

MPS法による甌穴形成過程の数値解析

NUMERICAL MODEL OF POTHOLE FORMATION PROCESS BY MPS METHOD

後藤仁志¹・酒井哲郎²・林 稔³・八木哲生⁴

Hitoshi GOTOH, Tetsuo SAKAI, Minoru HAYASHI and Tetsuo YAGI

¹正会員 工博 京都大学助教授 工学研究科土木工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

²フェロー 工博 京都大学教授 工学研究科土木工学専攻 (同上)

³正会員 工修 和歌山県西牟婁振興局建設部治水課 技師 (〒646-8580 田辺市朝日ヶ丘23-1)

⁴学生会員 京都大学大学院修士課程 工学研究科土木工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

Cylindrical holes, so-called the pothole, are often found on the exposed bedrock in riverbed and riverbank. The formation process of pothole gives us a suggestion for considering an abrasion of concrete hydraulic structures. A sand by-passing tunnel as a measure against sedimentation in dam reservoir suffers the damage of abrasion caused by colliding cobbles. This paper intends to show the framework for evaluation of abrasion induced by colliding cobbles, through the simulation of pothole formation. The MPS method, which has a good performance in the simulation of rapidly varied flow with fragmentation and coalescence of water, is extended by adding the moving solid module as a model of a cobble. The motion of cobble driven by the stream in a pothole is tracked to evaluate the collision impact of cobble to the wall of pothole.

Key Words: pothole, abrasion, concrete hydraulic structures, MPS method, moving solid module

1. 緒 言

河床・河岸に岩盤が露出した場所で、岩盤に穿たれた円筒形の穴(写真-1参照)を見かけることがある。甌穴(ポットホール)¹⁾と呼ばれる侵食形態である。岩盤の弱い部分にできた僅かな窪みに礫が捕捉され、水流の作用で転動を繰り返して次第に岩盤を削り取り、穴が拡大する。また、深く穿たれた穴の底を覗くと、穴を削った礫がそれ自身も激しく磨耗されて球形に変形した姿が見られることもある。甌穴そのものが、悠久の自然の営みを感じさせ、人々の興味を惹く存在であるからだろうか、web等でも大規模甌穴や甌穴群が景勝地として紹介されているようである。

このような形成過程に対する好奇心という地形的関心事としてだけでなく、工学的研究対象としても甌穴は注目に値する。甌穴の形成過程は、コンクリート製水理構造物の磨耗の問題を考える上で重要な示唆を与えてくれる。余水放流のように上澄みの真水(濁度成分としての微細土砂は混入するが)を対象とする場合には、砂礫による磨耗の問題は顕在化しないが、近年ダム堆砂対策として整備が進めれ

つつあるサンドバイパストネルでは礫を含む掃流砂の磨耗作用が顕著であり、その設計に際しては礫による磨耗の評価が焦眉となる²⁾。しかし、現状では、磨耗過程の予測に耐える水理モデル・流砂モデルともに不十分であり、水理実験等を通じて経験的な情報に基づく設計を余儀なくされている。

このような現状に鑑み、本研究では、甌穴を例に、礫による磨耗の評価のためのフレームワークを示したい。流砂機構に関する研究とそれに基づく流



写真-1 カンピレーの滝付近の甌穴
(沖縄県西表島・浦内川中流域)

砂のモデリングの蓄積が豊富であるにもかかわらず、砂礫による磨耗が研究対象となり得なかったのはなぜだろうか。磨耗機構の解明には、磨耗に貢献する比較的大きな礫の運動過程の追跡が必要となるが、高速で移動する礫を追跡する技術が充分でなかったことが一つの要因であろう。この問題は、画像解析技術の進歩によって徐々に解決されつつあるものの、画像解析の多大な労力を考えると、計算力学的アプローチを併用するのが効率的である。その際の水理解析上の課題は、i)強い非定常性や水面砕波を伴う激流にも耐えうる水理モデルの構築、ii)水流・礫間相互作用のモデリング、iii)礫・岩盤間の衝突と岩盤損傷の評価などである。ここでは、水流が関連する2つの事項、すなわち水流・礫間相互作用を伴う自由表面流（前述の課題i)およびii)）を剛体モジュール付きのMPS法^{3, 4)}により解析する。単一砂礫移動の数値モデルは、saltationモデルをはじめとして多く存在するが、砂礫径に対して十分に大きい相対水深を有する流れにおける砂礫の運動に限定されており、水深と同スケールの礫が間欠的に水面上に露出しつつ流送されるような状態を対象としていない。本研究で用いる剛体モジュール付きのMPS法は、流木の流動解析⁵⁾など、水塊分裂を伴う激流中の浮体移動に対しても適用可能なことが実証されており、上記のような過酷な条件下での礫の運動の記述にも有効性が期待される。

2. シミュレーションモデル

(1) MPS法

粒子法では、個々に移動可能な多数の計算点（物理量の定義点）を用いて、支配方程式が離散化される。運動方程式の各項は、粒子の周囲に設定した影響域内での粒子間相互作用として表現されるので、Euler的な手法で必要となる計算格子（グリッド）が不要である。MPS法は、圧縮性流体の計算法であるSPHのコンセプトを受け継いで開発された非圧縮性流体の解析手法である。なお、粒子法の背景やMPS法の基本的な考え方に関する解説は、越塚⁶⁾によって詳細に示されているので、ここでは概要のみ述べる。

先にも述べたように、粒子法では、計算領域に多数の粒子（計算点）を配置し、個々の粒子の周囲に設定した影響域内での粒子間相互作用として基礎式を離散化する。影響の程度は粒子の中心からの距離に依存する形式で定義され、影響域（2次元では円形状）は重み関数⁷⁾

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_e - r}{r_e} & \text{for } r \leq r_e \\ 0 & \text{for } r > r_e \end{cases} \quad (1)$$

により与えられる（ r : 距離; r_e : 影響半径）。

質量保存（連続式）は、質量が変化しない均一粒子の総数を一定に保つことで厳密に満足される。非圧縮条件は、

$$\langle n \rangle_i = \sum_{j \neq i} w(\mathbf{r}_{ij}) \quad (2)$$

と定義される粒子数密度（単位体積あたりの粒子数）を一定値 n_0 に保つことにより満足される。

一方、運動方程式（Navier-Stokes 式）

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (3)$$

については、移流項、圧力項、粘性項の各々について、粒子周囲の影響域内の他の粒子との相互作用として離散化する。ここに、 $\mathbf{u}$: 流速ベクトル、 p : 圧力、 ρ : 流体の密度、 ν : 渦動粘性係数である。移流項は粒子移動の追跡を通じてLagrange的に計算される。

粒子 i の圧力項および粘性項は、

$$-\frac{1}{\rho} \langle \nabla p \rangle_i = -\frac{1}{\rho} \frac{D_0}{n_0} \sum_{j \neq i} \left\{ \frac{p_j - p_i}{|\mathbf{r}_{ij}|^2} \mathbf{r}_{ij} \cdot w(\mathbf{r}_{ij}) \right\} \quad (4)$$

$$\nu \langle \nabla^2 \mathbf{u} \rangle_i = \frac{2\nu D_0}{n_0 \lambda} \sum_{j \neq i} (\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) w(\mathbf{r}_{ij}) \quad (5)$$

$$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i \quad (6)$$

のように、近傍に存在する粒子との相互作用としてモデル化される（ D_0 : 次元数; $\mathbf{r}_i$: 粒子 i の位置ベクトル; λ : モデル定数）。

時間積分過程は、(1)粘性項を与えて粒子の速度（流速）を計算し、粒子の仮位置および仮数密度を算定する陽的なプロセスおよび(2)圧力項と数密度で記述された質量保存則から誘導される圧力のPoisson方程式を陰的に解いて圧力場を更新し、流速の修正量を求めて流速場および粒子の位置を修正するプロセスの2つから成る⁶⁾。

(2) 礫のモデル化

礫の運動の記述には、剛体移動（moving solid）モジュールを用いる。この方法は、Koshizukaら⁴⁾により提案され、打上げ帯に位置する剛体の波の遡上に伴う移動、および流体中の剛体の沈降過程といった単一剛体の運動に適用されている。さらに、著者ら^{5, 7)}も同様の方法で、溪流での橋梁による流木の堰止め過程、水流および波浪による氷盤の構造物下部への潜入過程の解析を行い、浮体間衝突を伴う複数浮体の運動についても有効性を確認している。

礫は水と同一粒径の粒子を剛体連結して構成する。はじめに水粒子と礫構成粒子を区別せず、礫構成粒子間の連結関係も無いものとして、全粒子の運

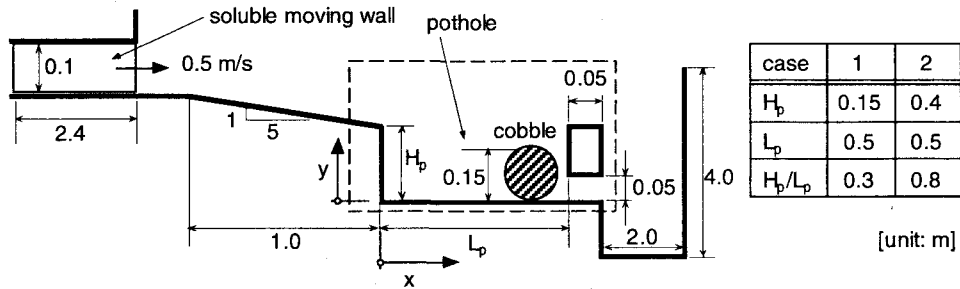


図-1 計算領域

動を計算する。この結果、礫構成粒子の相対位置は変化して、礫は変形する。そこで、以下の方法で礫構成粒子のみに対して座標修正計算を実施し、礫構成粒子の相対位置を変化させないようにする。

礫構成粒子の仮速度と仮座標を用いて、礫の時刻 $t+\Delta t$ における重心の位置 $\mathbf{r}_g$ を求め、礫の重心の並進速度ベクトル $\mathbf{T}$ および重心周りの礫構成粒子の角速度ベクトル $\mathbf{R}$

$$\mathbf{T} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{u}_i \quad (7)$$

$$\mathbf{R} = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^N \mathbf{u}_i \times (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_g) \quad (8)$$

$$\mathbf{r}_g = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{r}_i ; I = \sum_{i=1}^N |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_g|^2 \quad (9)$$

を算定する。ここに、 I ：礫の重心周りの慣性モーメント、 N ：礫構成粒子の総数である。並進速度ベクトル、角速度ベクトルを用いて、剛体的挙動を満足するための礫構成粒子 i の移動速度は

$$\tilde{\mathbf{u}}_i = \mathbf{T} + (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_g) \times \mathbf{R} \quad (10)$$

と記述され、これを用いて構成粒子 i の座標は、

$$\mathbf{r}_i(t + \Delta t) = \mathbf{r}_i(t) + \tilde{\mathbf{u}}_i \Delta t \quad (11)$$

と修正される。

MPS法による粒子の座標の更新が行われる度に、礫構成粒子に対してのみ上記の座標修正を施すことにより、水流中の礫の運動が追跡できる。なお、ここで用いる礫のモデルでは、礫と壁面の間の摩擦力を礫の外力として陽に記述していないことには注意を要する。礫を構成する粒子の中で壁に近い領域に存在する粒子は、壁面のnon-slip条件により減速され、その影響は上記の剛体補正により礫全体に波及して、礫自体が減速される。この効果は、壁面摩擦に対応しているが、モデルの構成上摩擦係数を明示する形式とは異なった取り扱いとなっている。

(3) 計算領域・計算条件

計算領域は図-1に示す鉛直2次元場である。計算

領域の全長は約5.9m、流水部の初期水深は0.1mで、粒子総数は、浅い甃穴のケースで約8,200個（流体粒子は約2,500個；壁粒子は約5,550個；礫構成粒子は150個）、深い甃穴のケースで約10,300個（流体粒子は約3,400個；壁粒子は約6,750個；礫構成粒子は150個）である。計算時間ステップは、 $\Delta t = 2.0 \times 10^{-4}$ s である。

粒子径は均一で $d = 0.01$ m と設定した。150個の粒子 ($\sigma/\rho = 2.65$) を剛体連結して構成される礫は、計算初期には甃穴底面に配置され、甃穴への流入により移動する過程を追跡される。礫の運動は、言うまでもなく礫自身の初期位置に依存するので、本研究では種々の初期位置 ($x = x_0$) を対象に計算を行った。

上流境界には、水平床上に流下方向に2.4mの初期幅を有する『soluble moving wall（可溶性移動壁）』（Gotoh et al.⁸⁾）配置した。soluble moving wallは初期は壁粒子で構成されるが、流入境界を通過する瞬間に壁粒子が水粒子に変化するように特別なフラッグ処理を行って、一定の流量を安定して流入させることを可能とした特殊なmoving wallである。soluble moving wallの移動速度は、0.5 m/s であり、流入水は斜面下流端付近で約水深0.05m、平均流速1.0m/sを呈する。したがって、甃穴への流入時点では、Froude数 $Fr = 1.43$ の射流である。甃穴の下流側境界は自由流境界であり、甃穴の下流側の底には流出口を設けた。甃穴下流壁を越流するか、あるいは流出口から排出された水流は、下流端の貯水槽に蓄積される。なお、以上のようなモデルの構成から明らかのように、ここでは、水流と礫との相互作用のみに着目し、混入空気の影響は考慮していない。

3. 甃穴内の礫の運動特性

(1) 甃穴内部の流況と礫の運動

甃穴の形成に寄与するのは甃穴内の礫の運動であるから、以下では、甃穴内部をクローズアップして解を表示する。図-2は、浅い甃穴（case 1）内の上流側の壁付近に存在する礫の落下流による運動過程を示しており、その際の流速場について抜粋して示したのが、図-3である。一方、図-4および図-5には、深

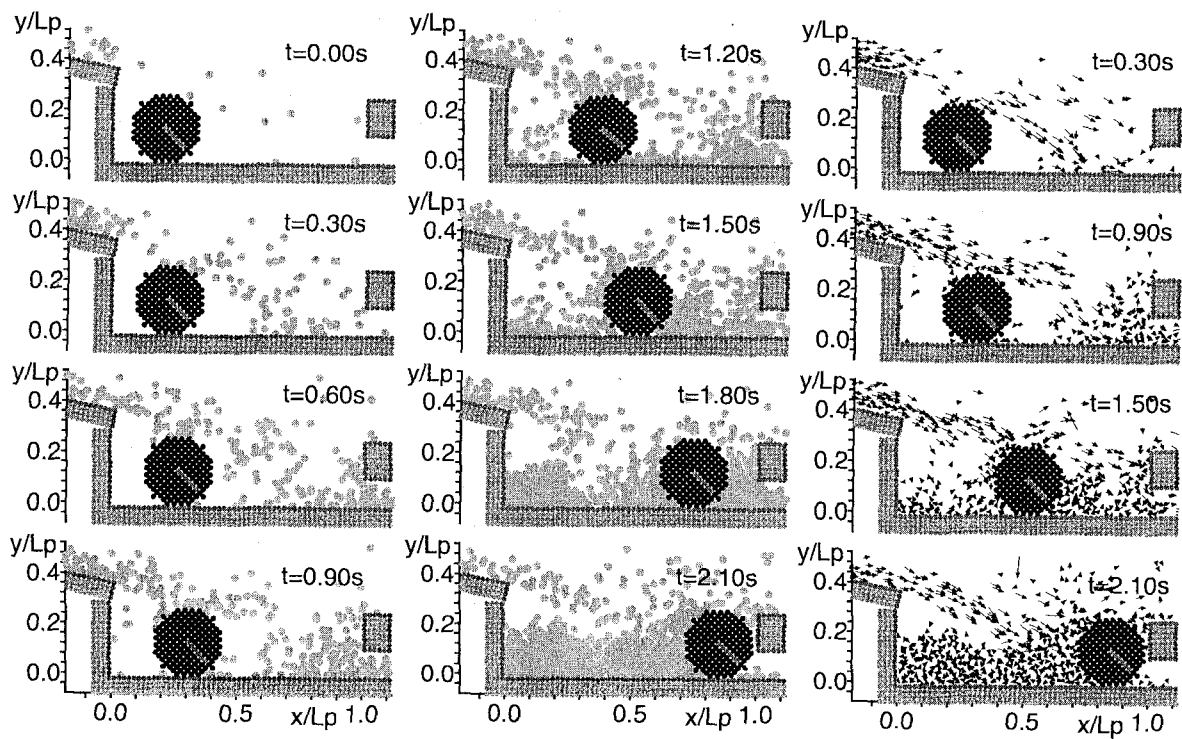


図-2 碟の運動 (浅い甕穴 ; $H_p/L_p=0.3$)

図-3 流速場 (浅い甕穴 ; $H_p/L_p=0.3$)

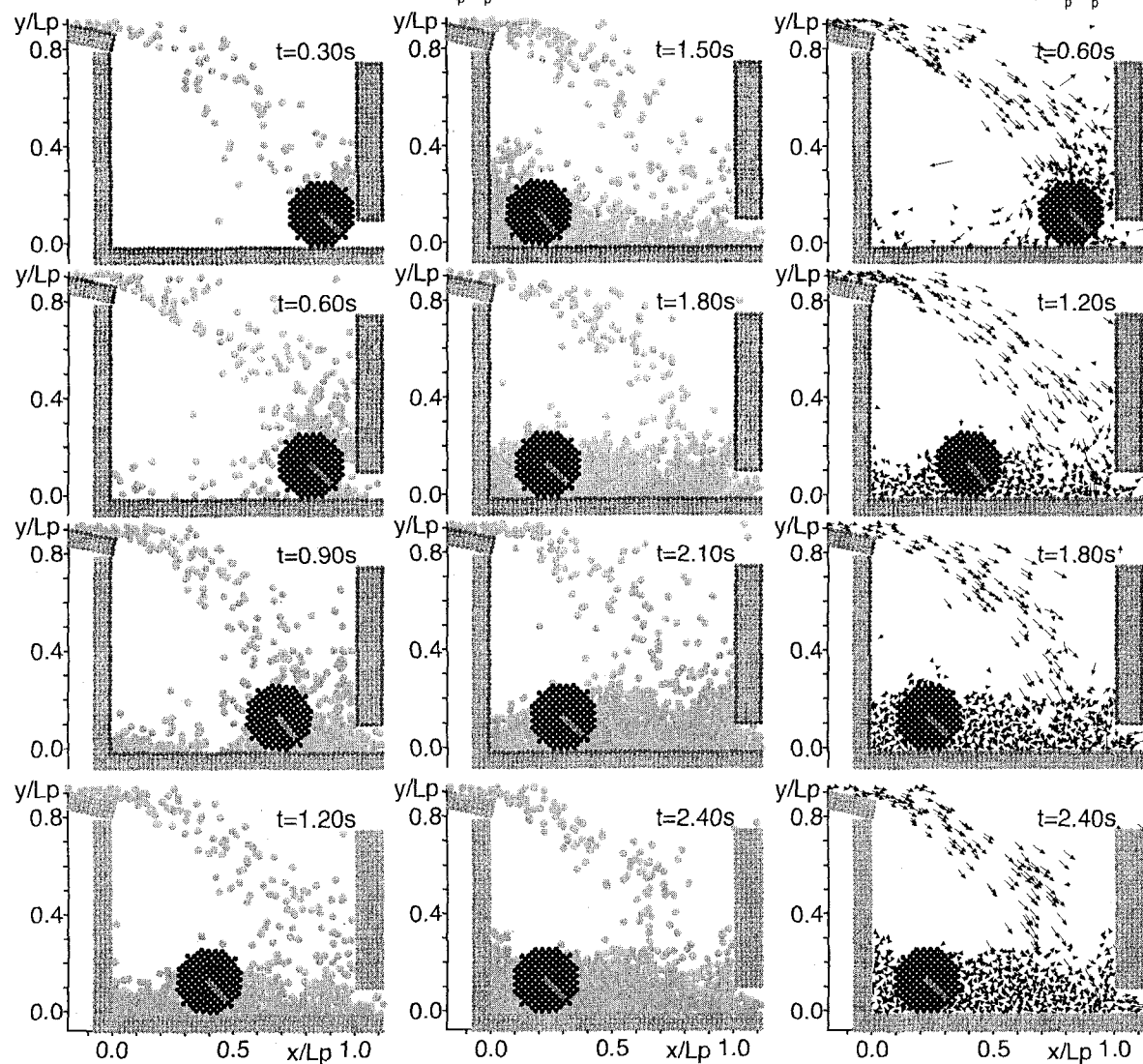


図-4 碟の運動 (深い甕穴 ; $H_p/L_p=0.8$)

図-5 流速場 (深い甕穴 ; $H_p/L_p=0.8$)

い錨穴 (case 2) 内の下流側の壁付近に存在する礫についての運動過程と流速場 (抜粋) を示した。

ここに表示した以外にも出発点の条件を変化させて case 1, 2 の両者で系統的な計算を行い、礫の運動を追跡したが、浅い錨穴内部では何れの場合も礫は下流側に移動し、下流側の壁と衝突して停止した。これに対して、深い錨穴内部では何れの場合も礫は上流側に移動し、上流側の壁付近で停止した。

(2) 礫の運動に起因する磨耗のシナリオ

以上のような錨穴内の礫の運動特性から、錨穴の拡大 (磨耗の進行) 過程について推論してみたい。錨穴の中には口径の割には深いものも多く、下方への拡大過程についての推論が重要と考えられる。そこで、礫による摩擦が錨穴底面壁にする仕事について、本計算から得られたデータに基づいて推定を試みる。

礫による摩擦が錨穴底面壁にする仕事率 (単位時間あたりの仕事) E_{abr} は、

$$E_{abr} = F_{cob} \cdot V_t = \mu_f M_{cob} g \cdot V_t \quad (12)$$

と書ける。ここに、 F_{cob} : 礫と底面壁間に作用する摩擦力、 M_{cob} : 礫の質量、 g : 重力加速度、 V_t : 礫の接地速度である。なお、動摩擦係数 μ_f については、滑動の運動方程式 (回転は考慮せず) によって推定される砂粒子移動速度が実験値と適合するように逆算された動摩擦係数に対する近似式 (中川ら⁹⁾)

$$\mu_f = \frac{1}{2} \frac{\mu_{f0}}{\left(\frac{V_t}{\sqrt{gD_{cob}}} \right)^2 + 0.5} ; \quad \mu_{f0} = 1.8 \quad (13)$$

において、砂粒子移動速度を接地速度に読み替えて算定した。ここに、 D_{cob} : 礫の粒径である。

接地速度は、礫構成粒子に対して剛体ルーチンによる座標修正を行った後に、再度、並進速度ベクトル $\mathbf{T}$ と回転速度ベクトル $\mathbf{R}$ を算定し、

$$V_t = \mathbf{T} \cdot \mathbf{r}_{bw} + \mathbf{R} \cdot \mathbf{r}_{bw} \quad (14)$$

によって求めればよい ($\mathbf{r}_{bw}$: 錨穴の底面壁方向の単位ベクトル)。

以上の方法で算定された摩擦力による仕事率の分布は、礫の初期位置 ($x=x_0$) に依存する。そこで、一連の計算結果を用いて、初期位置に関する条件開放操作

$$E_{abr}(x) = \int_0^{L_p} E_{abr}(x; x_0) \Xi_{cob}(x_0) dx_0 \quad (15)$$

を行って (Ξ_{cob} : 礫の初期位置の確率密度関数; ここでは一様分布とした)、錨穴内の水平方向座標 x に対して仕事率の分布を表示したのが、図-6である。

摩擦による仕事は、礫が停止する地点 (浅い錨穴

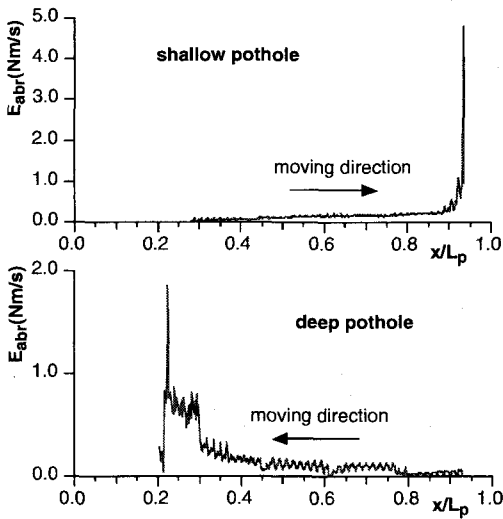


図-6 摩擦による仕事率

では右側壁; 深い錨穴では左側壁) に向かって大略的には単調に増加するが、停止点付近の仕事率の増加傾向は浅い錨穴の場合が顕著である。この磨耗エネルギーの集中傾向はレベルの差こそあれ、両者に共通して伺える。停止点付近では壁との衝突による反転とそれを押し戻そうとする水流の作用で礫が往復運動するので (後述の図-7の並進速度参照)、エネルギー集中が生じるものと判断できる。

図-2, 4の礫の運動過程を眺めると、運動方向の相違は明確ではあるが、停止点付近でこのような磨耗エネルギーの相違が見られる理由は判然としない。そこで、2つのケースにおいて、礫の底面での接地速度 V_t と接地速度に対する並進運動の寄与分 V_g および回転運動の寄与分 V_r を求めたのが、図-7である。並進速度がほぼゼロ付近に収束した後の回転の寄与分 (図中の破線内部) に着目すると、浅い錨穴のケースの方が深い錨穴の場合より激しい回転が生じていることが分かる。浅い錨穴では礫が落下水脈の着地点付近に移動して停止するので、落下水脈の直撃を並進運動が不活化化して後も継続して受けることとなる。そのため停止点近傍の小刻みな変動が顕在化し、回転も活化化する。一方、深い錨穴では、礫は落下水脈の着地点と反対側の壁近傍で停止するので、並進運動の不活化化以降は水脈の直撃を受けることがない。このような相違が礫による磨耗エネルギー分布の相違をもたらしているものと推論される。

以上のことから、以下のような錨穴拡大の過程が推察される (図-8参照)。錨穴の形成初期には礫は下流側の壁面付近の底面の磨耗に貢献する。その結果、礫は下流側壁の近傍の底面を穿って礫近傍の錨穴深が局所的に増加する。これによって礫への水脈の衝突点が下流側に動いて、深い錨穴型の構造が局所的に出現し、礫が次第に上流側を穿ち初めて錨穴

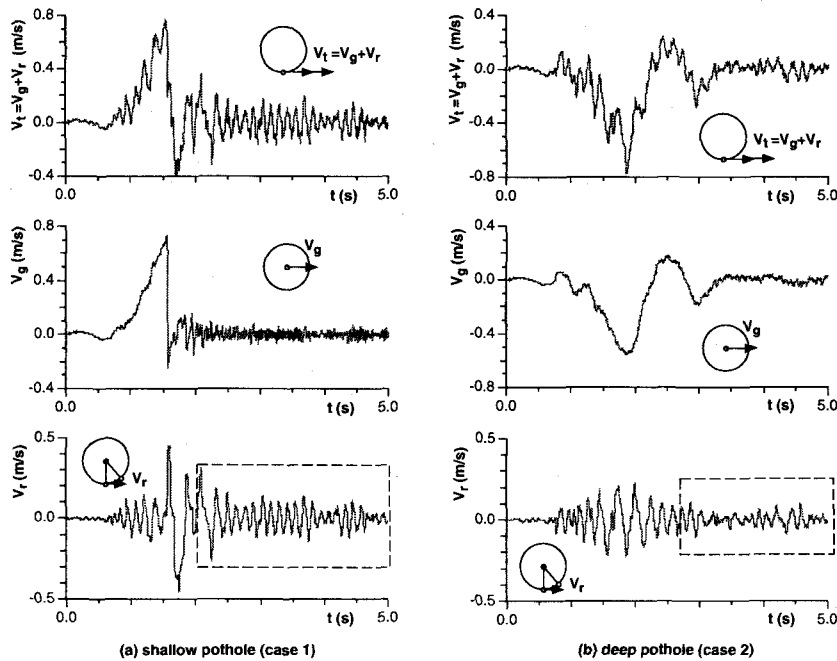


図-7 礫の運動特性（接地速度）

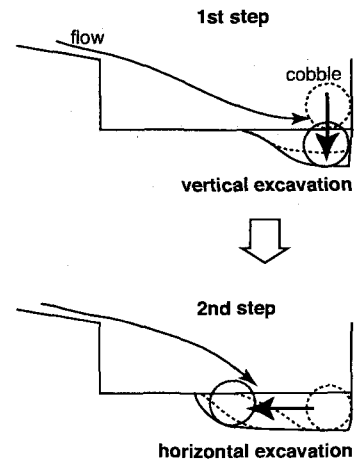


図-8 磨耗の進行

全体が深くなる。

甌穴深が増加すると落下水脈のポテンシャルは増大するが、これが礫の運動に有効に寄与するには落下水脈が礫に直接衝突するか、落下後の射流状態の水流が礫に直接衝突する必要があるが、深い甌穴では水脈の直接衝突は生じにくく、甌穴内水深の増加が甌穴の底を走る射流の礫への直接的衝突も抑制するので、全体として磨耗のエネルギーレベルが低下するものと考えられる。

言うまでもなく、甌穴が満水となれば、表層の岩盤の傾斜が顕著であったとしても岩盤表面に高速の表面流が生じ、甌穴内の誘導流速はそれほど大きくならない。したがって、水位低下により甌穴が干上がり、そこに再度落下流が作用するまで礫の顕著な運動は期待できない。このことは、甌穴が深くなればなるほど鮮明化する。

4. 結 語

本稿では、剛体モジュール付きのMPS法による水流・礫間相互作用を伴う自由表面流の解析によって、甌穴内の礫の運動特性に関して計算力学的な検討を試みた。

本稿では、計算された礫の運動から礫による甌穴底面に供給される磨耗エネルギーを推定して、甌穴のアスペクト比の相違による磨耗特性の相違を明らかにし、流れ場の構造に立脚した甌穴深増加のシナリオを提示した。これにより従来、漠然と議論されてきた礫による甌穴拡大に関して、甌穴内流況との関連から合理的な説明が可能なが示された。今

後は、同様のシナリオを水利構造部の磨耗等の実務上の問題に適用し、現実の磨耗事例とも比較・検討したい。

参考文献

- 1) 町田 貞 編：地形学辞典，二宮書店，767P，1981.
- 2) ダム水源地整備センター編：貯水池土砂管理国際シンポジウム講演集，ダム水源地整備センター，p.213，2000.
- 3) Koshizuka, S. and Oka, Y.: Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid, *Nuclear Science and Engineering*, Vol. 123, pp.421-434, 1996.
- 4) Koshizuka, S., Nobe, A. and Oka, Y.: Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 26, pp.751-769, 1988.
- 5) 後藤仁志・酒井哲郎・林 稔：粒子法による流木群堰止め過程のLagrange解析，*水工学論文集*，第45巻，pp.919-924，2001.
- 6) 越塚誠一：数値流体力学，インテリジェントエンジニアリングシリーズ，培風館，p223，1997.
- 7) 後藤仁志・酒井哲郎・林 稔・安藤 伶：構造物下面への接岸浮遊物の潜込過程のLagrange型シミュレーション，*海岸工学論文集*，第48巻，pp.816-820，2001.
- 8) Gotoh, H., Shibahara, T. and Sakai, T.: Sub-Particle-Scale Turbulence Model for the MPS Method - Lagrangian Flow Model for Hydraulic Engineering-, *Computational Fluid Dynamics Jour.*, Vol.9 No.4, pp.339-347, 2000.
- 9) 中川博次・辻本哲郎・細川泰廣：移動床における掃流砂れきの不規則運動性状について，*京都大学防災研究所年報*，第22号，B-2，pp.553-573，1978.

(2001. 10. 1受付)