

定常自由表面流中の正角柱に働く流体力

HYDRODYNAMIC FORCE EXERTING ON A SQUARE PILLAR IN STEADY FREE SURFACE SHEAR FLOWS

秋山 壽一郎¹・重枝 未玲²・小林 俊彦³・大田 和正³

Juichiro AKIYAMA, Mirei SHIGE-DA, Toshihiko KOBAYASHI and Kazumasa OOTA

¹正会員 Ph.D 九州工業大学教授 工学部建設社会工学科 (〒804-8550北九州市戸畑区仙水町1-1)

²学生員 修士 (工) 九州工業大学大学院 工学研究科博士後期課程 (同上)

³学生員 学士 (工) 九州工業大学大学院 工学研究科博士前期課程 (同上)

Hydrodynamic force exerting on a square pillar placed in steady free surface shear flows were investigated experimentally. The angle of attack α of a square pillar and the ratio of channel width B/d (blockage-ratio) to pillar width were changed in the range of $0^\circ \sim 45^\circ$ and $3 \sim 30$, respectively. It is found that the drag coefficient C_d of a square pillar decreases with B/d in the range of $B/d=3 \sim 14$, and the values of C_d at a given α becomes constant when $B/d \geq 14$ when provided that the Reynolds number based on pillar size, namely $Re_d \geq 2.0 \times 10^4$. The values of C_d at a given α in a shear flow are different from those in uniform flow. Diagrams to describe the relationships between C_d and α as well as C_d and B/d are presented.

Key Words : drag coefficient, square pillar, angle of attack, steady free surface flow, blockage-effect

1. はじめに

流体中の物体や物体群に作用する流体力を取り扱った研究は、水理学のみならず風工学等の分野でも多数存在することは周知のとおりであり、代表的な物体形状の抵抗係数については教科書等でもまとめられている¹⁾。水理学の分野では、自由表面せん断流中に設置された非水没状態の単体の円柱あるいは円柱群に作用する流体力については、河道内に存在する橋脚や植生などを対象として、これまで研究が重ねられている^{2), 3), 4), 5), 6)}。一方、非水没状態の角柱あるいは角柱群については、洪水氾濫時に堤内地の家屋やビルあるいは防災樹林帯などを対象として、永井⁷⁾、高橋ら⁸⁾、栗城ら⁹⁾、福岡ら¹⁰⁾および著者ら¹¹⁾によって調べられている。しかし、角柱では円柱とは異なり迎角の影響があるため、それに関して得られる情報は極めて限られているのが実状である。また、一般に物体の抵抗係数がblockage-effectによって変化することは風工学ではよく知られた事実であるが¹²⁾、自由表面せん断流中で行われた既往の研究^{7), 8), 9), 10), 11)}では、必ずしもblockage-effect, つまり水路幅と物体の投影幅との比が抵抗係数に及ぼす影響について十分な注意が払われているわけではない。

角柱あるいは角柱群の抵抗係数の重要性は、必ずしも

特定の現象に限定されるものではないが、水理学の分野では上記の既往の研究例からも明らかのように、①洪水氾濫シミュレーションモデルにおいて家屋やビル群が洪水氾濫流の挙動に及ぼす影響を適正に評価できること¹⁰⁾、②それらが流れから受ける流体力を適正に評価できること⁸⁾、が洪水被害を最小化するための洪水氾濫管理や氾濫流制御にとって不可欠となるところにある。従って、これらの構造物の形状を最も単純化した角柱あるいは角柱群の抵抗係数がどのような値を取るのかについて明らかにすることは、極めて有用かつ重要である。

本研究は、このような背景を踏まえ、定常自由表面せん断流中に置かれた非水没状態の正角柱の迎角とblockage-ratioを系統的に変化させ、その抵抗係数について調べたものである。

2. 実験

底面にアクリル板 (マニングの粗度係数 $n=0.01$) を敷詰めた水路 (長さ20m, 幅0.6m, 水路床勾配 $I=1/1400$) 中に正角柱 (以下では、角柱と略称する) を図-1に示すように設置し、表-1に示す4通りの水理条件に対して表面流速の算定を行った。なお、表から明らかのように水路幅 B と水深 H の比 B/H は8.60~7.32の範囲である。また、

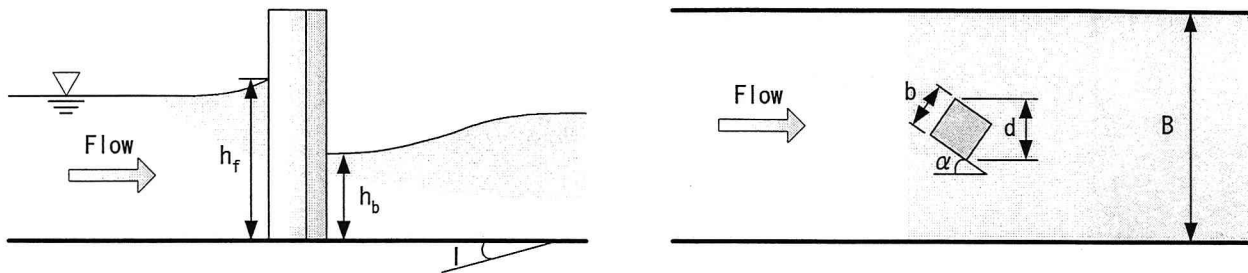


図-1 正角柱の配置状態

表-1 水理条件

	Case1	Case2	Case3	Case4
流量 Q (m ³ /s)	0.0203	0.0237	0.0277	0.0295
水深平均流速 V (m/s)	0.498	0.566	0.607	0.599
水深 H (m)	0.0710	0.0698	0.0762	0.0820
Reynolds数 Re	33500	39090	45780	48650
Froude数 Fr	0.571	0.684	0.702	0.669

表-2 迎角 α を変化させたときのblockage-ratio B/d と Reynolds数 Re_d の範囲

	角柱幅 b (m)	$\alpha=0^\circ$	$\alpha=15^\circ$	$\alpha=30^\circ$	$\alpha=45^\circ$
		B/d (Re_d 数の範囲)	B/d (Re_d 数の範囲)	B/d (Re_d 数の範囲)	B/d (Re_d 数の範囲)
Pattern1	0.02	30 (11206~12017)	24.49 (13725~14718)	21.96 (15308~16416)	21.21 (15848~16995)
Pattern2	0.03	20 (16809~18026)	16.33 (20587~22077)	14.64 (22962~24624)	14.14 (23772~25492)
Pattern3	0.04	15 (22412~24034)	12.25 (27449~29435)	10.98 (30616~32831)	10.61 (31696~33990)
Pattern4	0.06	10 (33619~36051)	8.16 (41174~44154)	7.32 (45924~49247)	7.07 (47544~50984)
Pattern5	0.12	5 (67237~72103)	4.08 (82348~88307)	3.66 (91848~98494)	3.54 (95085~101967)
Pattern6	0.20	3 (112062~120171)	2.45 (137247~147179)	2.20 (153080~164157)	2.12 (158480~169948)

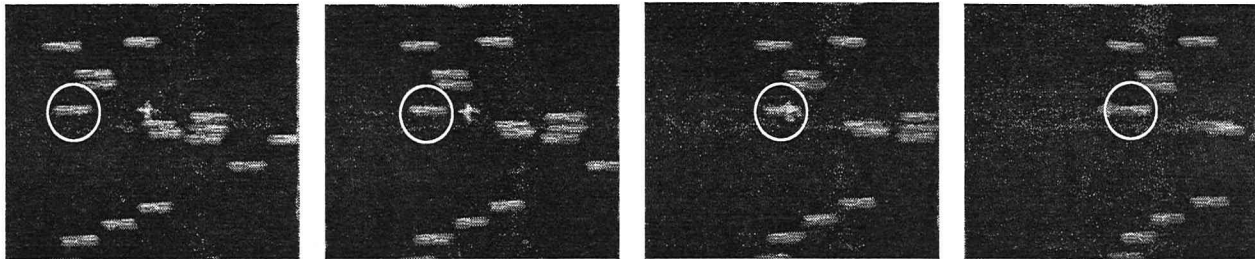


図-2 PTVによる表面流速 V_s の測定状況

表-1中のCase2, 3および4では角柱の迎角 α を 0° , 15° , 30° および 45° の4通りに、水路幅 B と角柱の投影幅 d との比であるblockage-ratio B/d を3~30の範囲で6通りに変化させ、これらの条件が角柱の抵抗係数に与える影響を調べた。 B/d と迎角 α の値および α と水理条件を変化させたときの角柱のReynolds数 Re_d ($=Vd/\nu$) の範囲を表-2に示す。ここに、 V =水深平均流速、 d =角柱の投影幅および ν =水の動粘性係数である。なお、流れは等流であり、角柱の高さは水深より大きい非水没状態である。また、用い

た実験水路には最大流量と水路幅の制約があるが、ここでは表-2のように角柱のサイズを変化させることで、 B/d が十分な範囲を取るように設定した。このため、 B/d を大きく設定すると最大流量の制限のため、実験で設定できる最大の Re_d 数に制約が生じる結果となっている。この制約条件と測定結果との関係については後述する。
測定内容は、角柱の前面と後面の水深 h_f と h_b 、水深方向の流速 u 、表面流速 V_s および抗力 D である。水深 h_f と h_b は、測定位置の角柱の前面および後面から0.005m離れた位置

で容量式波高計を用いて測定した。流速 u は、測定位置の角柱を取り除いた、その中心位置で底面より0.02mから鉛直方向に0.01m間隔で電磁流速計を用いて行った。なお、流速 u の分布を近似曲線で表し、それを積分することで水深平均流速 V を算定した。表面流速 V_s は、直径0.006mの多数の発泡スチロール球を多数投入し、CCDカメラで水路上部から撮影した図-2のような連続した4枚の画像より得られる発泡スチロール球の動きを追跡し、これをPTV解析することで求めた。抗力 D は、測定位置の角柱に2分力計（三計エンジニアリング製、定格容量：60N）を取り付け測定した。なお、サンプリング時間とサンプリング間隔は、それぞれ水深と流速については50秒と0.05秒、抗力については20秒と0.01秒である。いずれの測定についても同一条件下で5回行い、データの信頼性を高めた。

3. 実験結果

角柱に働く抗力 D は2分力計より直接求めることができる。福岡ら¹⁰⁾は、迎角 α が 0° の場合について角柱の前面と後面の圧力に静水圧分布を仮定し、その圧力差 ΔP ($=\rho g(h_f^2 - h_b^2)d/2$) から D を式(1)のように表すことができることを明らかにしている。ここに、 ρ =水の密度、 g =重力加速度であり、その他の諸量は既に図-1で定義してある。2分力計と圧力差より求められた抗力 D とを比較した結果が図-3である。これより両者は良く一致しており、迎角がある場合についても式(1)が良好に成立することがわかる。

$$D = \frac{\rho g (h_f^2 - h_b^2) d}{2} \quad (1)$$

図-4は、表-1に示されたCase1～4で得られた流速分布 u/u_* について検討を加えたものである。これより、 u/u_* が式(2)で与えられる滑面対数則¹³⁾にほぼ従っており、実験水路において等流の流れが良好に再現されていることがわかる。なお、摩擦速度の算定にはアクリル板のマニングの粗度係数である $n=0.01$ を用いている。

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{K} \cdot \ln \frac{u_* y}{\nu} + 5.3 \quad (2)$$

次に、式(2)の対数分布則とPTV解析から得られる表面流速値について比較検討を行った。この比較は本研究の内容と直接関連するものではないが、その目的は角柱のような物体群が複雑に配置されたような全体の流速場を算定する手段として、画像解析がどの程度有効であるかを確かめるためである。PTV解析と式(2)の対数分布則から算定した表面流速をそれぞれ V_{sp} と V_{su} のように添字 p と u を付して表示すると、得られた結果は $V_{sp}/V_{su}=1.0 \pm 0.035$ となり、 $V_{sp}/V_{su} \approx 1.0$ であることがわかる。これより、表面

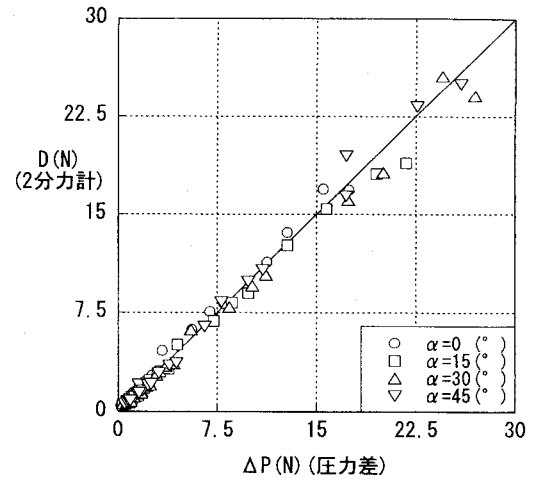


図-3 抗力 D の比較

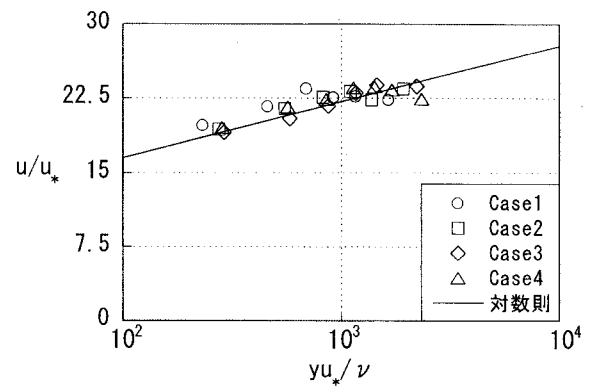


図-4 流速分布と対数則との比較

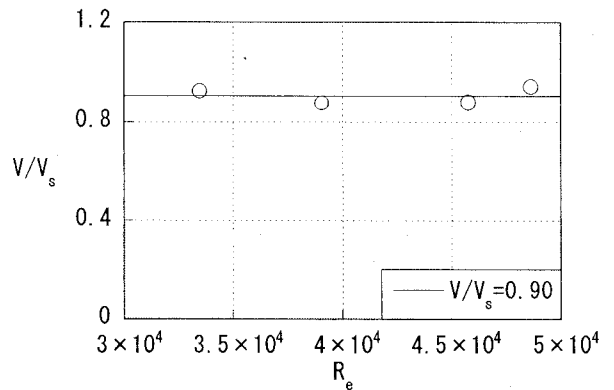


図-5 流速比 V/V_s と R_e との関係

流速の算定にあたって、直径0.006mの発泡スチロール球の動きに基づくPTV解析が信頼性があることが確認できる。 V_{sp} と V_{su} とは違いが認められないので、表面流速を V_s と表示すると、PTV解析に基づく V_s と対数分布則より得られる水深平均流速 V の関係は図-5のようになる。これより、若干のばらつきが認められるものの、Reynolds数 R_e とは無関係に $V/V_s \approx 0.90$ なる関係が成立することがわかる。ちなみに式(2)から得られる V/V_s の値は0.899である。

図-6は、 B/d を3～30の範囲で変化させたときの式(3)で

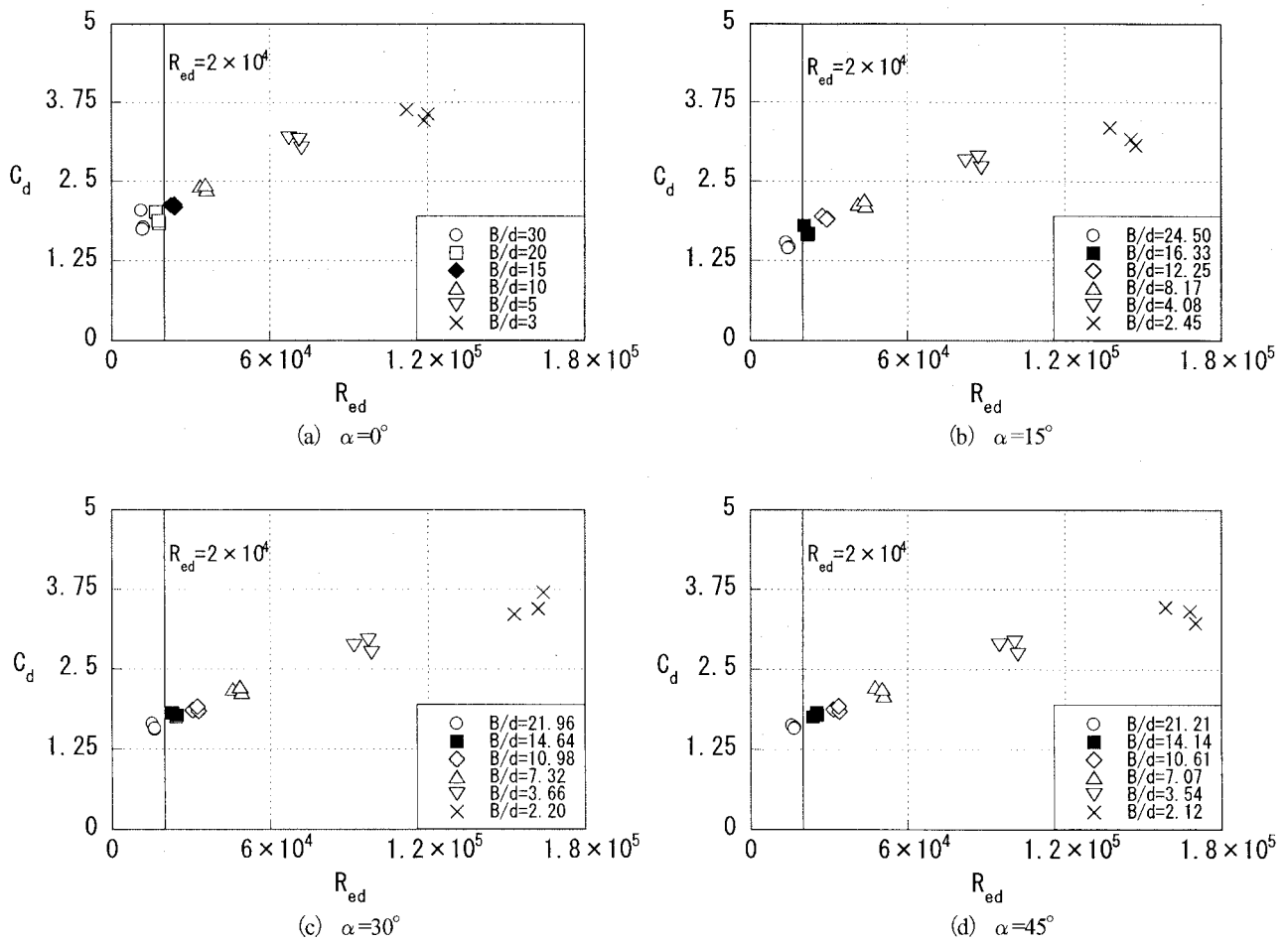


図-6 B/d を変化させたときの C_d と R_{ed} の関係

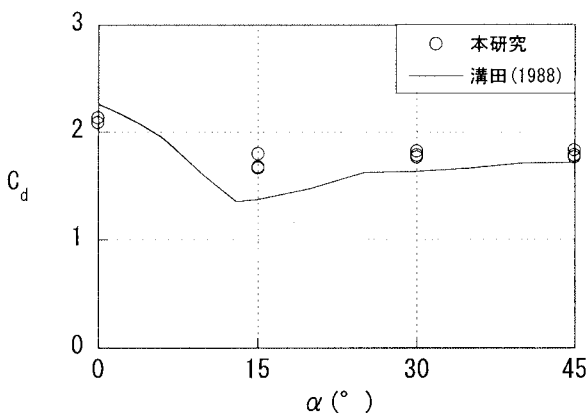


図-7 C_d と α との関係

($R_{ed} \geq 2 \times 10^4$ と $B/d \geq 14$ を満足するデータ)

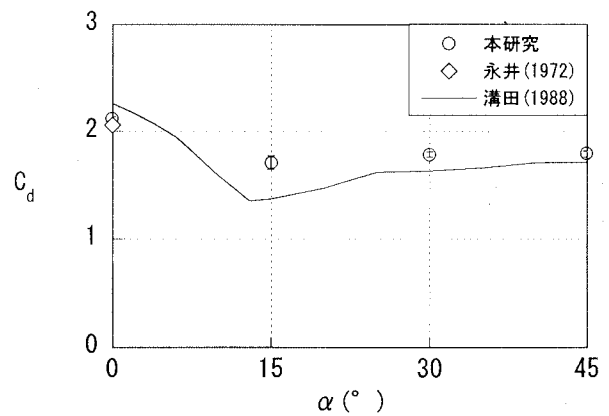


図-8 C_d と α との関係

定義される抵抗係数 C_d と R_{ed} の関係を示したものである。

$$C_d = \frac{2D}{\rho d h_f V^2} \quad (3)$$

ここで、 V は等流における水深平均流速である。図中には C_d 値が R_{ed} と無関係になる $R_{ed} = 2.0 \times 10^4$ のラインが実線で

示してあるが、実線の右側にプロットされたデータが R_{ed} の制約がないものである。なお、この実線は、本間・安芸¹⁴⁾に示されている一様流中の角柱の抵抗係数に関する結果および永井⁷⁾に示されているせん断流中の結果を踏まえたものである。図-6より、 C_d が R_{ed} とともに増加する傾向が認められる。これは、前述した水路の最大流量と

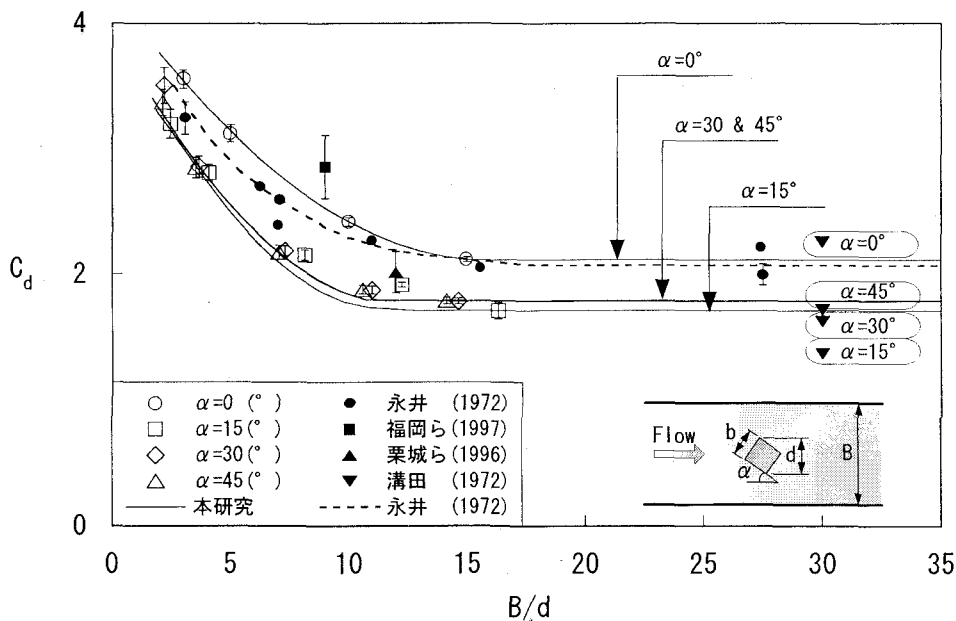


図-9 迎角 α を変化させたときの正角柱の C_d と B/d との関係

表-3 R_{ed} と B/d の影響がない条件下での C_d 値 ($R_{ed} \geq 2.0 \times 10^4$)

	α (°)			
	0	15	30	45
抵抗係数 C_d	2.12	1.71	1.78	1.79

水路幅の制約のため、各Patternにおける R_{ed} を充分大きく取ることができないことから生じた結果であり、 R_{ed} 数の影響ではなく B/d の影響に起因している。これは、 B/d が同じデータについてはほぼ同程度の C_d 値となっていることから確認できる。このように、 C_d 値は、 B/d の大小によって大きく変化することがわかる。なお、図中の塗りつぶされた記号は、 $R_{ed} \geq 2.0 \times 10^4$ および後述する C_d 値が一定となる $B/d \geq 14$ の両条件を満足するデータであることを示している。

図-7は、 B/d を3～30の範囲で変化させたときの抵抗係数 C_d と迎角 α との関係を示したものである。著者の知る限り、迎角を変化させたときのせん断流中の角柱の C_d はいまのところわかっていない。そこで、ひとつの目安として溝田¹²⁾によって得られた一様空気流中の値が実線で示されている。溝田の結果によれば、一様空気流中の C_d 値は $\alpha = 0^\circ \rightarrow 45^\circ \rightarrow 30^\circ \rightarrow 15^\circ$ の順で小さくなり、 $\alpha = 15^\circ$ で最小値を取る。また、永井⁷⁾に示されている結果によれば、せん断流中の $\alpha = 0^\circ$ の角柱の C_d 値は $R_{ed} = 2.0 \times 10^4 \sim 2.6 \times 10^5$ および $B/d \geq 14$ 程度で一定値を取る。図-7には図-6に示された本研究の結果の中から、これらの R_{ed} と B/d に関する条件を満足するデータ（図中の塗りつぶし記号）のみがプロットされている。図-8は、 B/d と R_{ed} の影響がないとき、つまり図-7に示されたデータの各迎角における C_d の平均値と α との関係を示したものであり、

記号に付した矢印はエラーバーである。図中には永井⁷⁾に示されている結果も同時に示されている。これより、 $\alpha = 0^\circ$ では本結果と永井の結果は一致していることがわかる。さらに、溝田¹²⁾の結果と比較すると、一様空気流中と同様にせん断流中の C_d 値は $\alpha = 0^\circ \rightarrow 45^\circ \rightarrow 30^\circ \rightarrow 15^\circ$ の順で小さくなるが、その値は異なっており、せん断流中の方が $\alpha = 0^\circ$ では若干小さく、それ以外では大きくなっている。特に、 $\alpha = 15^\circ$ では顕著な違いが認められる。また、せん断流中では $\alpha = 30^\circ$ と 45° では C_d 値がほぼ一致し、 $\alpha = 15^\circ$ で若干異なっている。このように $\alpha = 0^\circ$ を除き C_d 値に大きな違いが認められないことがわかる。

最後に、図-9は C_d に対する B/d の影響について調べたものである。なお、記号に付した矢印はエラーバーである。図から明らかなように、本研究で得られた結果の誤差は極めて小さい。図中では本研究で得られたデータのうち $R_{ed} \geq 2.0 \times 10^4$ を満足するものだけがプロットされており、それらに基づく C_d と B/d の関係が実線で示されている。また、図中には、 $\alpha = 0^\circ$ での永井⁷⁾の結果も破線で示してある。この結果によれば、前述したように C_d は B/d に対して変化するが、 B/d が約14以上ではこの影響がなくなり、 C_d は一定値を取る。また、溝田¹²⁾による迎角を変化させたときの一様空気流中の C_d 値は、一様空気流とせん断流のように流れの状態に違いがあるものの、 B/d の影響がな

い場合に相当すると考えられるので、煩雑さを避けるために図中の $B/d=30$ のところに示してある。さらに、図中には自由表面せん断流中の栗城ら⁹⁾ ($R_{ed}=1.6 \times 10^4 \sim 2.6 \times 10^4$) と福岡ら¹⁰⁾ ($R_{ed}=1.0 \times 10^4 \sim 3.0 \times 10^4$) の結果も同時に示してある。なお、代表流速の取り方は、永井⁷⁾は本研究と同様に測定位置での角柱を取り除いた中心点、福岡ら¹⁰⁾は角柱前面から角柱幅1/2上流側の地点、栗城ら⁹⁾は角柱中心位置から0.50m上流側の地点であり、定義に違いがあるので注意が必要である。このように、代表流速の取り方に違いはあるが、いずれの結果も $R_{ed} \geq 2.0 \times 10^4$ の条件は部分的に満足していると考えられるが、 $B/d \leq 14$ のblockage-ratioが影響する条件下での C_d 値であり、普遍的な結果ではないことがわかる。また、 $\alpha=0^\circ$ での本結果と永井⁷⁾の結果には若干の違いが認められるが、著しい違いはない。なお、高橋ら⁸⁾によっても $\alpha=0^\circ$ の場合の角柱 ($0.07 \times 0.05\text{m}$) の C_d 値が得られているが、正角柱でないことと $B/d=10$ での結果であるため、図中には示されていない。ただし、高橋らが得た C_d 値は2.128であり、本研究結果の2.12とほぼ同じである。これは B/d が14に近いことと角柱の形状が正角柱に近いためであると推察される。

以上より、本研究結果に基づけば、 R_{ed} と B/d の影響がないときの各 α における角柱の C_d 値は表-3のようになる。また、 $B/d=3 \sim 14$ での C_d 値は、 B/d の増加とともに図-9に示すような実線に沿って減少し、表-3の値に漸近することがわかる。

4. まとめ

定常自由表面せん断流中に置かれた非水没状態の正角柱の迎角 α とblockage-ratio B/d を系統的に変化させ、その抵抗係数について調べた結果、以下のような知見が得られた。

(1) blockage-ratio B/d とReynolds数 R_{ed} の影響を受けない、 $R_{ed} \geq 2.0 \times 10^4$ および $B/d \geq 14$ の範囲の C_d 値は、表-3のようになる。

(2) Reynolds数 R_{ed} の影響を受けない範囲での $B/d \leq 14$ での C_d 値は、 B/d の影響を受け、図-9に示すような実線に沿って変化する。

今後は、迎角を変化させた時の角柱群に働く流体力について検討する予定である。

謝辞：本研究の一部は、文部科学省科学技術研究費補助金、基盤研究(B)(2)（代表：秋山壽一郎、課題番号11450190）の援助を受けた。ここに記して感謝の意を表します。

付録

流体力学ハンドブック¹⁵⁾によれば、抵抗係数 C_d が R_{ed} の

表-A R_{ed} と B/d の影響がない条件下での C_d 値
($R_{ed} \geq 1.0 \times 10^4$)

	α (°)			
	0	15	30	45
抵抗係数 C_d	2.12	1.71	1.78	1.79

影響を受けない範囲は $10^4 \sim 10^6$ となっている。この R_{ed} 範囲に基づくと、各迎角の抵抗係数値は表-Aのようになり、 $\alpha=0^\circ$ と 15° では表-3に比べて若干小さな値となる。

参考文献

- 1) 椿 東一郎：水理学II（第2章），森北出版，1991.
- 2) 永井莊七郎・倉田克彦：開水路流れの中の円柱の相互干渉，土木学会論文報告集 第196号，pp.57-64，1971.
- 3) 林 健二郎・藤井優広・重村利幸：開水路中における円柱群に作用する流体力に関する実験，水工学論文集，第45巻，pp.475-480，2001.
- 4) 斎藤 隆・羽田野袈裟義・奥野雅晴：直列2円柱に作用する流体力，水工学論文集，第34巻，pp.229-234，1990.
- 5) 宮川朝浩・福岡捷二・名尾耕司：近接した円柱橋脚まわりの河床変動と流体力，水工学論文集，第44巻，pp.1059-1064，2000.
- 6) Li, R. and Shen H. W. : Effect of tall vegetations on flow and sediment, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.99, HY5, pp.793-814, 1973.
- 7) 永井莊七郎：改訂水理学（第15章），コロナ社，1972.
- 8) 高橋 保・中川 一・加納茂紀：洪水氾濫による家屋流失の危険度評価，京都大学防災研究所年報，第28号，1985.
- 9) 栗城 稔・末次忠司・海野 仁・田中義人・小林裕明：氾濫シミュレーション・マニュアル(案)，土木研究所資料，第3400号，1996.
- 10) 福岡捷二・川島幹雄・横山 洋・水口雅教：密集市街地の氾濫シミュレーションモデルの開発と洪水被害軽減対策の研究，土木学会論文集，No.600/II-44，pp.23-32，1998.
- 11) 大田和正・重枝未玲・秋山壽一郎：定常自由表面流中に置かれた角柱に働く流体力に関する研究，土木学会西部支部研究発表会講演概要集，第2分冊，pp.B-28-B-31，2001.
- 12) 溝田武人：構造基本断面の空力特性（その1）（第2章），日本風工学会誌，第36号，1988.
- 13) Nezu, I. and Rodi, W. : Open-channel flow measurements with a laser Doppler anemometer, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.112, No.5, pp.335-355, 1986.
- 14) 本間 仁・安芸皎一：物部水理学（第15章），岩波書店，1962.
- 15) 日本流体力学会：流体力学ハンドブック，丸善，pp.232，1987.

(2001. 10. 1受付)