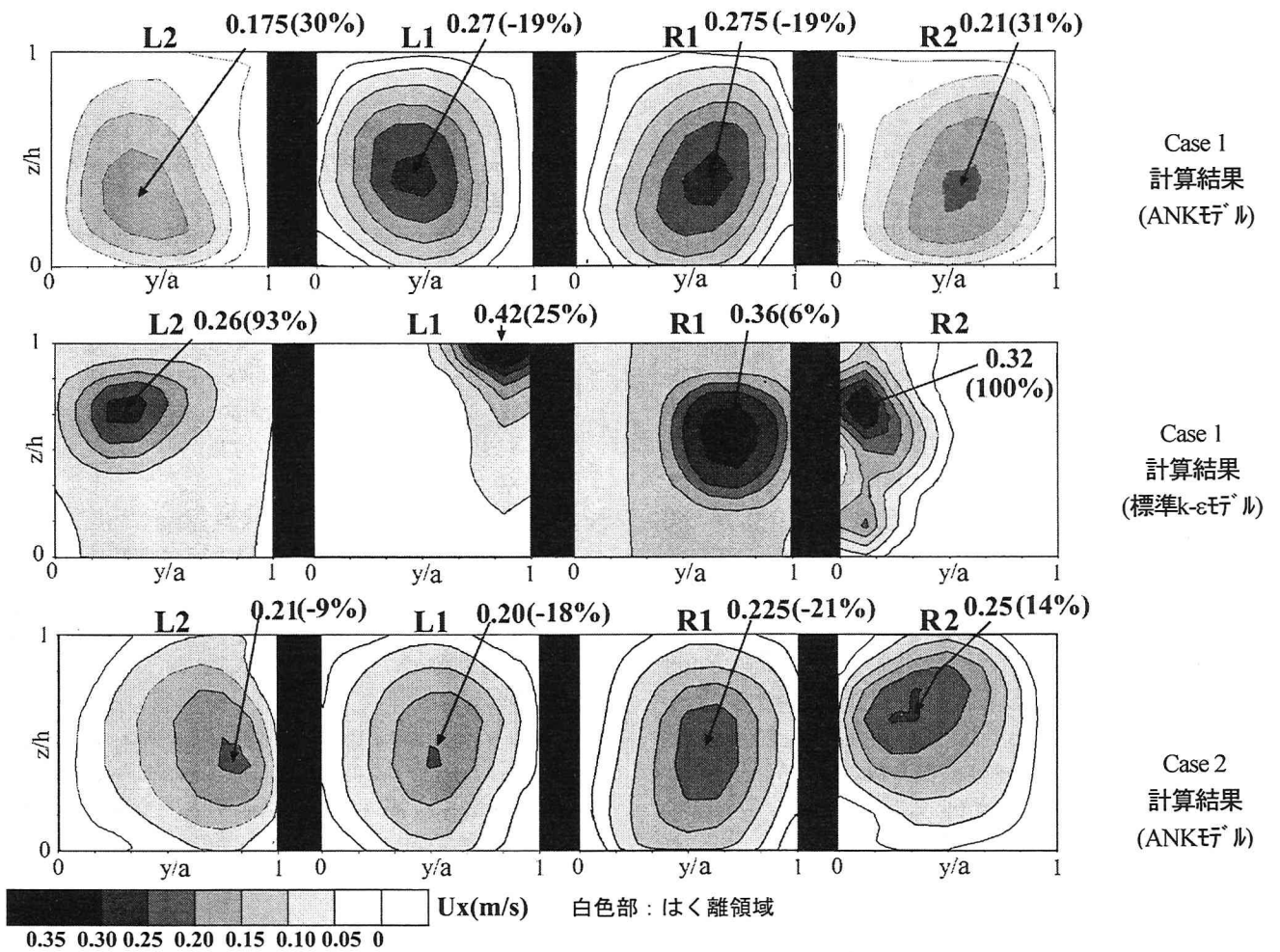


図-8 計算結果

に示す。横軸は水路幅 a 、縦軸は水路高 h で無次元化した。ANKモデルにより計算されたCase 1の結果は、最大流速位置の上下の偏心は再現されていないものの、はく離領域が計算されており、流速分布形状は良好に再現されている。最大流速は、実験結果と比較して-20~30%の差で計算された。摩擦速度 U_t を用いないANKモデルは、最大流速こそ実験との差はあるものの、複雑形状においても流速分布形状およびはく離領域の再現性が良好である。

標準 $k-\epsilon$ モデルにより計算されたCase 1の結果は、流速分布形状が異なる結果となった。最大流速は、実験結果と比較して最大100%の差で計算され、ANKモデルと比較して劣る結果となった。漸拡する水路内ではく離が生じている場合、熊谷ら^{3) 4)}による既往の結果と同様、計算結果は実験結果を良好に再現しなかった。

ANKモデルにより計算されたCase 2の結果は、Case 1同様、最大流速位置の上下の偏心は再現されていないものの、流速分布形状は良好に再現した。L2, R2において、Case 2は、Case 1よりコアンダ効果に伴う偏流の程度が大きい、解析結果もCase 1よりCase 2の方が左右の偏流の程度が大きくなった。はく離領域は、計算により再現されている。最大流速は、実験結果と比較して-20~15%の差で計算された。

これらの結果より、標準 $k-\epsilon$ モデルで良好に再現できなかったはく離を伴う漸拡取水路流れについて、ANKモデルを用いることにより、再現することが可能になった。

(3) 設計への適用

ANKモデルを用いて得られた結果の設計への適用について考察する。

例えば、揚水発電所の取水口前面に設置するスクリーンは、カルマン渦の共振振動による破損防止のため、水理模型実験で得られる最大流速に基づき構造設計を行う。実験で得られる最大流速は、プロペラ流速計や電磁流速計で60秒程度計測されたデータの平均値で、±50%程度の時系列的な変動⁸⁾を有する。そのため、設計に使用する場合においては、実験の流速の時系列的な変動を考慮し、実験で得られる最大流速の1.5倍以上⁸⁾の値を用いている。ANKモデルを用いて計算された結果は、最大流速の誤差は-20~30%程度であり、実験で得られる最大流速の±50%の変動内に収まっており、流量配分の誤差も5%程度で、流速分布形状の再現性も良好であることから、設計で使用することが可能であると判断される。ただし、最大流速を20%程度過小に評価するため、危険側の設計の懸念があることから、実施設計においては十分な精度とはいえないが、その手前の基本設計においては、十分使用に耐えられると判断される。

4. 結論

取水口部に標準 $k-\epsilon$ モデルを用いた計算結果とANKモデルを用いた計算結果を比較した結果、次の結論が得られた。

- (1) 流量配分結果において、標準 $k-\epsilon$ モデルを用いた計算とANKモデルを用いた計算について実験結果と比較した。ANKモデルは、標準 $k-\epsilon$ モデルを用いた計算とほぼ同等な結果が得られた。Case 1, 2において、ANKモデルと実験結果との差は0.3%~6.1%となり、平均では2.9%となった。
- (2) ANKモデルを用いた場合、管路隅角部におけるはく離領域が計算されており、コアンダ効果による偏流も再現されていることから、流速分布形状の再現性は良好である。ただし、上下の偏心の再現は出来なかった。
- (3) ANKモデルを用いた計算では、実験結果と比較して最大流速は約30%の差となった断面は存在するものの、実験結果との差は概ね20~15%となった。
- (4) 標準 $k-\epsilon$ モデルを用いた場合、流量配分はANKモデルとほぼ同様な結果を得られるが、最大流速はANKモデルより劣る結果となった。流速分布形状、最大流速の出現位置について実験結果を再現せず、特にはく離領域の分布形状は実験結果と異なった。
- (5) ANKモデルを用いた流速分布形状、最大流速発生位置、はく離領域発生位置、コアンダ効果による偏流の大きさ、流量配分、最大流速について実験との比較検討した結果、基本設計への反映は十分可能である。

参考文献

- 1) Kumagai, Y.: Research on the application of numerical simulation in water channel design, 27th IAHR Congress, Proceedings of Theme B, pp.767-772, 1997.
- 2) Launder, B. E. and Spalding, D. B.: The numerical computation of turbulent flow, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 3, pp.269-289, 1974.
- 3) 熊谷 洋・佐々木牧夫・三瓶隆雄: 取水路内流況の数値解析と実験結果の比較, *水工学論文集*, 第40巻, pp.675-680, 1996.
- 4) 熊谷 洋・小田桐悦郎: 発電所取水路内流況予測におけるシミュレーション結果の信頼性, *水工学論文集*, 第43巻, pp.100-105, 1999.
- 5) 安倍賢一・長野靖尚・近藤継男: はく離・再付着を伴う乱流場への適用を考慮した $k-\epsilon$ モデル, *機械学会論文集(B編)*, Vol.58, No.554, pp.3003-3010, 1992.
- 6) 杉山 均・秋山光庸・八鍬喜規・若山英樹: だ円断面管路内の三次元乱流実験解析, *機械学会論文集(B編)*, Vol.60, No.571, pp.842-848, 1994.
- 7) Kumagai, Y. and Tanaka, H.: Study on grid dependence of numerical simulation for circular pipe flow using low-Reynolds number $k-\epsilon$ model, 29th IAHR Congress, Proceedings of Theme D, pp.552-558, 2001.
- 8) 福原華一: 第二沼沢発電所取水口の水利設計の検討, 電力中央研究所報告, 依頼報告 : 379554, pp.1-8, 1979.

(2001. 10. 1受付)