

角端型流入口を有する急勾配管路における 管・開水路遷移と履歴特性

HYSTERESES AND TRANSIENT PHENOMENA IN A STEEP CIRCULAR CONDUIT WITH A SHARP EDGED INLET

宇井正和
Masakazu UI

正会員 工博 東京都立大学助手 工学部土木工学科 (〒 192-03 八王子市南大沢 1-1)

Construction of underground big rivers for peak cut of runoff forces researchers to investigate the problems of unsteady flow in a conduit at a heavy rain storm and improve the analytical methods for the flow. The important problem in this flow lies in transient phenomena between part-full and full flow, which have been reported by author to be strongly related with the shape of pipe inlet. But the effects and the transient properties are not incorporated sufficiently in the analytical methods. In this paper, the transient properties are investigated according to the hysteresis of the relation between head water level and discharge, and a hydraulic model is proposed to simulate the transient flow in the conduit.

Key Words : transient flow, pipe flow, inlet flow, air pocket

1. 緒論

豪雨時における都市河川のピークカットを目的とした大型地下河川が多くの大都市で構築されている。これらの管渠では流れが常に満管あるいは満管近くの水深で流れることが想定されるため、常に管・開水路相互の遷移現象や、内部に閉じこめられるエアポケットの挙動がその管路の疎通に影響を及ぼす。しかし、管・開水路遷移に関して、それが何時、何処でどのように発生するののかの水理学的説明はなされていない。

下水管渠を対象とした管路内流れの解析法は幾つか提案されているが^{1),2)}、その遷移特性を考慮した方法は殆ど見あたらない。そして、これらの遷移やエアポケットの処理の複雑さを回避するために、Preissmannらの提案するスロットモデル³⁾を利用することが多い。しかしこのスロットモデルは、管頂に幅の狭い水路を仮定し管路内被圧をその水路内での水位として扱うため、管路流れの特徴であるエアポケットや負圧の発生を十分に説明できない欠点を有するものである。

筆者は急勾配円形管路での管・開水路遷移が管口形状と密接に関係していることを多くの実験を通して確認し、報告してきた^{4),5)}。

管口形状の管内流への影響に関する研究としては1950年代の米国におけるカルバート内の流況問題が上げら

れる。これらはフリーウェイの建設に際し多くのカルバートが必要になったが、管口形状の影響のため流入水位を上げても管内を満管流にすることが出来ず、明確な設計水路断面が得られなかったことによる。解決案として管口断面を斜めにした”hood-inlet”⁶⁾が考案されたが、管口形状と遷移現象については未解決のまま残された。近年諸外国でも都市化の拡大に伴い雨水排水の問題が生じ、下水管渠内の流れの研究が進められているものの、管・開水路遷移に関しては十分な検討が為されているとはいえない。

ここでは、実際によく見られる角端型流入口の付いた急勾配管路を用い、流入水位が上昇あるいは下降するにつれて管路内が満管や開水路流れへと遷移する現象を実験を通して体系的に整理すると共に、その解析上での水理モデルを提案するものである。

筆者は既往の論文^{4),5)}において、角端型流入口を有する急勾配管路における流入水位と管内流量との関係が図-1(1/50 管路勾配)のような履歴特性を有することを報告してきた。ここで流入水位とは管路上流側の整流水槽水位(E)であり、管内流量(Q)はその水位によって管路の中へ供給される流量である。図中のA,B,C,~Fは履歴特性の中で流況が変化する点を示している。

図-1の履歴特性によって管内流況を考察する。流入

水位が低いときは管口部は開水路状態で流入し、管口が閉塞されるのはB点に達した時である。しかし、流入水位が管径の数倍の高さでも管路内は開水路状態で流れ、C点に至って初めて全管が満管流になるが、同時に流入水位はD点まで下がる。満管になった後は水位がE点に至るまで満管流れの状態を維持し、E点で漸く管口からエアーの連行が始まる。E点での水位は極めて低く、 E/d は1.2~1.3程度である。E点からF点までは管路の中にエアーポケットが成長し、管路は開水路流れと見なしう程になるが、管路全体が完全に開水路流れ(F)になると、流入水位が急に $E/d=0.3 \sim 0.4$ も上昇して再びAC曲線上(G)に移り、エアーポケットの存在効果の大きいことが示される。

これらの履歴特性の中で、区間ABは管口部で限界水深をとるものと考えられるので、その条件式から流入水位と管内流量との関係が導かれ、また管内流況もS2で変化することが分かる。区間DEは管路系全体が満管状態で流れているため、動水勾配や管路の摩擦損失係数を与えることによって流入水位と管内流量との関係は容易に導くことが出来る。しかし、区間BCは開水路流れから管路流れへ、また区間EFはその逆の遷移の生ずる区間であり、流れに対する管路としての特性が明確に顕れる領域である。

ここでは急勾配管路における管・開水路遷移が流入水位と管内流量との履歴特性をもたらすものと認識し、その過程における管路への流入状況が管口近傍で最小水位を取るという水理モデルを想定し、そこから導かれる結果と実験結果とを比較し、モデルの有効性を検討するものである。

2. 管・開水路遷移過程についての実験的説明

角端型流入口をもつ急勾配管路では等流状態を維持しながら全体的に満管流になるのでもなく又開水路流

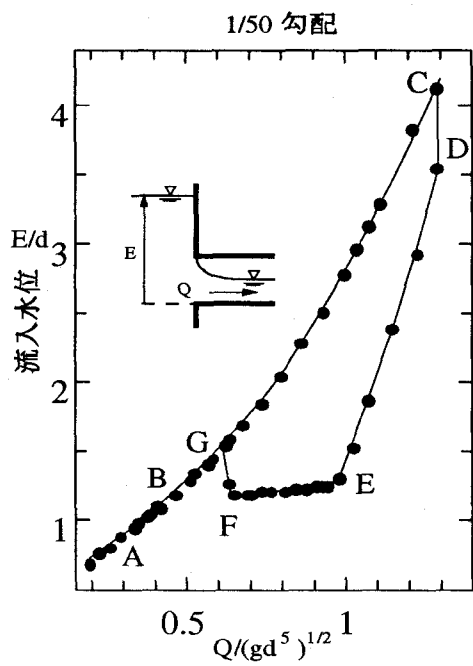


図-1：履歴特性

れになるのではない。これはLi⁷⁾らが実験的に示した“水面の不安定性”に従って満管になるものと考えている。Liらの論文にもその水面形が図示されているが、筆者の観察した遷移の過程を図-2,3に示す。これらの遷移現象は内径10cm、長さ14mの亚克力製管路に、三角堰からの既知流量を整流水槽を通して定常的に変化させながら計測したものである。

2.1 管路勾配1/90での遷移状況

図-2,3は管路勾配1/90と殆ど緩勾配と言える1/200における、管・開水路遷移状況である。管口部は左端であり、空気の部分をはッチし水流と区別している。水面形についている数字は流量を変化させた回数であり、回数を追うことによって、水面形の変化を表した。図-2(a)での水面は既に11~12ステップ後の流量に対応したものであり、等流水深は $h/d=0.7 \sim 0.8$ 程度であるものの、流入水位は管径の倍以上の高さである。この段階では

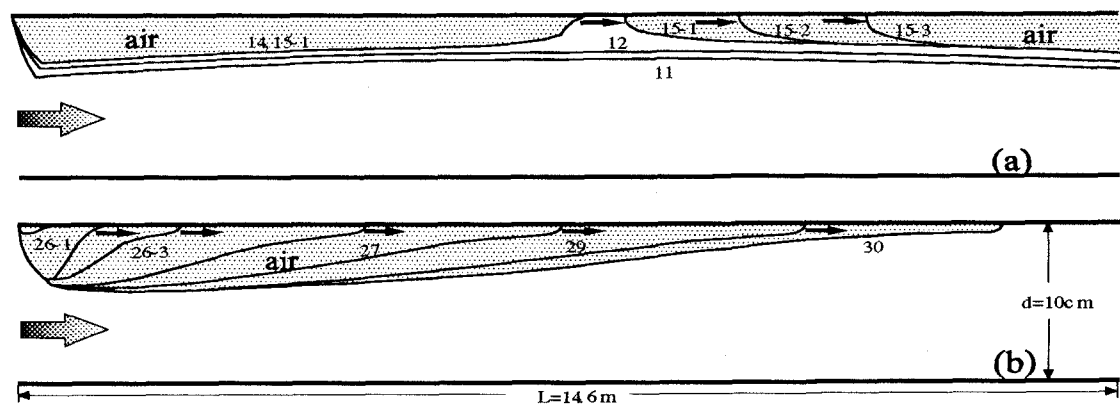


図-2：遷移過程 1/90 (a) 管路流れへ、(b) 開水路流れへ

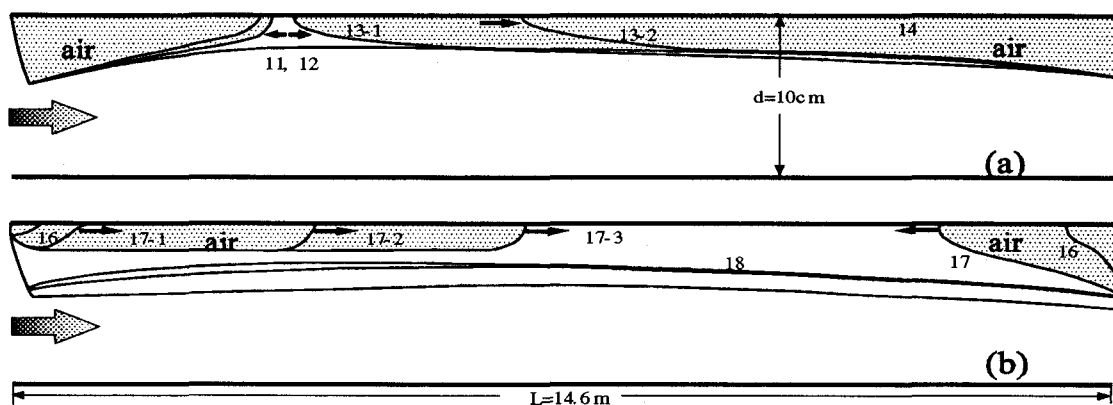


図-3：遷移過程 1/200 (a) 管路流れへ、(b) 開水路流れへ

管口部で生ずる最小水位に僅かの変化が見える。しかし、14 番の水面から管路中央辺りの水面に不安定が生じ、管頂に接触するようになる。するとそこに生じた満管流の部分は下流側へと伸びていき、流量の増加を待たずに管路下流端まで満管状態にする。上流側に閉じこめられたエアと管・開水路境界面は明確な跳水状態と見なすことが出来る。そのエアは管口からは抜け出すことができず、跳水に巻き込まれながら管頂に沿って泡状で排出されていく。このエアを排出して全管を満管状態にするには更なる流量の増加が必要である。完了したのは 19 ステップ後であった。

図-2(b) は流入水位が降下して管口からエアが連行され、管内にエアポケットを発達させながら全管が開水路状態になるまでを示す。管口からエアが入り始めたのはステップ 26 の時で、管口近傍の水槽水面は引き込まれるように低下し、管口部直下には小さなエアポケットが発生する。これは供給水量の僅かな減少に対しても大きく伸長する。図においても 2~3 ステップ後には管口から 7m~10m まだがほとんど開水路状態となり、30 ステップにおいては完全に開水路流れに移行する。この遷移過程では管口部での最小水位がほとんど同じ値 ($h/d \sim 0.6$) を維持していることが特徴である。それより下流側の水位は S3 の水面形にそって増すものと予想され、ステップ 31 における下流端水位は管頂より僅かに低いだけである。

2.2 管路勾配 1/200 での遷移状況

図-3 (a),(b) に緩勾配に極めて近い管路での遷移状況を示す。1/90 勾配と異なるのは水面の不安定の生ずる位置が管口から約 3m であり、かなり上流側で発生していることである。水面が管頂に接触すると満管状態はわずかな供給流量の増加で下流へと進んでいく。ここでの最小水位は流量変化に対し一定値を保つようにも見える。供給流量が減少し管口からエアが連行されるのは流入水位が $1.2d$ 辺りであり、それに伴うエアポケットの大きさは管路中央辺りまで伸長するが、同

時に管路下流側からもキャビティが進入する ((b) 図参照)。緩勾配管路の場合には管口からのエアの連行以前に下流端からキャビティの溯上が始まるが、満管流で流しうる動水勾配との関係が要因と考えている。

3. 遷移領域における水理モデル

3.1 区間 BC への水理モデルの適用

以上のような流況観察に基づき、区間 BC および EF、即ち管・開水路遷移過程では最小水位の仮定が想定された。整流水槽からの流れは管口近傍で最小水位をとるものとし、そこでは管口から流入してきた流れが一様となり、水面が管路と平行な最小流水断面をとる。したがってそれより下流側では、その最小水位を初期水位とした S3 型の不等流水面形が構成される (図-4 参照)。

まず整流水槽から管路への流入はスルースゲートからの噴流の形を取る。最小水位の位置は管口の近傍であり、水流の運動に対して管路勾配や管路壁面からの摩擦抵抗は小さく無視できるものとする。したがって、整流水槽水面と最小水位水面との間にベルヌイの式が適用できる。

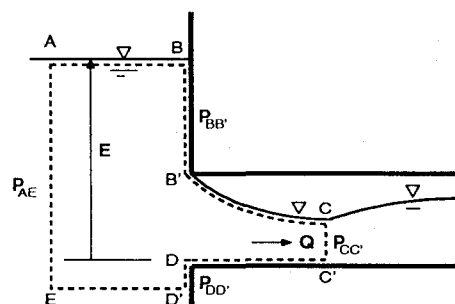


図-4：管口での流況と検査面

$$E = (\alpha + f_e) \frac{v_c^2}{2g} + \eta_c + \frac{p_a}{\rho g} = (\alpha + f_e) \frac{Q^2}{2gA_c^2} + \eta_c + \frac{p_a}{\rho g} \quad (1)$$

ここでは整流水槽水位を管口底部からの水位としているため E で表す。 η_c 、 v_c 、 A_c は最小水位断面 C での

水位と平均流速と流水断面積であり、又 A は管路断面積である。 p_a は C 水面上の空気圧である。 α はエネルギー補正係数であるが、 f_e は管口近傍における流れの複雑さを単純化したことに対する補正係数であり、実験との比較によって検討する。

次に、図中の点線で示すような検査面を考えて運動量の式を適応させる。断面 AE での平均流速を v_{AE} 、そこに作用する全水圧を P_{AE} と表す。又断面 BB', CC', DD' に作用する全水圧もそれぞれ $P_{BB'}$, $P_{DD'}$, $P_{CC'}$ と表すと、運動量の式は以下ようになる。

$$\rho Q(v_c - v_{AE}) = P_{AE} - P_{BB'} - P_{DD'} - P_{CC'} - p_a A \tag{2}$$

断面 AE に作用する全水圧は、壁面 BB' および DD' へも静水圧分布が作用しているものと仮定すると、ちょうど管路断面 B'D に作用する圧力のみが残る。即ち、

$$P_{AE} - P_{BB'} - P_{DD'} = \rho g A (E - d/2)$$

$$v_{AE} \approx 0 \text{ とみなせるから,}$$

$$\rho Q v_c = \rho g A \left(E - \frac{d}{2} - \frac{p_a}{\rho g} \right) - P_{CC'} \tag{3}$$

式 (1) および式 (3) は管口が閉塞された時の管内流量と流入水深を結ぶ方程式であり、その特徴を検討する。両式から E を消去し、 $P_{cc'}$ を P_c と書き直すと、

$$\rho \frac{Q^2}{A_c^2} = \rho g A \left(\eta_c - \frac{d}{2} + (\alpha + f_e) \frac{Q^2}{2gA_c^2} \right) - P_c$$

両辺を $\rho g A$ で割ると、次式のように整理できる。

$$\eta_c + \frac{\alpha Q^2}{2gA_c^2} - \frac{Q^2}{gAA_c} - \frac{P_c}{\rho g A} = \frac{d}{2} \tag{4}$$

式 (4) において、 A_c および P_c は水深 η_c の関数であるから、 Q を与えることによって上式を満たす最小水位 η_c を求めることができる。

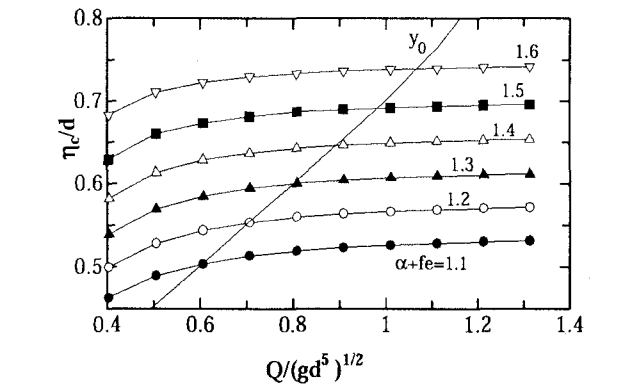


図-5：最小水位と流量

図-5 は係数 $\alpha + f_e$ の値を種々変化させたときの流量と最小水位との関係である。図から、流量の変化に対して最小水位の変化は単調であり又微小と言える。し

かし係数 $\alpha + f_e$ による効果は大きく、それが 1.1 ~ 1.6 へ変化するとき、 η_c/d は 0.2 以上の差が生じている。図中の斜めの実線は 1/50 管路勾配での等流水深を表している。管路において最小水位より下流側の水面が等流水深へ漸近するならば、最小水位は対応する等流水深より小さくしなければならず、有効流量範囲を決めるための条件となる。 η_c を (1) 式へ代入すると、流量 Q と水槽水位 E との関係が得られる。この時管内圧 p_a に関しては、区間 BC が C 点近傍を除いてほとんど開水路的に流れているため、 $p_a \sim 0$ と見なした。

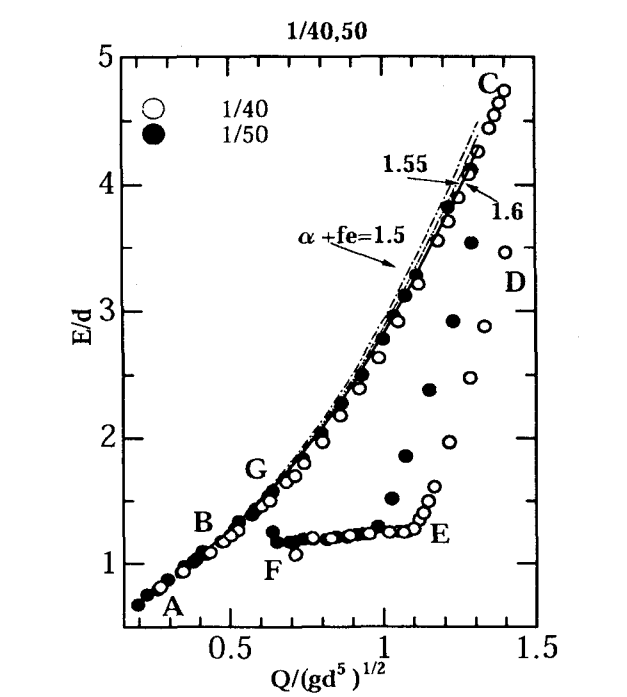


図-6：区間 BC における E-Q 曲線

図-6 は $E-Q$ 関係を勾配 1/40 と 1/50 の実測値と共に図示したものである。 $E-Q$ 曲線は $\alpha + f_e$ が増すと共に右側に傾き、 $\alpha + f_e = 1.6$ の場合に最も実験結果と合致する。図中 C 点の近傍は管路端から満管流れが上流に向かって遡上している領域であるが、この近くでも実測値との良好な一致が得られるのは式 (1) および式 (3) が被圧状態でも有効であることを証明している。

3.2 区間 EF への水理モデルの適用

区間 EF は連行されたエアープocketと満管流の共存する領域である。この区間での管口部への流入は図-7の管口部近傍の流況のように、BC 区間とは異なり水槽水面が管口へ吸い込まれるように低下し、限界水深を経て流入するよう見える。しかし、ここでも水面は BC 区間と同様に最小水位を取り、その後 S3 の不等流水面形にそって変化するものと考える。下流側の満管流れへは、S3 で変化している水面が途中で跳水して出来るものとした。水槽上の水面 A 点と最小水位との間

にベルヌイの式を適用すると、

$$E + \frac{v_A^2}{2g} = \eta_c + (\alpha + f_e) \frac{v_c^2}{2g} + \frac{p_a}{\rho g} \quad (5)$$

また、図-4 の点線で囲まれた区間と同様に運動量の式を適用すると、次式が得られる。

$$\rho Q(v_c - v_A) = P_A - P_c - \frac{p_a}{\rho g} A$$

ここで、 $P_A = \rho g A(E - d/2)$ とし、水槽水面上の A 点での流水断面積 A_A は C 点での断面積 A_c より十分大きいと仮定すると、 $v_A < v_c$ となり v_A を省略できる。これらの式は履歴曲線 BC での方程式と同じであるため、最小水位に関する式 (4) と同じ次式が導かれる。

$$\eta_c + \left(\alpha + f_e - 2 \frac{A_c}{A} \right) \frac{Q^2}{2gA_c^2} - \frac{P_c}{\rho g A} = \frac{d}{2}$$

この式から得られる最小水位は図-5 と同じであるから η_c を (5) 式へ代入すれば、流入水位 E と流量 Q との関係が得られる。しかし管内圧 p_a が未定のままである。

次に、この管内圧 p_a の算定を行う。

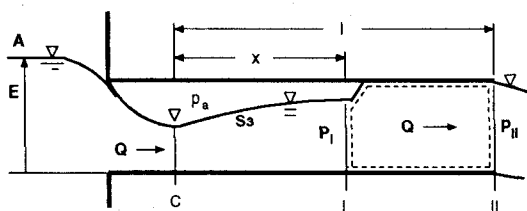


図-7: 区間 EF における流況と検査面

履歴曲線 (図-1) において、同じ流量に対する BC 曲線と EF 曲線の水頭差に注目する。そして、この差が管内圧によるものと考え、それを流れの運動エネルギーに対応させて図示したのが図-8 である。図からわかるように、この空気圧 ($p_a/\rho g d$) と運動エネルギー ($v^2/2gd$) との関係は、ある点で頭打ちになるまでは直線的に変化していることが分かる。最小自乗法を用いて管内空気圧を以下のように表した。

$$\frac{p_a}{\rho g d} = -2.5 \frac{v^2}{2gd} + 0.5 \quad (6)$$

この管内圧を式 (5) に代入すると E と Q の関係が得られるが、実験による EF 曲線と比較してその妥当性を考察する。係数 $\alpha + f_e$ の値をパラメータとした E と Q の関係は図-9 中に示された細線群である。実測結果と良く合致するのは係数 $\alpha + f_e = 1.6$ の場合である事が

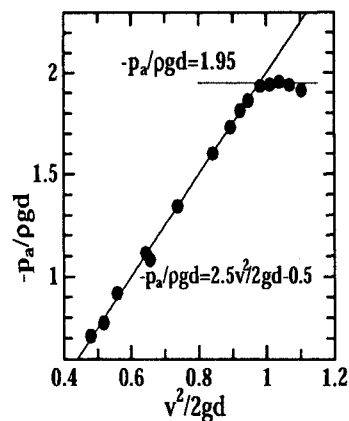


図-8: 管内圧力

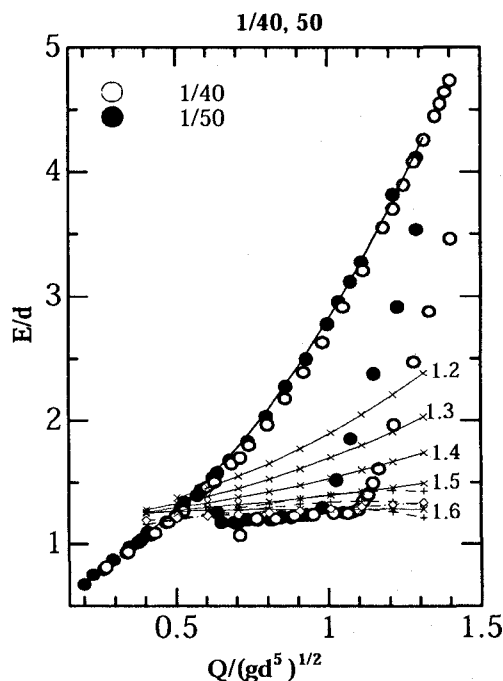


図-9: 区間 EF における E-Q 曲線

わかる。このモデルによる結果は $\alpha + f_e$ が増加するに従い $E-Q$ 曲線の勾配が緩やかになり、流量が減少するに伴いそれらの曲線が一点から発するように収束し、EF 曲線の特徴と一致することである。

4. 跳水の位置

流入水位と流量との関係は管口での流況から得られたが、それらは管路勾配等の管路特性に依存していない。ここでは、管路の物理的条件に依存するエアボケットの大きさがどのように決まるかを考察する。

最小水位 η_c から被圧部までの水面は等流水深へ漸近する不等流水面形の S3 と考えられる。したがって、S3 に沿って変化していく水面形のどこで跳水し、満管流の長さがどのように決まるかが問題となる。図-7 のように、跳水直前と管路端を断面 I および II とした検査面を考え、そこでの運動量の保存式を適用してみる。断面 I での水深を y_1 とし、そこに作用する全水圧を P_1

で表す。 v_1, v_2 を各断面での流速とすれば、次式が成立する。

$$\rho Q(v_2-v_1) = P_1+A_2p_a-P_2+(\rho gA_2\sin\theta - \pi d\tau_0)(\ell-\chi) \tag{7}$$

ここで ℓ は支配断面 C から管路端までの長さであり、 χ は跳水位置までの長さ、 θ は管路勾配、 τ_0 は壁面摩擦応力である。断面 II における全水圧 P_2 は下流端が放流状態であるため"0"とした。ここで流れは準定常と考えているから $A_1v_1 = A_2v_2 = Q$ が成り立つ。式 (7) にこの連続式と、空気圧の関係式を代入すると次式が導ける。

$$\frac{Q^2}{gA_1A_2} + \frac{P_1}{\rho gA_2} + (\ell-\chi)(S_0-S_f) = (1+\frac{5}{4})\frac{Q^2}{gA_2^3} - 0.5d \tag{8}$$

ここで $\sin\theta = S_0$, $\frac{\pi d\tau_0}{\rho gA_2} = S_f$ であり、 A_2 は跳水後の被圧流れであるから管路断面積 A と等しい。又、 A_1 , P_1 および S_f は y_1 の関数である。跳水までの水面が S3 水面形に沿って変化しているものとすれば、跳水直前の水深 y_1 は断面 C からの距離 χ の関数であり、不等流水面形の次式から得られる。

$$\frac{dy}{d\chi} = \frac{S_0 - S_f}{1 - \frac{Q^2B}{gA^3}} \tag{9}$$

従って、適当な χ を与えて式 (8) と式 (9) が成立するようにできれば、その χ は跳水の位置を示すことになる。

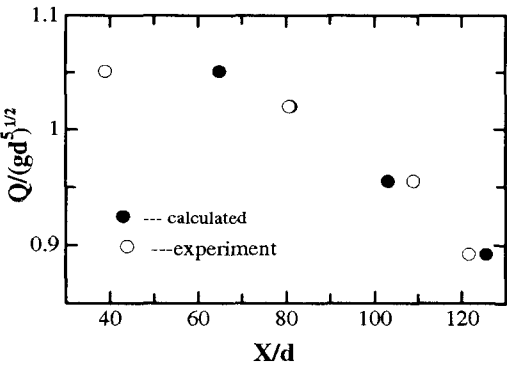


図-10：エアーポケットの長さ

このようにして求めた跳水の位置を図示したものが図-10 であり、同じ流量に対する実測値 (○ 印) と計算値 (● 印) をプロットしてある。流量が多い場合、即ちエアーポケットの長さが 60 以内では実測値との差が大きいが、それ以上に伸長し満管部分が管路下流側へ押されてくると両者に良い一致を見ることができる。

5. 結論

角端型流入口を有する急勾配管路における流入水位と管内流量の履歴特性を、管内流況が管口近傍で最小

水位を取るという水理モデルを仮定し、その有効性を検討した。

- 1) 開水路流れから管路流れへ遷移する (区間 BC) 領域では管内圧を $p_a = 0$ とし、ベルヌイの式と運動量の式から流入水位と管内流量との関係導びき、それらを実測結果と比較した。係数 $\alpha + f_e = 1.6$ を与えることによって良好な一致を見ることができた。 $\alpha = 1.1$ とすれば $f_e = 0.5$ となる。
- 2) 管水路から開水路流れへの遷移 (区間 EF) においては流入水位が極めて低いという特徴があるが、これを BC 曲線と EF 曲線の差に相当する管内圧によるものと考え、区間 BC の場合と同じ計算方法で実験結果との一致を得ることができた。
- 3) 運動エネルギー補正係数 α の他に f_e という補正係数を用いたが、結果的に角端型流入口での損失係数 0.5 と同じ値が得られた。しかし f_e の特性に付いてさらに検討する必要がある。
- 4) エアーポケットの発達に関しては満足できる結果とはいえない。跳水における共役水深と満管流れでの動水勾配等の検討が必要と考える。
- 5) 管口近傍で流れが最小水位を取るという水理モデルのみで、傾向が大きく異なる BC 曲線と EF 曲線をシミュレートできたことはこのモデルが遷移現象における重要な性質を含んでいるものと考えている。

参考文献

- 1) Song, C.C.S., Cardle, J.A. and Kim Sau Leung: Transient Mixed-Flow Models for Storm Sewers, ASCE, HY Vol.109, No.11, Nov.1983
- 2) Capart, H., Sillen, X. and Zech, Y.: Numerical and experimental water transients in sewer pipes, Journal of Hydraulic Research, Vol.35, pp659-716, 1997 No.5
- 3) Cunge, J.A., Holly, F.M. and Verweg, A.: Practical Aspects of Computational River Hydraulics, Pitman Advanced Publishing Program, 1980
- 4) 宇井正和, 安川 浩: 流入口形態による管内流況特性, 水理講演会論文集, Vol.37, pp.457-462, 1993
- 5) M. Ui and H. Yasukawa: Headwater level and discharge in a steep slope pipe, Proceeding of the Third International Conference on Hydrodynamics, pp.511-516, 1998
- 6) Blaisdell, F.W.: Hood inlet for closed conduit spillways, ASCE, Vol.86, No.HY5, pp7-31, May, 1960
- 7) Li, Wen-Hsiung and Patterson, C.C.: Free Outlets and Self-Priming Action of Culverts, ASCE, Vol.82, No.HY3, June, pp1009-1-1009-21, 1956

(2001. 10. 1 受付)