

# 非定常流における砂州の数値解析

## NUMERICAL SIMULATION OF SAND BARS UNDER UNSTEADY FLOW

横山洋<sup>1</sup>・渡邊康玄<sup>2</sup>・清水康行<sup>3</sup>

Hiroshi YOKOYAMA, Yasuharu WATANABE and Yasuyuki SHIMIZU

<sup>1</sup>正会員 工修 北海道開発土木研究所 河川研究室 (〒062-8602 札幌市豊平区平岸1条3丁目)

<sup>2</sup>正会員 工博 北海道開発土木研究所 河川研究室長 (同上)

<sup>3</sup>正会員 工博 北海道大学大学院工学研究科 助教授 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

Sand bars in rivers have important effects on river meandering, which cause change of flow and disasters in rivers. There are a lot of studies on bars under steady flow. But unsteady flow (ex. artificial flood) has been considered to restore river environment. It has become more important to predict bed topology under unsteady flow.

In this paper, we calculate changes in riverbed by using 2-D shallow water equation model. The points of this simulation are boundary condition and shape of flood wave. Periodic boundary condition was applied to unsteady flow analysis. We compare with the result of numerical simulation and experiment results. Knowledge on boundary condition in the simulation can be gotten in this research.

**Key Words :** numerical simulation, alternate bars, unsteady flow, 2-D shallow water equation model

### 1. 序論

実河川には水理条件、河道形状に応じて砂州等の河床波が形成される。砂州形状は河川の流れを蛇行させる大きな要因であり、河道変遷及び河岸の被災と深く関係している。また近年河道内の砂州の固定化ならびに樹木繁茂等が治水上の問題となっており、河道管理において砂州の挙動を把握することは今後の河道計画を行う上で重要な課題である。

交互砂州に関する研究は現地調査、水理実験、理論解析、数値計算ともに従来から数多くなされ、その特性もかなり明らかにされてきている。例えば黒木・岸<sup>1)</sup>は実験値をもとに中規模河床形態の領域区分を行っており、単列砂州、複列砂州の発生条件を述べている。清水<sup>2)</sup>は実験及び実河川を対象として河床変動を数値解析により再現している。

ところで砂州に関する既往の研究の多くは、定常流下での挙動を検討したものである。定常流下の中規模河床形態区分は数多くの研究が行われている。しかし非定常流れでは河床形状はその瞬間の水理量のみで決まるのではなく、河床の変化履歴も影響するため、定常流での河

床形態区分とは異なる挙動を示す。近年ダム等からの計画的な放流による河川の流況再生を目的とした人工洪水がわが国でも検討が始まるなど、河道の水位・変化に着目した流れの非定常性を考慮した河床形態の把握は重要性を増してきている。

非定常流における交互砂州の研究例をあげると、Tubinoら<sup>3)</sup>は非定常流下の交互砂州の形成について形成限界領域での非線形解析を行っている。また三輪ら<sup>4)</sup>は連続的な流量変化の場合は、一定流量の場合とは異なる挙動を示すことを実験により明らかにしている。しかし実験は様々な条件下で多くのケースを実施するのは困難であり、理論解析は限られた条件下での解しか得ることができない。そのため実河川の河床変動を再現できる非定常流数値計算モデルを構築することは、交互砂州の研究を行う上で有用な検討手段となる。

本研究は、渡邊らの非定常流での直線移動床水路実験<sup>5)</sup>を対象に、2次元浅水モデルによる再現計算を行った。計算結果を実験結果と比較し、河床形状及び平面流況を検証することにより、計算モデルの妥当性を評価した。また計算結果より非定常流下での河床形状の変遷について考察を行ったものである。

## 2. 計算手法

流れの基礎式は非定常項を含む2次元浅水方程式である。運動方程式は移流項とそれ以外の項に分離して解いており、移流項には清水ら<sup>6)</sup>によるCIP法を用いた。

底面摩擦係数 $C_f$ は、渡邊らの実験結果から得られた次の式(1)で与えている<sup>7)</sup>。

$$C_f = 0.0076 \left( \frac{h}{d_m} \right)^{0.069} \quad (1)$$

但し $d_m$ ：平均粒径(=0.76mm)， $h$ ：各時刻の代表水深であり、ここではハイドログラフで与えられる水深を用いている。

渦動粘性係数 $\nu_t$ は、以下の式(2)で表す。

$$\nu_t = \frac{\kappa}{6} U_* h \quad (2)$$

ここで $\kappa$ ：カルマン定数(=0.4)， $U_*$ ：摩擦速度， $h$ ：水深である。

流砂量式は主流方向には芦田・道上の式、横断方向には長谷川の式を用いる。

$$q_s = 17\tau_*^{1.5} \left( 1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*} \right) \left( 1 - \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\tau_*}} \right) \sqrt{s g d^3} \quad (3)$$

$$q_n = -q_s \left( \frac{h}{r_s} N_* + \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s \mu_k \tau_*}} \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \quad (4)$$

ここで、 $\tau_*$ ：無次元掃流力， $\tau_{*c}$ ：限界無次元掃流力， $s$ ：砂の水中比重(=1.65)， $d$ ：砂の粒径， $r_s$ ：流線の曲率半径， $h$ ：水深， $N_*$ ：Engelundによる定数(=7.0)， $\mu_s$ ， $\mu_k$ ：砂の静止及び動摩擦係数( $\mu_s \mu_k = 0.5$ )， $\eta$ ：河床高である。砂の粒径は実験の平均値( $d=0.76\text{mm}$ )を用いた。無次元掃流力は岩垣の式により算出している。また流線の曲率はShimizu and Itakura<sup>7)</sup>による以下の式で与えている。

$$\frac{1}{r_s} = \frac{1}{(\sqrt{u^2 + v^2})^3} \left[ u \left( u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial x} \right) + v \left( u \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \quad (5)$$

## 3. 計算条件

計算は渡邊らの実験条件に合わせ、水路幅30cm、勾配1/180の矩形水路に平均粒径0.76mmの均一な珪砂を平坦に敷き詰めた条件で行っている。

非定常流のハイドログラフは継続時間4時間及び8時間の2ケースである。本計算では、実験条件に合わせ式(6)で表される無次元水深ハイドログラフを与えている<sup>9)</sup>。

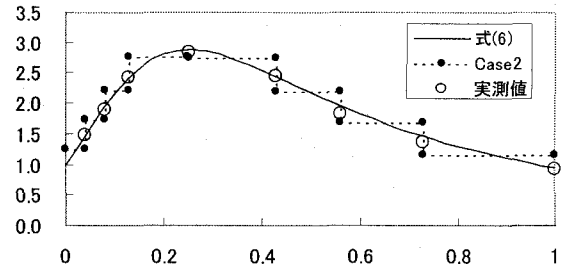


図-1 無次元水深によるハイドログラフ

$$D_0 = \left\{ \frac{\delta(\tau + \alpha)^2}{\tau^2 + \beta} - \gamma \right\}^{\frac{3}{2}} \quad (6)$$

ここで $D_0$ ：初期水深 $h_0$ で無次元化した水深( $D_0 = h/h_0$ )， $\tau$ ：ハイドログラフの継続時間 $T$ で無次元化した時間( $\tau = t/T$ )， $\alpha=0.522$ ， $\beta=0.131$ ， $\gamma=1.15$ ， $\delta=1.03$ 。

図-1で示される実線は式(6)の関数形を示している。プロットされている白抜き点は、実験における実測時間及び水深である。

計算値は上下流端での境界条件の設定方法及び計算区間長により変化すると考えられる。そこで本論では異なる3種類の条件下で計算を行った。

Case1：流路長を10mとし、十分に長い流路を想定して周期境界条件を設定した方法。流量はハイドログラフ(図-1実線)に従い連続的に変化する。計算メッシュは流下方向に100分割、横断方向に10分割している。なお洪水の立ち上がりによる河床変動の違いを検証するため、ハイドログラフは8時間の場合(Case1A)と4時間の場合(Case1B)の2ケースで行っている。

Case2：流路長を10mとし、周期境界条件を設定した方法。ハイドログラフの変化は連続的ではなく、階段状に与えている(図-1破線)。

Case3：流路長を20mとし、周期境界条件を設定せずに上流端で流量、下流で水位を与える方法。計算メッシュは流下方向に200分割、横断方向に10分割している。

本計算では式(6)のハイドログラフに従い、代表水深 $h_m$ を次のように定める。

$$h_m = h_0 \times D_0 \quad (7)$$

ここで $h_0$ ：初期水深， $D_0$ ：(6)で与えられる無次元水深。底面摩擦係数 $C_f$ は式(7)で求めた $h_m$ を式(1)に代入して得られる。また代表流速 $u_m$ は $h_m$ 及び $C_f$ を用いて式(8)で表す。

$$u_m = \frac{1}{n_m} h_m^{2/3} i^{1/2} \quad (8)$$

$$C_f = \frac{g n_m^2}{h_m^{1/3}} \quad (9)$$

表-1 計算条件

|        | 流路長・境界条件        | ハイドロ  | ハイドロ継続時間 | $\Delta t$ (sec) |
|--------|-----------------|-------|----------|------------------|
| Case1A | 10m・周期境界条件      | 式 (6) | 8時間      | 0.01             |
| Case1B | 10m・周期境界条件      | 式 (6) | 4時間      | 0.01             |
| Case2  | 10m・周期境界条件      | 階段状   | 8時間      | 0.005            |
| Case3  | 20m・上流で流量、下流は等流 | 式 (6) | 8時間      | 0.01             |

代表流量 $Q_m$ は水路幅を $B$ として以下の式で表される.

$$Q_m = u_m h_m B \quad (10)$$

周期境界条件であるCase1, 2では, 上流端及び下流端に代表流速と代表水深を与えている. またCase3では上流端には代表流量, 下流端には等流条件を与えている. 以上, 表-1に計算条件をまとめる.

河床変動については, 全ケースで初期河床は平坦床で与えている. 微小擾乱を与えるため, 全ケースで上流端に近い河岸付近の1メッシュに高さ1mmのマウンドを設定している. 流砂量の境界条件は, Case1, 2は周期境界条件を設定している. またCase3では上下流端で動的平衡条件を満たすようにしている.

#### 4. 計算結果の検証と考察

##### (1) 渡邊らの実験の再現計算

次いでケースごとに計算値を実験結果と比較し, 計算手法の適用性について検証する.

まず, 河床変動量について検討する. ここでは計算領域内の河床高の最大値と最小値の差 $\Delta z_{\max}$ と実験の河床波の波高について考察を行う. 図-2は各計算ケースの $\Delta z_{\max}$ について実時間での変化を示したものである. また図-3は通水8時間のケースについて, 実験値の波高と計算値の $\Delta z_{\max}$ を比較したものである.

図-2を見ると, Case1Aは通水開始30分後から $\Delta z_{\max}$ が顕著に増加し, ハイドログラフのピークである2時間で最大値をとり, その後徐々に減少している. これはハイドログラフの波形とほぼ同じ傾向である. Case1Bでは, Case1Aと同じく通水開始30分後から $\Delta z_{\max}$ が急増し, ハイドログラフのピークを過ぎた1時間30分で最大となっている. その後 $\Delta z_{\max}$ はCase1Aと同様に緩やかに減少していく. 階段状のハイドログラフであるCase2をみると,  $\Delta z_{\max}$ は6時間までは流量が連続変化するCase1Aとほぼ同じ値をとっている. しかしその後,

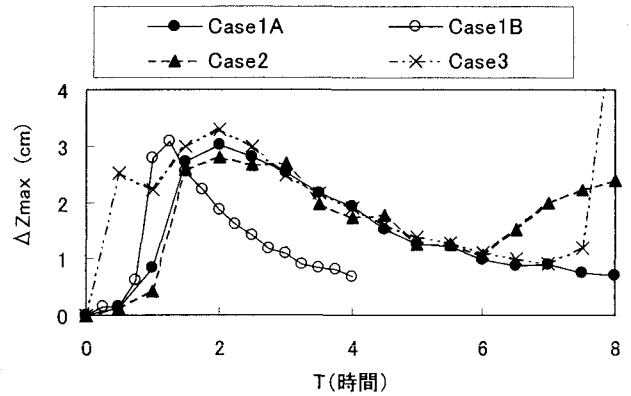


図-2  $\Delta z_{\max}$  の時間変化

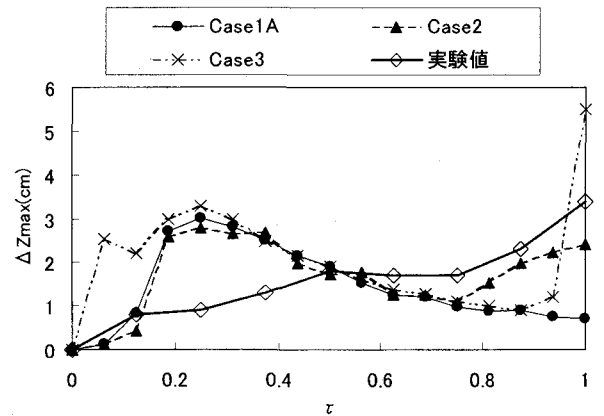


図-3  $\Delta z_{\max}$  の時間変化

$\Delta z_{\max}$ はCase 1Aでは引き続き減少していくのに対し, Case2ではゆるやかな増加に転じている. 周期境界条件を設定していないCase3では,  $\Delta z_{\max}$ は通水開始直後から急増している. その後Case1A, Case2と同様, ハイドログラフのピークに近い2時間後で最大値をとっている. なお計算終了直前に $\Delta z_{\max}$ が急上昇しているが, これは局所的に河床が上昇し, 水面上に河床が現れたためと考えられる.

図-3は通水8時間のケースにおいて, 実験値の波高と計算値の $\Delta z_{\max}$ を比較したものである. 実験では時間経過とともに徐々に波高が増加し,  $\tau=0.5$  (4時間)で一旦増加が停止した後,  $\tau=0.8$  (6.4時間)から再び増加に転じている. 最大値は3.4cmである. 一方計算結果はいずれのケースとも, ハイドログラフのピークである $\tau=0.25$  (2時間)付近で $\Delta z_{\max}$ が最大値をとっている.  $\tau < 0.5$ では計算による $\Delta z_{\max}$ は実験値に比べ大きくなっており, 特に $\tau=0.25$  (2時間)以前では大きく異なる結果になっている. また $\tau=0.75$ 以後, Case2の $\Delta z_{\max}$ は実験値と同様の値をとっている. 以上から波高の変遷再現性については, 通水開始直後はいずれのケースとも計算値と実験値は異なっている. またピーク後の波高は, Case2が部分的に再現できているといえる.

続いて河床の平面形状について検証する. 図-4は周期

境界条件であるCase1A, 1B, 2の河床コンターの時間変化である。ここでは水路中央部の4mの区間を抽出している。Case1Aでは $\tau=0.125$ （1時間）では河床はほぼ平坦なままであるが、 $\tau=0.25$ （2時間）では計算全領域において、周期性をもつ河床形状が明瞭に見られるようになる。その後水位が低下するとともに水理量が交互砂州発生領域に入るため、計算終了時（ $\tau=1.0$ ：8時間）の河床はやや交互砂州の特徴が見られるものとなっている。Case1Bでは $\tau=0.25$ （1時間）ではほぼ平坦な河床である。その後、Case1Aと同様、周期的な河床形状が発達して、通水完了時では交互砂州にやや近づいた河床形状が見られるものとなっている。Case2では通水開始後4時間（ $\tau=0.5$ ）まではCase1と同じく周期的な河床形状が見られる。その後、図-4には示していないが河床が水面上に出たメッシュが両岸に発生し、これが影響して以前の周期的な河床形状がいったん消滅し、その後Case1A, 1Bに比べ明瞭な交互砂州が出現している。

続いて周期境界条件を設定していないCaes3の河床変動コンターを図-5に示す。コンターの範囲は、上流端から5mから15mまでの10mの区間である。 $\tau=0.0625$ （30分）で既に交互砂州が発生している。その後、砂州は消滅して $\tau=0.25$ （1時間）では短い間隔で交互に洗掘と堆積が生じている。その後、河床は下流4～5mを除いて全体的に平坦化していく。 $\tau=0.5$ （4時間）では図中には河床波はみられないが、さらに下流側には短い波長の周期的な河床形状が存在している。その後 $\tau=0.75$ （6時間）では再び交互砂州が見られるようになった。

次いで各ケースの砂州の代表的な波長について検討する。ここでは以下の式(8)で与えられる無次元波数 $\lambda$ を用いて検討した。

$$\lambda = \frac{2\pi B}{L} \tag{11}$$

$B$ ：水路幅の1/2(=0.15m),  $L$ ：蛇行波長である。  
 図-6は河床波の波数 $\lambda$ について、実験結果と計算値を比較したものである。なお計算結果の $\lambda$ は、計算領域内の周期的な河床形状の平均波長から算出したものである。実験では通水開始直後は $\lambda=0.94$ で、その後 $\lambda=0.5$ 前後で推移している。Case1Aでは、 $\tau=0.125$ （1時間）で発生した波数が通水完了まで一定値を取っている。また階段状のハイドログラフを設定したCase2では、途中までCase1と同じ波数の河床波が生じているが、 $\tau=0.75$ （6時間）以後波長が長くなっている。なお途中 $\tau=0.75$ （6時間）はプロットしていないが、これは水路全体で明瞭な周期性の河床形状が見られなくなったためである。Case3では、 $\tau=0.0625$ （30分）でまず実験値とほぼ同じ波長になった後、急激に波長が短くなっていることがわかる。その後 $\tau=0.5$ （4時間）を過ぎてから次第に通水開始直後とほぼ同じ波長の交互砂州が発生している。

ここまでで得られた計算結果について考察を行う。  
 2次元浅水流計算における周期境界条件について、中

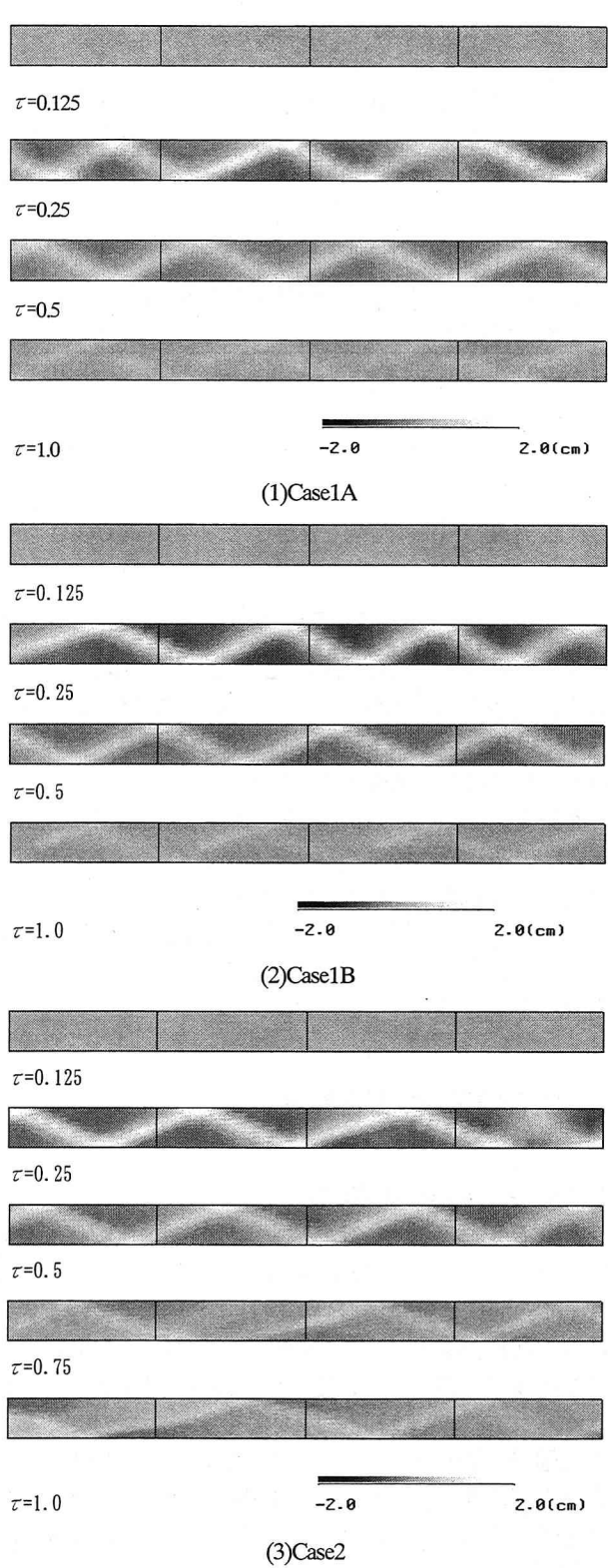


図-4 河床変動コンター（Case1, 2：流下方向1ブロック=1.0m）

西ら<sup>8)</sup>は計算区間長が砂州の波長に大きく影響することを示している。ハイドログラフの形状が異なる場合でも、周期境界条件下で河床形状の波長がほぼ同様な値なのは、波長が計算区間長の設定に応じたものであるためと考えられる。またCase3では様々な波長の河床形状が生じて

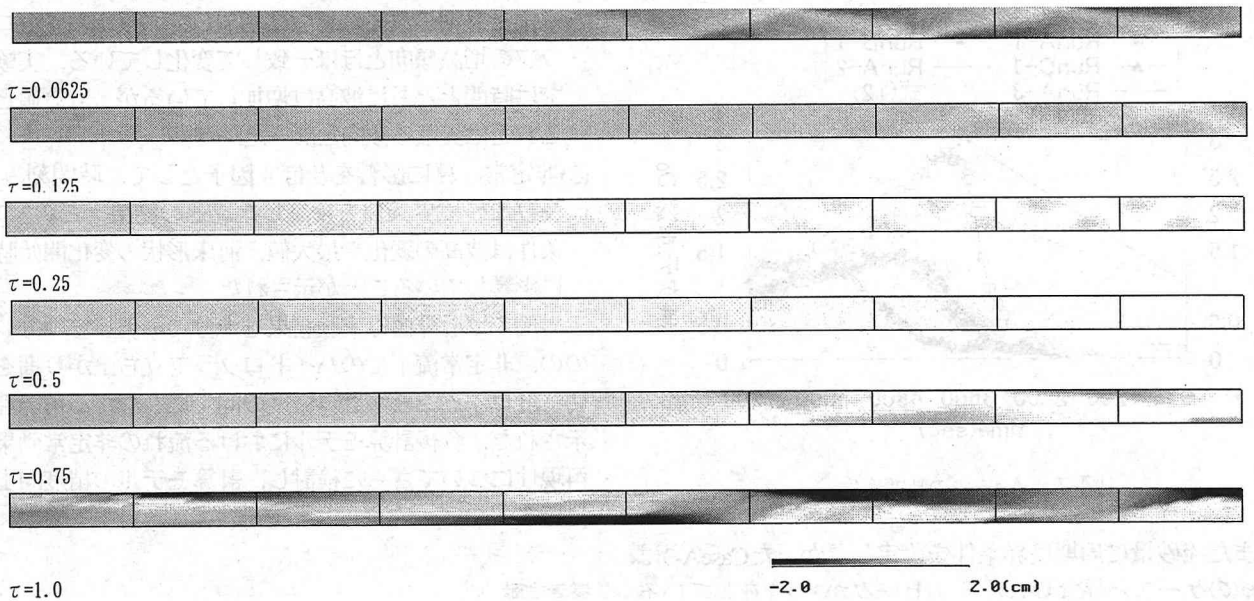


図-5 河床変動コンター (Case3 : 流下方向1ブロック=1.0m)

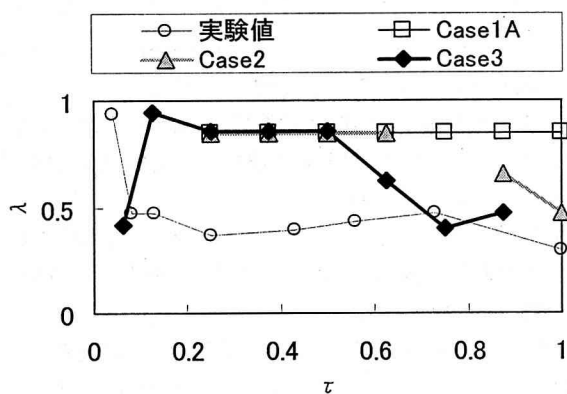


図-6 8時間通水時の実験と計算の無次元波数λの比較

いるが、これは周期境界条件で拘束されていないため、水理量に応じた河床波が発達できるためと考えられる。

以上、各ケースについて計算を行った結果、いずれのケースについても、全体として十分な精度は得られなかった。特に波高の検討結果を見ると、通水開始からハイドログラフのピーク直後までの時間帯は、計算値は実験値に比べ急激に河床の高低差が発達しており、大きく異なる結果となっている。そこで計算精度に影響する因子についてさらに検証を行うことにする。

## (2) $\Delta t$ と流砂の境界条件が流れに及ぼす影響の考察

計算時間刻み $\Delta t$ 及び流砂の周期境界条件が非定常流れ、特にハイドログラフ上昇期に及ぼす影響について、基礎的なテストケースで検証を行う。

計算条件を表-2にまとめる。計算流路長は3mとし、上流端に近い河岸付近の1メッシュに高さ1mmのマウンドを設定している。また上下流端では周期境界条件、ハ

表-2 テストケースの計算条件

|        | $\Delta t(\text{sec})$ | ハイドロ  | 流砂境界条件 |
|--------|------------------------|-------|--------|
| RunA-1 | 0.01                   | 式(12) | 周期境界   |
| RunB-1 | 0.02                   | "     | "      |
| RunC-1 | 0.005                  | "     | "      |
| RunA-2 | 0.01                   | 式(13) | "      |
| RunA-3 | 0.01                   | 式(12) | 非周期境界  |

イドログラフは継続時間2時間とし、式(12)及び式(13)で与えるものとする。

$$D_0 = \begin{cases} 1.0 + 2.0 \times \tau & (\tau \leq 0.5) \\ 1.0 + 2.0 \times (1.0 - \tau) & (\tau \geq 0.5) \end{cases} \quad (12)$$

$$D_0 = \begin{cases} 1.0 + 4.0 \times \tau & (\tau \leq 0.5) \\ 1.0 + 4.0 \times (1.0 - \tau) & (\tau \geq 0.5) \end{cases} \quad (13)$$

ここで $\tau$ ：ハイドログラフの継続時間 $T$ で無次元化した時間 ( $\tau = t/T$ )。

上下流境界条件は前述した式(7)～(10)で与える。また流砂の境界条件は、周期境界条件を設定(RunA-3以外)の場合と、上下流で動的平衡条件設定のケース(RunA-3)を比較する。

計算結果の $\Delta z_{\max}$ を図-7に示す。いずれのケースとも、 $t=2400$ 秒以前は $\Delta z_{\max}$ はほとんど増加していない。CaseA-1、B-1、C-1を比べると、 $\Delta z_{\max}$ が急増する時刻はRunC-1以外ではハイドロのピーク前の $t=3000$ 秒である。一方、RunC-1ではピーク後の $t=3900$ 秒で急上昇している。すなわち $\Delta t$ が小さいと、同じハイドログラフでも河床材料の移動開始時刻が遅くなる。またハイドログラフの傾きが急であるCaseA-2は、CaseA-1に比べ $\Delta z_{\max}$ の最大値が大きいとともに、早くピークに到達している。

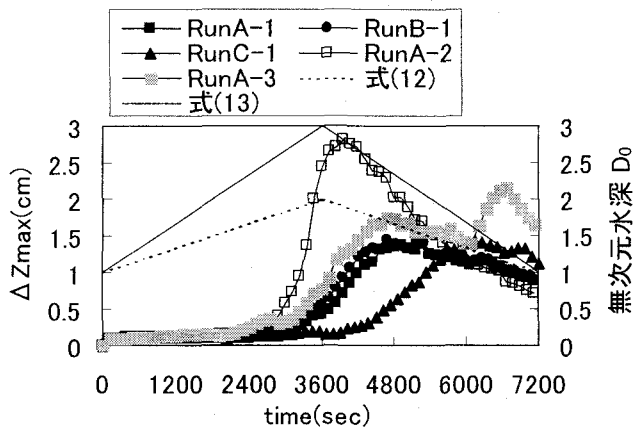


図-7  $\Delta z_{\max}$  の時間変化

また流砂量に周期境界条件を設定しなかったCaseA-3は、他のケースと異なり  $\Delta z_{\max}$  のピークが2つ存在している。

計算開始後しばらくは河床高がほとんど変動しない原因としては、初期は流れの擾乱が計算領域全体に伝播しておらず、実現象よりも流れの微小な変動が少なく計算されている可能性が考えられる。また流砂量境界条件であるが、非定常流れでは上流からの流入量と下流からの流出量は異なると考えられるので、周期境界条件はこのケースにはなじまない方法といえる。

## 5. 結論

非定常流下での砂州の挙動について、非定常2次元平面計算を行った。結果の概要は以下のとおりである。

- (1) 周期境界条件を設定して行った計算では、周期的な河床形状が水路全体に形成された。また下流自由端で計算を行った場合、計算区間長による制約を受けないため様々な波長の河床波が形成された。
- (2) 通水開始後、周期境界条件、下流自由端を問わず、河床形状の波高については、最大値はすべての計算条件で計算値が実験値を大きく上回る結果となった。特に

水位上昇期の波高は急激に増加しており、ハイドログラフの増減傾向とほぼ一致して変化している。実験値では時間とともに波高は増加しているが、計算値とはこれとは異なる傾向となった。

- (3) 非定常計算に影響を及ぼす因子として、時間刻み  $\Delta t$  及び流砂境界条件を検証した。その結果、この2つの条件は波高の変化や最大値、河床形状の変化開始時刻に影響していることが示された。

本論では計算値は実験結果を十分に再現していないものの、非定常流下でのハイドログラフ立ち上がり期を適切に計算することが計算精度の向上につながる可能性が示された。今後計算モデルにおける流れの非定常効果の再現性についてさらに検討し、計算モデルの精度向上を目指す。

## 参考文献

- 1) 黒木幹男・岸方：中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究，土木学会論文集，第342号，pp.87-96，1984。
- 2) 清水康行：沖積河川における流れと河床変動の予測手法に関する研究，北海道開発局開発土木研究所報告，第93号，1991。
- 3) Tubino, M. Growth of alternate bars in unsteady flow, Water Resource Research, Vol.27, No.1, pp.37-52, 1991。
- 4) 三輪浩，池田香織，谷和憲：正弦波状流量変化による交互砂州の発達・変形過程，土木学会第55回年次学術講演会概要集第2部，pp.540-541，2000。
- 5) 渡邊康玄，Tubino, M., Zollezi, G：掃流砂により形成される交互砂州の非定常流下での挙動，北海道開発土木研究所月報 No.576，pp.4-12，2001。
- 6) 清水康行：連続床止工を有する複断面河道における流れと河床変動の計算，水工学論文集，第43巻，pp.683-688，1999。
- 7) Shimizu, Y. and Itakura, T.: Calculation of flow and bed deformation with a general non-orthogonal coordinate system, Proc. of XXIV IAHR Congress, Madrid, Spain, C-2, pp.41-48, 1991。
- 8) 中西哲，松山洋平，黒木幹男，板倉忠興：水路長が交互砂州形状に与える影響の研究，第56回年次学術講演会概要集(2)，pp.174-175，2001。

(2001. 10. 1 受付)