

分級過程の三次元性に関する計算力学的アプローチ

COMPUTATIONAL MECHANICAL APPROACH TO THREE-DIMENSIONALITY OF GRAIN SORTING

原田英治¹・後藤仁志²・酒井哲郎³

Eiji HARADA, Hitoshi GOTOH and Tetsuo SAKAI

¹正会員 工博 日本学術振興会特別研究員 京都大学工学研究科土木工学専攻
(〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

²正会員 工博 京都大学助教授 工学研究科土木工学専攻 (同上)

³フェロー 工博 京都大学教授 工学研究科土木工学専攻 (同上)

The three dimensionality of grain sorting is investigated from a viewpoint of computational mechanics. The vertical sorting of mixed size grains under the uni-directional flow is simulated by the 3D numerical movable bed, which is based on the Distinct Element Method. The results of 3D model are compared with that of 2D model, to clarify the significance of the three dimensionality in the vertical grain sorting. The active transverse motion of grains is estimated through the time series of the gravity center of each class of grain by 3D model. Although the detail of the grain sorting, such as the transverse motion of grains, cannot be describe by the 2D model, the time series of volumetric ratio of each class of grain calculated by the 2D model shows fairly well agreement with that of 3D model.

Key Words: vertical grain sorting, numerical movable bed, Distinct Element Method, 3D model

1. 緒言

混合粒径流砂のモデリングは、実現象に対する説明力を担保するために不可欠であり、その意味で流砂水理学の今後の鍵を握る課題の一つである。混合粒径流砂の重要性は以前から広く認識されており、水理実験面での現象把握についての多くの努力がなされ、有用な実験データが蓄積されてきた。さらに、近年、粒状体モデルに基づいて粒子間相互作用を記述できる数理モデルの登場により、数値シミュレーションをベースにした計算力学的なアプローチも行われるようになってきた。著者らはこれまで、鉛直二次元場を対象に、個別要素法に基づく数値移動床¹⁾を用いて、移動床上を運動する saltation 粒子の見かけの反発係数、シートフロー状に運動する高濃度粒子流の流動機構、混合砂の鉛直分級機構など、粒子間衝突に構造を支配される場を検討してきた。

ところで、鉛直二次元モデルでは全ての粒子が同一平面内で接触することとなるが、このことと現実との乖離は明らかである。混合粒径では大粒径の周囲には小粒径の三次元的な鉛直面外接触が存在する

はずであり、その影響を適正に評価するには、特定の鉛直二次元場を対象とするのではなく、三次元場を直接解析できるモデルが必要となる。その一方で、三次元モデルでは計算負荷が増大するので、対象粒子数を抑制する必要が生じ、特に混合粒径では、統計的な信頼性を保証する上で問題が生じることが懸念される。この意味では、三次元的な実現象を二次元モデルでどの程度まで表現できるかについて見極めることも重要である。

本研究では、このような認識に立って、鉛直二次元および三次元数値移動床を用いて、一方向流下の流砂の鉛直分級過程を追跡し、二次元と三次元の解を比較して、三次元性が卓越する流動砂粒子層の特性とその近似としての鉛直二次元モデルの是非について考察する。

2. シミュレーションの概要

(1) 粒子系のモデル

砂粒子の運動は、粒子間衝突を陽に取り扱える個別要素法型のモデルによって記述した。本研究で用いるコードは鉛直二次元場における粒子運動を対象

とした後藤ら¹⁾のコードを三次元に拡張したものであり、鉛直二次元場を対象とした比較計算では、旧コード(後藤ら¹⁾)を用いた。三次元場での粒子の運動は、並進と回転の運動方程式により

$$\rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d_k^3 \frac{d\mathbf{u}_{pi}}{dt} = \mathbf{F}_{pint} + \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_{gr} \quad (1)$$

$$\mathbf{F}_D = \frac{1}{2} \rho C_D A_2 d_k^2 |\mathbf{U} - \mathbf{u}_{pi}| (\mathbf{U} - \mathbf{u}_{pi}) \quad (2)$$

$$\mathbf{F}_{gr} = -\rho \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) A_3 d_k^3 \mathbf{g} \quad (3)$$

$$\frac{\sigma \pi d_k^5}{60} \frac{d\boldsymbol{\omega}_{pi}}{dt} = \mathbf{T}_i \quad (4)$$

$$C_D = C_{D\infty} + \frac{24\nu}{d_k \cdot |\mathbf{U} - \mathbf{u}_{pi}|} \quad (5)$$

と記述される。ここに、 \mathbf{F}_{pint} : 粒子間相互作用ベクトル、 \mathbf{F}_D : 抗力ベクトル、 \mathbf{F}_{gr} : 重力ベクトル、 \mathbf{u}_{pi} : 砂粒子*i*の移動速度ベクトル、 C_M : 付加質量係数($C_M = 0.5$)、 \mathbf{U} : 砂粒子の近傍流速ベクトル、 C_D : 抗力係数($C_{D\infty} = 0.4$)、 A_2, A_3 : 砂の二次元・三次元形状係数(球については、 $A_2 = \pi/4, A_3 = \pi/6$)、 d_k : 粒径階*k*の砂粒径、 σ : 砂粒子の密度、 ρ : 水の密度、 \mathbf{g} : 重力加速度ベクトル、 ν : 動粘性係数、 \mathbf{T}_i : 砂粒子*i*に作用するトルク、 $\boldsymbol{\omega}_{pi}$: 粒子*i*の回転速度ベクトルである。なお、類似の定式化は、牛島ら²⁾および重松ら³⁾によっても行われている。砂粒子間相互作用は図-1に示すローカル座標系(ξ, η, ζ)において接平面内2成分と法線方向1成分についてバネ-ダッシュポットモデルを導入して記述する。これらの砂粒子間作用力の評価等については紙面の都合上言及できないが、モデルの詳細については後藤ら⁴⁾を参照されたい。

(2) 流れ系のモデル

流れ場の詳細な評価には、空間的非一様性、乱流特性、粒子混入による流れ場の影響等、検討事項が少なくないが、ここでは、砂粒子の運動の記述に重点を置き、流れ場のモデル化は簡便な取り扱いとした⁵⁾。粗面对数則で平均流速分布を与え、対数則の座標原点は表層近傍粒子(最高位置に存在する粒子の中心から河床を構成する最大粒径幅に存在する粒子)の平均中心座標で定義し、粗度係数は表層近傍粒子の平均粒径を用いることとした。また、乱れ強度は瀬津⁶⁾による普遍関数表示(水深 $h = 20.0$ cmと仮定)で与え、Monte Carlo法で乱れの時系列を模擬し、遮蔽係数を導入して近傍の砂粒子配列による遮蔽効果を考慮した⁵⁾。なお、

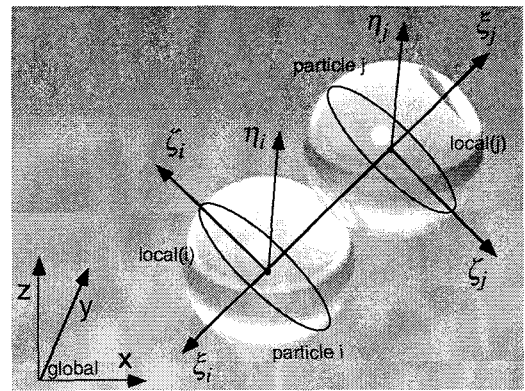


図-1 ローカル座標系

表-1 構成粒子

class	d_i (m)	n_i 2-Dim	n_i 3-Dim
1	0.010	28	171
2	0.009	30	196
3	0.007	27	156
4	0.005	25	197

奥行き方向(z軸方向)には、一様流速分布を与えた。

(3) 計算条件

シミュレーションは、鉛直二次元と三次元での特性の違いを比較するため、各粒径階の粒子個数比率がほぼ同一になる条件で実施した。混合砂は、表-1に示す4粒径階から構成される。ここに、 d_i : 粒径、 n_i : 粒子数である。なお、平均粒径は、鉛直二次元の場合で $d_m = 0.0078$ m、三次元の場合で $d_m = 0.0077$ mである。個別要素法のモデル定数については、後藤ら¹⁾の設定法にしたがって決定した。本稿で用いたモデル定数の下では、図-2示すように、各粒径階に対する底面せん断力と粒径別流砂量の関係が、既往の実験値と良好な一致を示す(図中の記号は、 u_* : 摩擦速度、 τ_{*i} : 粒径別無次元底面せん断力、 q_{Bi} : 粒径別流砂量、 $f_0(d_i)$: 粒径別体積占有率である。)。なお、砂粒子運動については、計算対象領域の上・下流は周期境界、側面は固定境界としている(図-3参照)。

3. 混合砂の鉛直分級過程

(1) 鉛直分級の時間発展

図-4に鉛直二次元と三次元のシミュレーションでの濃度重心の時系列を各粒径ごとに示す。鉛直二次元と三次元の双方ともに、最小粒径粒子の濃度重心が時間の経過につれて下降する傾向が見られる。また、その他の粒径粒子についても、それらの濃度重心が、水流によるせん断力の作用開始後にやや下降し、その後は、平均的に同レベルを保持する傾向が、二次元と三次元のシミュレーションで共通している。しかしながら、鉛直二次元モデルで計算され

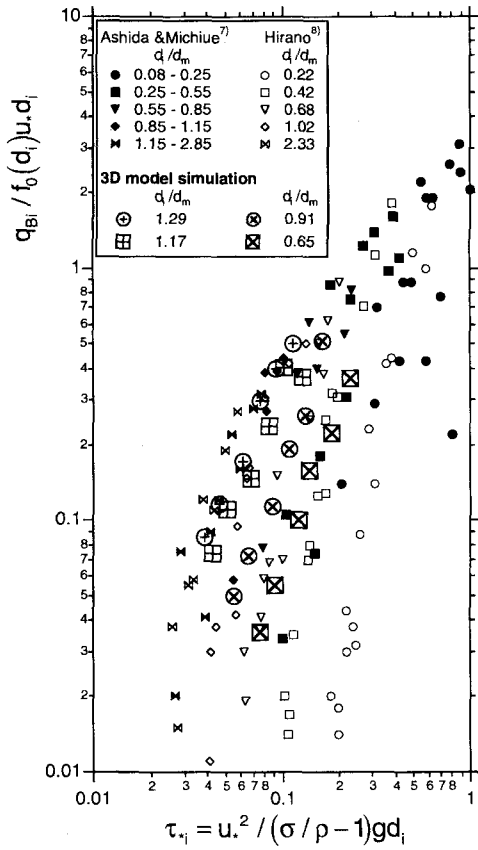


図-2 粒径別流砂量

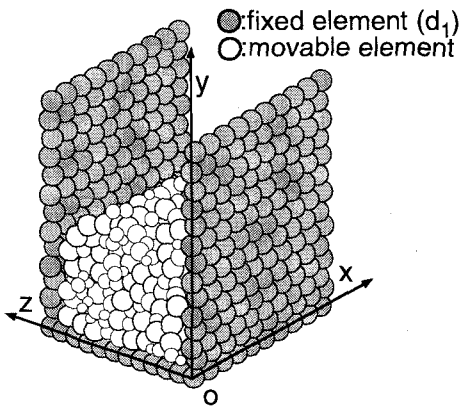


図-3 計算対象領域

た濃度重心は、三次元モデルのそれと比較して大きく振動しながら推移する。これは、二次元（シリンダー）モデルでは、ある粒子が他の粒子に接触する点が三次元（球）モデルと比較して少数であるので、個々の砂粒子の運動が接触状態にある他の砂粒子の運動の影響をより強く反映した運動となり、砂粒子軌跡の変動が大きくなることに因るものと考えられる。一方、三次元（球）モデルでは、ある粒子が他の粒子に接触する点が、二次元（シリンダー）モデルと比較して多く存在し、単一の粒子運動の影響が薄められて砂粒子運動軌跡の変動が小さくなり、全体として安定した状態で推移するものと考えられる。

三次元では、水流によるせん断力の作用開始後の

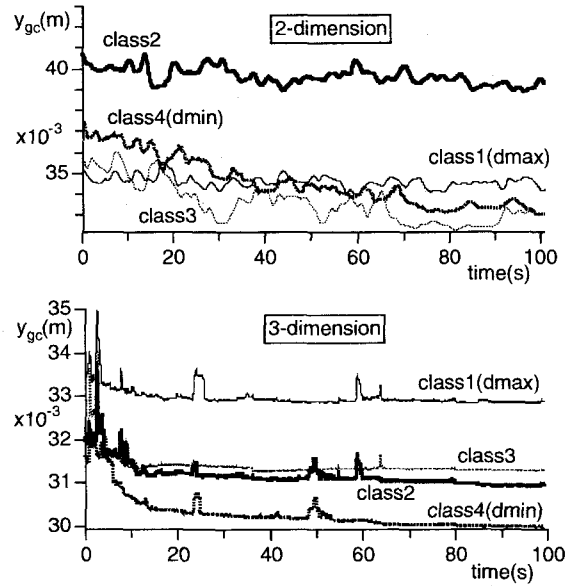


図-4 濃度重心の時系列

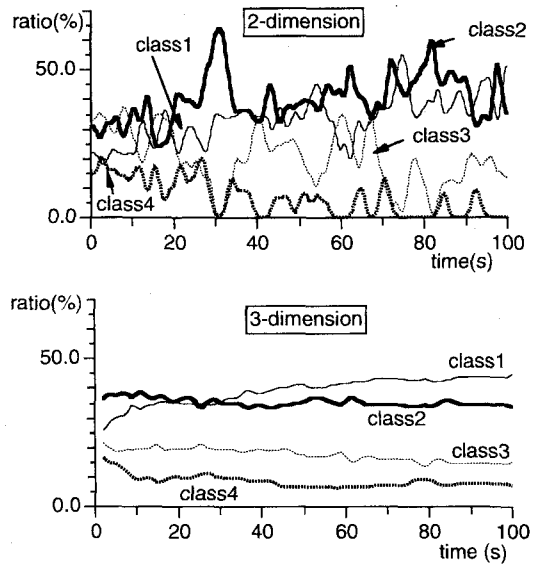
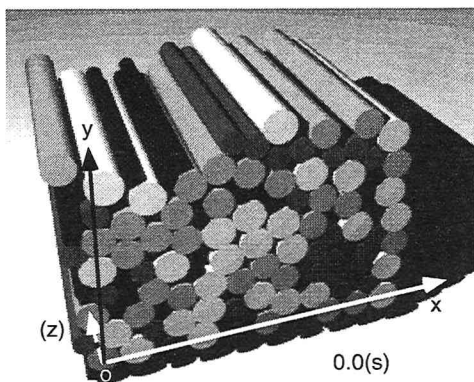


図-5 表層での各粒径階の占有率の時系列

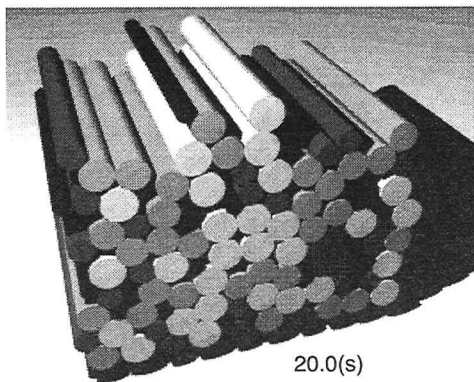
10秒の間で、激しい濃度重心の動揺が見られる。これは、パッキング（重力の作用下での安定な初期粒子配列の形成過程）終了後の粒子の初期配列では、粒子が密に充填された状態になく、せん断力的作用による粒子層の流動化によって空隙へ粒子が移動し、より安定した粒子配列構造を形成していく段階に対応していると考えられる。

図-5に表層での各粒径階の個数占有率の時系列を示す。大略的には、最小粒径粒子の占有率は減少し、最大粒径粒子のそれは逆に増加する傾向が、鉛直二次元と三次元の双方で確認でき、表層の粗粒化が表現されている。

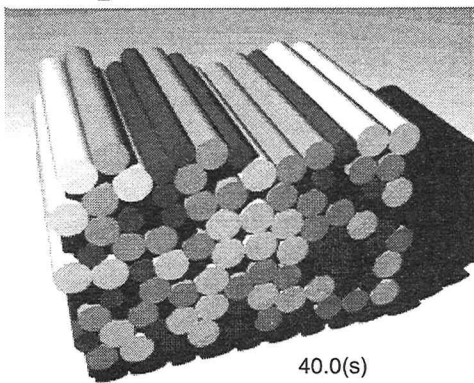
鉛直二次元と三次元では、どの粒径階の軌跡についても、明らかに軌跡の振幅が異なる。二次元における軌跡の振幅が大きくなるのは、図-4における各粒径階の濃度重心の時系列の場合と同様の理由によ



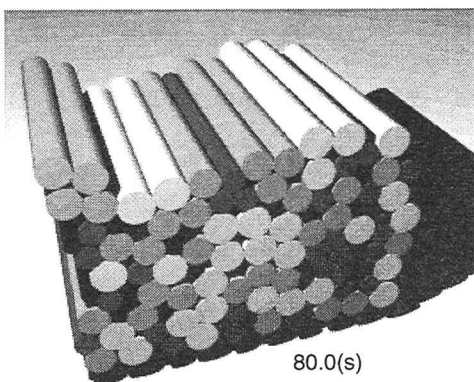
0.0(s)



20.0(s)



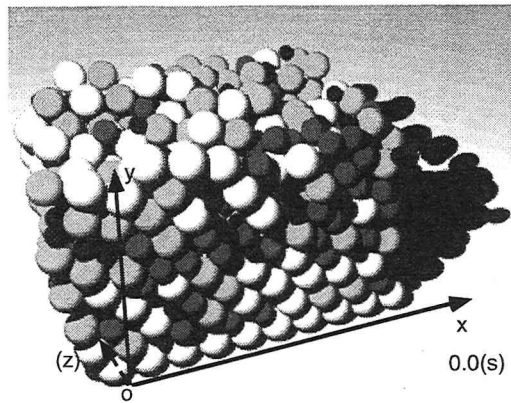
40.0(s)



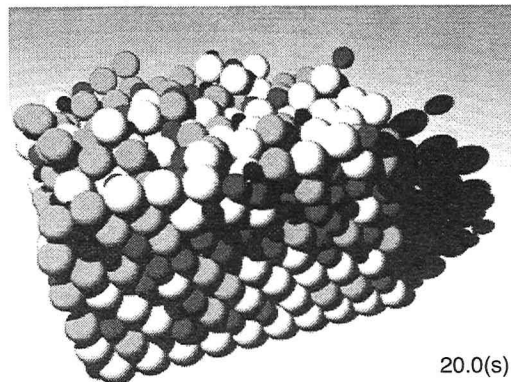
80.0(s)

図-6 スナップショット (2-dimension)

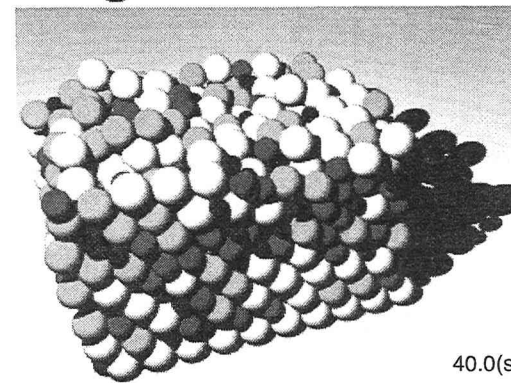
るものと考えられる。つまり、ある粒子が他の粒子と接触する点が少ない、他の粒子の運動の影響を反映し易いため、粒子が安定した状態を継続して保持することが困難となる。それに対して、三次元では、水流によるせん断力の作用開始後約60秒で、ほぼ安定した粒子配列構造が形成され、その後、表層における構成粒子の大きな変化はなく、徐々に分級



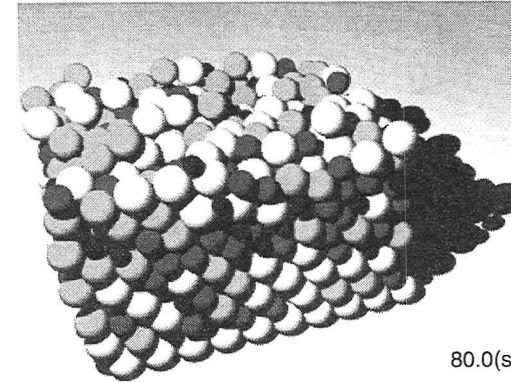
0.0(s)



20.0(s)



40.0(s)



80.0(s)

図-7 スナップショット (3-dimension)

が進行している様子が見られ、どの粒径階も二次元と比較すると滑らかな占有率の時系列を示す。これは、粒子同士の接触点が二次元と比較して多く、より安定な粒子配列構造を形成していることが原因であると考えられる。なお、二次元では、表層での最小粒径粒子の占有率が0%になる時間が存在するが、三次元では見あたらない。この結果からも、三次元

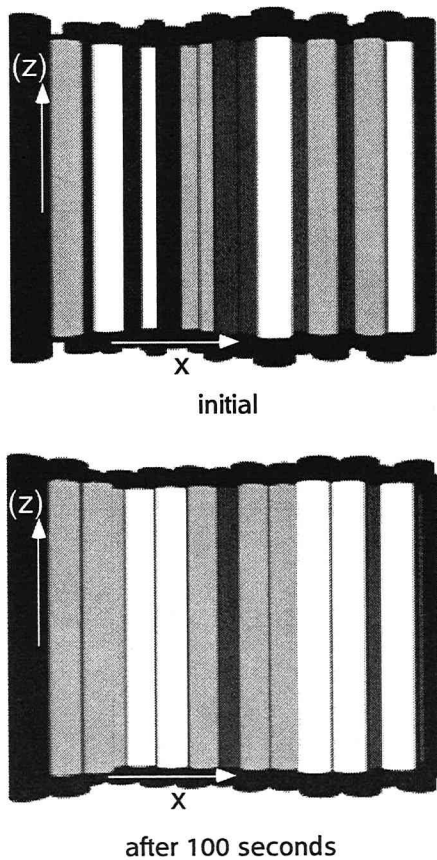


図-8 上方からの画像 (2-dimension)

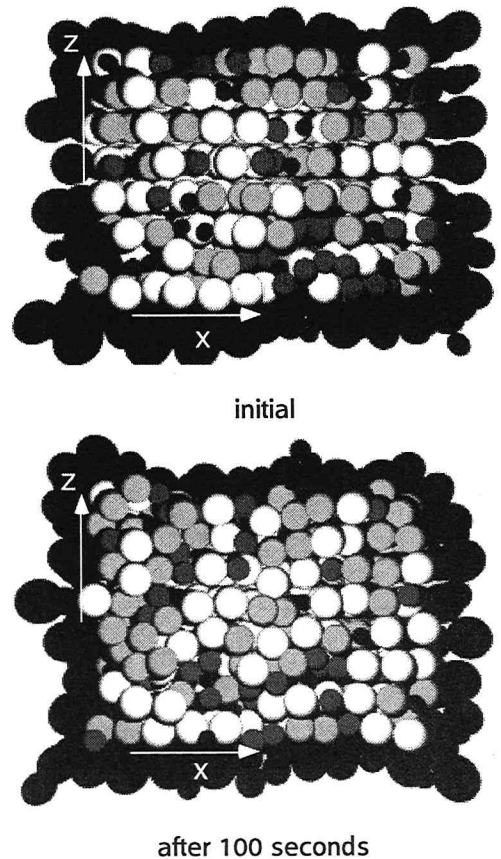


図-9 上方からの画像 (3-dimension)

が鉛直二次元と比較して、より安定した粒子配列を有していること、換言すれば、鉛直二次元と比べて動き難い構造であることが伺える。

この図で最も興味深い箇所は、二次元と三次元で各粒径階の占有率が、変動を除外すれば大略的に同レベルの値をとることである。このことは鉛直二次元モデルでも各粒径階ごとの占有率の予測程度の目的に限定すれば、ほぼ現象を良好に推定できることを示唆している。

図-6、図-7に、鉛直二次元と三次元のシミュレーション結果のスナップショットを示した。図-6では、三次元との比較を容易にするため、二次元の結果を三次元と同一の視点から眺めたシリンダーを用いて表示している。これらの図より、時間の経過につれて、表層に占める大粒径粒子（白い部分）の割合が増加する様子が二次元と三次元の双方で確認できる。さらに、分級の効果を明確にするため、図-8および図-9に、真上から眺めた表層の状態を示す。初期と比較して100秒後では、最大粒径の占有率が増加し、表層の粗粒化が明瞭に見られる。また、ここでも前述したように、二次元と三次元の双方とも、同時刻における表層での各粒径階の占有率が視覚的にはほぼ同レベルにあり、図-5の特性を裏付けている。しかしながら、当然、二次元計算からは、三次元計算のような各粒径階の複雑な配置パターンを示

すことは不可能であり、三次元モデルの表現力と情報量の豊かさには疑念がない。要求される精度に応じて、計算から得られる情報量と計算コストのバランスを考え、三次元モデルを適切に使用することが肝要である。

(2) 混合砂の分級過程の内部構造

鉛直二次元モデルと三次元モデルの決定的な違いは奥行き方向の粒子運動を表現できるか否かという点にあることは言うまでもない。計算領域を、図-10に示すように3層に分割し、各層内部における各粒径階の横断方向 (z 軸) の濃度重心の時系列を3層別に求めて図-11に示した。なお、図中の縦軸の原点は、パッキング終了後の全粒子の重心位置の z 座標とした。正值は重心点よりも手前への粒子群の運動を、負値は奥への運動を表している。図より、どの粒径階も下層ほど運動が緩慢になり、層内の運動量の交換が弱まる様子が確認できる。また、60秒付近まで粒子群が活発な運動をした後は緩やかに推移しており、分級が進行し安定した粒子配列構造に収束しつつあることが読みとれる。さらに、ある層とそれに接する層の粒子群の動きは互いに対をなし、大略的には、一方が正方向に移動すれば、他方は負の方向へ移動する相互作用関係が成立している。

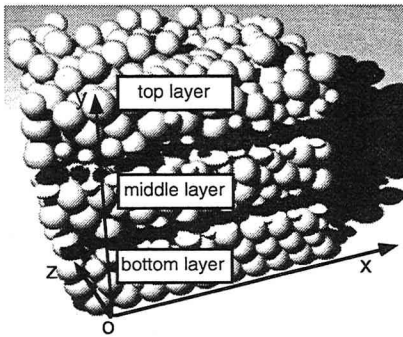


図-10 領域分割図

4. 結 語

本研究では、これまで著者らが使用してきた個別要素法を基礎とした数値移動床（粒状体コード）を鉛直二次元から三次元に拡張し、一方向流下の混合砂の鉛直分級について数値流砂水理学的に検討した。また、鉛直二次元と三次元のシミュレーションを同一条件下で比較し、二次元モデルから三次元モデルへの拡張がもたらす新しい情報、すなわち横断方向の運動特性についてその基本的部分を示した。また、各粒径階の占有率に限定すれば、二次元モデルでも三次元モデルと同様の傾向が平均的には再現できることを確認した。

三次元計算のデータは情報量が極めて多い。膨大な数値情報を如何に整理し、現象の特徴を浮き彫りにするかは、三次元計算の後処理として重要な課題である。コンピュータグラフィックスの進歩により、本稿で示したような流動層表面の状態の三次元表示は比較的容易に行えるようになったが、内部の特性（例えば、砂粒子移動速度、存在確率密度の横断方向分布、個々の砂粒子の移動軌跡等）についても視覚的にとらえ易い表示の工夫が望まれる。さらに、図-9に見られるような複雑な砂粒子配列パターンをどのように集約・定量化するかといった問題も検討に値するだろう。

今後は、粒径別移動限界や粒径階の構成比の影響等、ここでは言及しなかった課題について系統的なシミュレーションを実施するとともに、先述した「後処理」としてのデータ処理とグラフィックスの問題についても検討を進めたい。

謝辞：本研究の遂行に際しては、第一著者が日本学術振興会から特別研究員としての補助を受けたことを記して、謝意を表する。

参考文献

- 1) 後藤仁志・原田英治・酒井哲郎：数値移動床による混合粒徑粒砂の流送過程のシミュレーション，水工学論文集，第44巻，pp.665-670，2000.
- 2) 牛島 省・禰津家久：不均一粒子流の混合・分級現象に関する3次元並列数値解析法の提案，水工学論文集，第45巻，pp.715-720，2001.

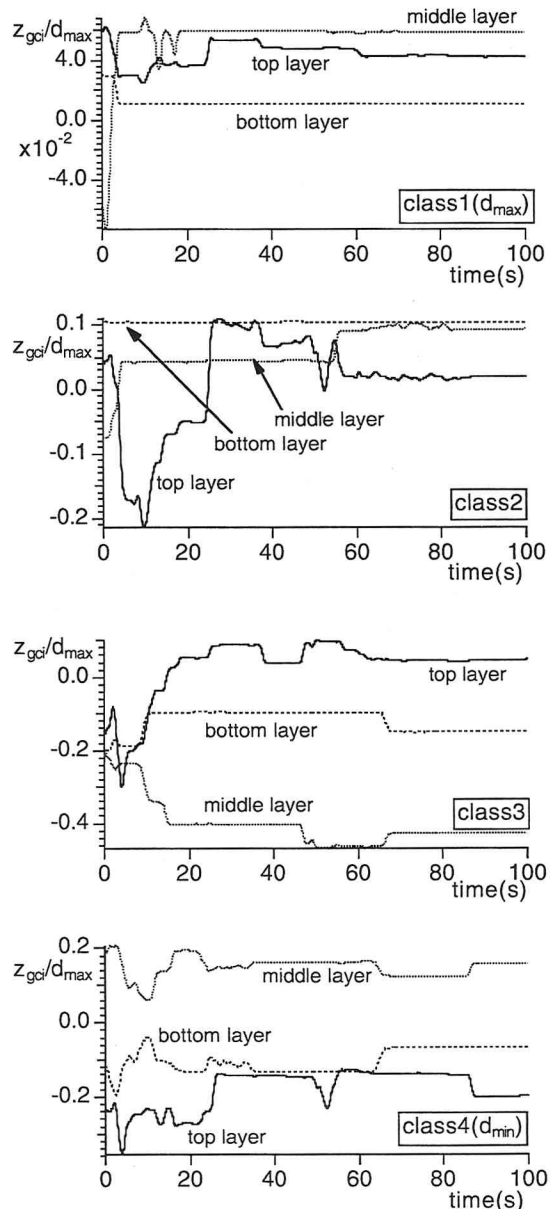


図-11 横断方向の濃度重心時系列 (z_{gci})

- 3) 重松孝昌・小田一紀・田野雅彦・廣瀬真由：個別要素法による水中沈降粒子群の3次元挙動に関する研究，海岸工学論文集，第47巻，pp.996-1000，2000.
- 4) 後藤仁志・原田英治・酒井哲郎：三次元個別要素法による数値移動床の一般化，水工学論文集，第46巻，2002（投稿中）.
- 5) 後藤仁志，酒井哲郎：河床構成粒子群との相互作用を考慮した流砂の流動過程の数値解析，水工学論文集，第41巻，pp. 819-824，1997.
- 6) 禰津家久：開水路乱流の乱れ強度に関する研究，土木学会論文集，第261号，pp. 67-76，1977.
- 7) 芦田和男，道上正規：混合砂礫の流砂量と河床変動に関する研究，京都大学防災研究所年報，第14号B2，pp. 259-273，1971.
- 8) 平野宗夫：Armoringを伴う河床変動について，土木学会論文集，第195号，pp. 55-65，1971.

(2001. 10. 1受付)