

二次元ウェーブレット変換を用いた 開水路凹部流れにおける組織乱流の挙動解析

ANALYSIS OF ORGANIZED TURBULENCE IN OPEN-CHANNEL FLOW OVER
CONCAVE BED USING TWO-DIMENSIONAL WAVELET TRANSFORM

宮本仁志¹・神田 徹²・山中大輔³

Hitoshi MIYAMOTO, Tohru KANDA and Daisuke YAMANAKA

¹正会員 修士(工学) 神戸大学助手 工学部建設学科(〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1-1)

²フェロー会員 工博 神戸大学教授 工学部建設学科(同上)

³学生会員 学士(工学) 神戸大学大学院 自然科学研究科博士課程前期課程(同上)

In the present paper, we examine organized motions along a turbulent mixing layer in an open-channel flow analyzed by using wavelet transforms. Experimental data of velocity vectors are collected from a particle image velocimetry (PIV). At first, a multiresolutional analysis (MRA) is employed for extracting a velocity component of organized turbulence from the PIV data. Then, distributions of an instantaneous Reynolds stress in the organized turbulence are analyzed using a two-dimensional continuous wavelet transform (2D-CWT) in order to detect the spatial scales and their locations of the coherent structures. From the results of the wavelet analyses, characteristics of the organized motions along the mixing layer, such as an evolution of spatial scale, advection velocity and intensity of the instantaneous Reynolds stress, are discussed in different Froude number.

Key Words : wavelet analysis, organized motion, turbulent mixing layer, open-channel flow, concave bed

1. はしがき

近年, 生物生息空間や河川景観の保全という観点からの河川整備が積極的に行われつつあり, 瀬や淵, わんど等のように自然生態系に適合した河道空間を創出することが重要となっている. このような断面急変部の水理設計では, 流れの場所的変化のみならず, その非定常挙動を詳細に把握する必要がある. 流れの計測技術の発達によって種々の乱流構造が計測されつつあるが, その非定常特性は水理条件や境界形状によって大きく変化するので, 計測手法をさらに改良させると同時に, 複雑な乱流構造を的確に整理し非定常挙動を明らかにするための新たな解析方法の導入も重要である.

本研究では, そのような河道断面急変部での流れの挙動解明を目標に, 水路床に凹部をもつ開水路流れ(以下, 開水路凹部流れ)を対象として, 主にPIV (particle image velocimetry) 計測によって得られる流れ場の情報を解析し, その流況特性を調べてきた^{1)~3)}. 前報¹⁾では, 多重解

像度近似 (multiresolutional approximation; MRA)⁴⁾ および二次元連続ウェーブレット変換 (two-dimensional continuous wavelet transform; 2D-CWT)⁵⁾ を用いることによって主流-凹部境界のせん断混合層(以下, 凹部混合層)における乱流構造の解析を行い, 組織運動の空間スケール, 走時挙動など流れの非定常特性を明らかにした. また, 得られた結果より, 流れの非定常特性の解析に対する同変換の有効性を確認した.

本報では, 流入部の水理条件(レイノルズ数・フルード数), 凹部形状比など開水路凹部流れの支配パラメータのうちフルード数のみを系統的に変化させた実験を行い, PIV計測で得られた流速値にウェーブレット変換(MRA, 2D-CWT)を適用することによって組織運動のフルード数依存性を検討する.

組織乱流の解析方法としては, 四象限分類法, VITA法(variable interval time averaging), POD (proper orthogonal decomposition) などが従来用いられている. POD⁶⁾は, 非定常信号を直接的に取り扱うウェーブレット解析とは異なり, 変動成分の分散共分散行列の固有ベクトルを用い

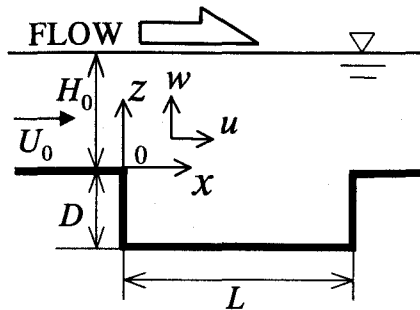


図-1 対象とする開水路凹部

表-1 実験条件

CASE	凹部形状			水理条件			
	D (cm)	H ₀ (cm)	L (cm)	Q (cm ³ /sec)	U ₀ (cm/sec)	Re	Fr
1	5.0	5.0	20.0	1540	15.4	7700	0.22
2	4.0	4.0	16.0	1560	19.5	7800	0.31
3	3.0	3.0	12.0	1540	25.7	7700	0.47
4	2.5	2.5	10.0	1550	31.0	7750	0.63

Q: 流量, H₀: 流入水深, U₀: 流入部での断面平均流速,
Re: レイノルズ数($=U_0 H_0 / \nu$), Fr: フルード数($=U_0 / (g H_0)^{1/2}$),
D: 凹部深さ, L: 凹部長さ, L/D: 凹部形状比 (= 4.0)

て主要な変動パターンを抽出する統計的手法である。著者らは、開水路凹部流れを対象にしてPOD解析を行い、乱れの成分分析に対する同手法の有効性を検討している⁷⁾。

2. 水理実験の概要

(1) 開水路凹部および実験条件

図-1に本研究で対象とする開水路凹部の模式図を示す。用いた水路は全長500cm、幅20cmの亚克力製であり、水路上流端から330cmの位置に長さL、深さDの凹部を設けている。

表-1に実験条件を示す。本研究では、凹部形状比 L/D とレイノルズ数 $Re = U_0 H_0 / \nu$ を一定とし、フルード数 $Fr = U_0 / (g H_0)^{1/2}$ を0.22～0.63の範囲で変化させた。

(2) PIV計測の概要

流速計測にはPIV(濃淡画像相関法)³⁾を用いた。トレーサー粒子としては、比重約1.02、粒径0.075～0.150mmの高分子ポリマーを、レーザー光源には4W-アルゴンイオンレーザーを用いた。画像の1画素の実長(空間分解能)は0.17～0.34mm、サンプリング周波数(時間分解能)は120Hzである。また、平均流速など統計量を算出する際には、約36秒(約4300画像)の計測値を用いた。

3. ウェーブレット解析

(1) 解析の概要

前報⁹⁾で提案したウェーブレット解析(MRA, 2D-CWT)の手順を以下に示す。

① MRAによる組織乱流成分の抽出；

PIVで得られた各計測点での流速時系列にMRAを施し、各周波数帯(レベル)の流速変動時系列に分解する。

次に、各レベルの変動時系列の統計量(変動強度・共分散)を指標として、それら時系列を凹部混合層の組織運動を表す成分を含む三つの周波数帯階層に分類し、時系列の再合成を行う。ここで、得られた三階層の成分を、(i)低周波数の変動を含む「準平均流」成分、(ii)混合層の組織運動を含む「組織乱流」成分、(iii)高周波数で空間スケールの小さい「非組織乱流」成分、と定義する。

② 2D-CWTによる組織運動の挙動解析；

組織運動を表す指標として、得られた組織乱流の成分から瞬間レイノルズ応力を算出する。その空間分布に2D-CWTを適用することによって組織運動の空間スケール、移流速度などの非定常挙動を考察する。

なお、本研究では、流速値をレイノルズ分解ではなくMRAにより三層分解しているため、『瞬間レイノルズ応力』という表現は適切ではない。しかしながら、組織乱流の成分が真の瞬間レイノルズ応力の大部分をなすことが予想されること、他に適切な表現がないことなどから、本報では、便宜上、②での物理量を瞬間レイノルズ応力と称する。また、非組織乱流成分には、2.(2)で記したPIV計測の時間・空間分解能の限界による誤差が含まれる可能性があるが、ここでは組織乱流成分を対象として二次元ウェーブレット変換を施すので、組織運動の非定常挙動の解析には支障がないものと考え、研究を遂行した。

(2) MRAと2D-CWTの概要

MRAは次式で定義される。

$$f(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \langle \phi_{mi} | f \rangle \phi_{mi}(t) + \sum_{j=m}^1 \sum_{i=-\infty}^{\infty} \langle \psi_{ji} | f \rangle \psi_{ji}(t) \quad (1)$$

ここに、 $f(t)$: 解析対象とする時系列、 ψ , ϕ : 離散ウェーブレットおよびスケーリング関数である。式(1)は、信号のもつ周波数帯を二分割するハイパスフィルター ψ とローパスフィルター ϕ を用いて、 $f(t)$ を各周

波数帯の階層構造に展開したものと考えられる。また、 ψ 、 ϕ は正規直交関数系となるため、 $f(t)$ は ψ 、 ϕ とそれに対応するウェーブレット係数を用いて再合成できる。なお、本研究では、Daubechiesの正規直交ウェーブレット ${}_N\psi$ およびスケーリング関数 ${}_N\phi$ ($N = 10$)⁴⁾を基底関数として用いた。

関数 $f(\mathbf{x}) = f(x, z)$ の二次元連続ウェーブレット変換は次式で定義される。

$$W[f] = \tilde{f}(l, \mathbf{x}') = \langle \psi_{l, \theta, \mathbf{x}'} | f \rangle$$

$$= l^{-2} \int \overline{\psi(l^{-1} r_{-\theta}(\mathbf{x} - \mathbf{x}'))} f(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (2)$$

ここに、 $\tilde{f}(l, \mathbf{x}')$ ：二次元ウェーブレット係数、 $l, \mathbf{x}'$ 、 $r_{-\theta}$ ：それぞれウェーブレットの幅、位置、および方向に対応するスケールパラメータ、移動パラメータ、回転マトリックス、 $\overline{\psi}$ ：関数 ψ の複素共役である。各パラメータを変化させることによりマザーウェーブレット ψ を拡大・縮小、移動および回転させ、 $\psi_{l, \theta, \mathbf{x}'}$ と f との内積により関数の局所的な変動特性を抽出する。なお、本研究では、マザーウェーブレットとして、次式で示すガウス分布の高次オーダーラプラシアン($n = 3$)を用いた。

$$\psi_h^{(n)}(\mathbf{x}) = (-\Delta)^n \exp(-|\mathbf{x}|^2/2) \quad (3)$$

4. 解析結果と考察

(1) PIV計測による開水路凹部流れの概要

a) 瞬間流速

図-2に、PIVによって得られた瞬間流速ベクトルの一例を示す。主流-凹部境界で流速は大きく変動しており、流下方向にせん断混合層が発達している。

b) 時間平均流速

図-3に、各CASEにおける時間平均流速ベクトルを示す。すべてのCASEにおいて凹部内に循環流が形成されている。フルード数 Fr の増加に伴って、循環流は凹部の中～下流域(図-3(a), $Fr = 0.22$)から凹部全域スケールへと発達し、凹部底面近傍の逆流部での流速は大きくなる。また、凹部流入部での流速せん断は、フルード数 Fr の増加に伴って大きくなっている。

(2) 解析対象となる組織乱流成分と瞬間レイノルズ応力

3. (1)で説明した解析手順に従って、MRA(式(1))により流速時系列を各周波数帯(レベル)の流速変動時系列に分解し、各レベルにおける変動成分の統計量を指標と

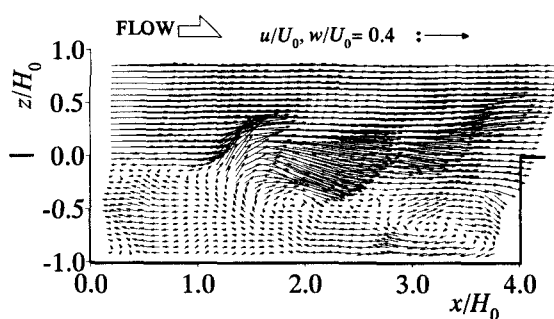
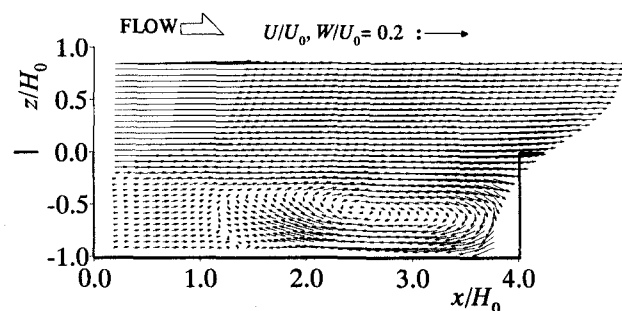
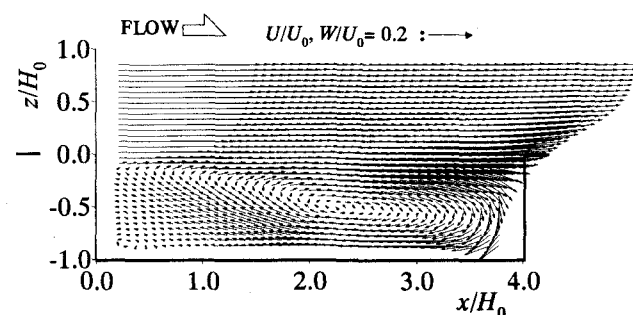


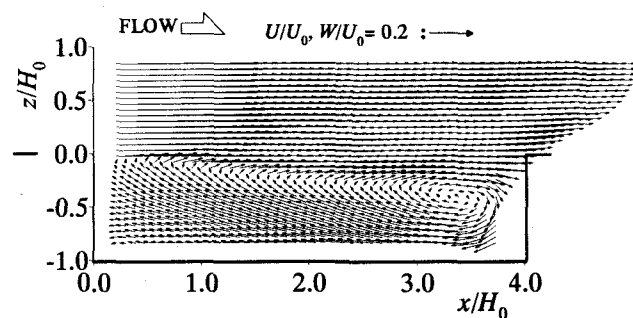
図-2 瞬間流速ベクトルの例 (CASE 1 ; $Fr = 0.22$)



(a) CASE 1 ($Fr = 0.22$)



(b) CASE 2 ($Fr = 0.31$)



(c) CASE 4 ($Fr = 0.63$)

図-3 時間平均流速ベクトル

して組織乱流成分 $v_c(x, z, t)$ を抽出した。

図-4に得られた v_c (周波数帯：0.9～7.5Hz)の一例を、図-5に対応する瞬間レイノルズ応力 $-u_c w_c / U_0^2$ の空間分布を、それぞれ示す(CASE 1, $Fr = 0.22$)。図-4より、 v_c は、主流-凹部境界で局所的に大きくなっており、凹部

混合層における組織的な運動を表していることがわかる。図-5に示す $-u_c w_c / U_0^2(x, z, t)$ の空間分布において、その卓越部分は図-4での v_c の卓越部分とよく一致している。これより、組織運動を表す指標としての $-u_c w_c / U_0^2$ の有効性が確認できる。なお、全CASEにおいて、MRAの各レベルにおける変動成分の統計量を検討した結果、組織乱流成分の周波数帯は同一であった。

(3) 2D-CWTによる組織運動の走時挙動の抽出

得られた瞬間レイノルズ応力 $-u_c w_c / U_0^2(x, z, t)$ の空間分布に2D-CWTを適用することによりウェーブレット係数の分布を算出し、その極大値に対応する移動パラメータ x' とスケールパラメータ l によって $-u_c w_c / U_0^2$ 卓越部分の位置 $(x_{\max}, z_{\max})$ と空間スケール $l_{\max}$ を算出した。

図-6に解析結果を示す(図-5に対応)。図中における円の直径と中心位置が、それぞれ $-u_c w_c / U_0^2$ 卓越部分の空間スケール $l_{\max}$ と位置 $(x_{\max}, z_{\max})$ に対応する。これより、ウェーブレット係数極大値を介して、組織運動の空間スケールを抽出できることがわかる。

図-7は、抽出されたウェーブレット係数極大値の中心位置 $(x_{\max}, z_{\max})$ と空間スケール $l_{\max}$ を時空間平面上にプロットしたものであり、 (x, z, t) 空間を移動する極大値の $x-t$ 、 $z-t$ 、 $x-z$ 平面への投影図である。ここでは、抽出された全事象のうち、ウェーブレット係数の値が上位50%になる事象のみを示しており、図中のシンボルは空間スケール $l_{\max}$ に対応している。図-7(a)の $x-t$ 平面において、 $-u_c w_c / U_0^2$ 卓越部分は、時間の経過とともに、空間スケールを変化させながら流下方向に連なっている。この一つの帯状の連なりは、凹部混合層における組織運動の走時挙動を反映していると考えられる。すなわち、これら帯の勾配が組織運動の流下方向への移流速度を、 x 、 t 方向の帯の間隔が空間的、時間的な発生間隔を、それぞれ表している。図-7(b)に示す $z-t$ 平面においてもプロットの連なりが見られ、これより組織運動の鉛直方向への移動がわかる。また、図-7(c)の $x-z$ 平面での分布は、凹部混合層の空間スケール(範囲)を示している。

(4) フルード数に伴う組織運動の挙動変化

各CASEにおいて、図-7(a)に示すような $x-t$ 平面でのウェーブレット係数極大値の分布(帯)より平均移流速度 C を算出した。図-8は無次元移流速度 C/U_0 とフルード数 Fr の関係を示したものである。これより、 C/U_0 は Fr が増加するにつれて小さくなっているのがわかる。これは、 Fr の増加に伴って図-3に示す凹部内逆流部の時間平均流速が大きくなり、ある程度の空間スケールをもって $x-z$ 平面を移動する組織構造の移流速度を低減させるためと推察される。

図-9に、各CASEにおける組織運動(瞬間レイノルズ応力卓越部)の無次元空間スケール $\bar{l}_{\max}/H_0$ の流下方向変

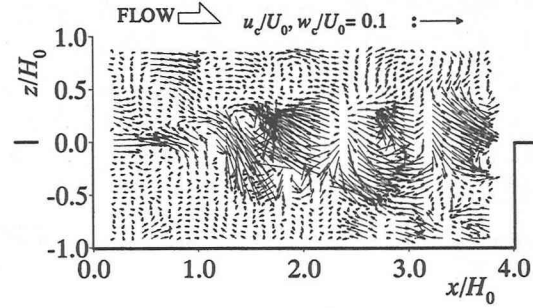


図-4 組織乱流の流速変動成分 $v_c(x, z, t)$
(CASE 1, $Fr = 0.22$, 対応する周波数帯; 0.9~7.5Hz)

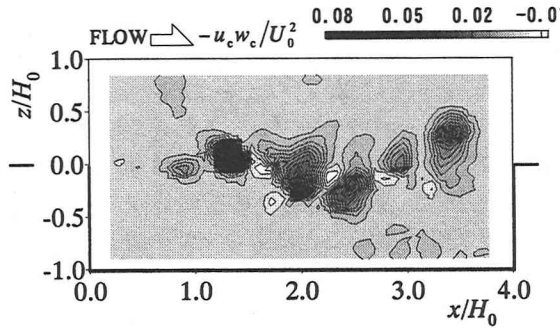


図-5 瞬間レイノルズ応力 $-u_c w_c / U_0^2$ の空間分布 (CASE 1, $Fr = 0.22$)

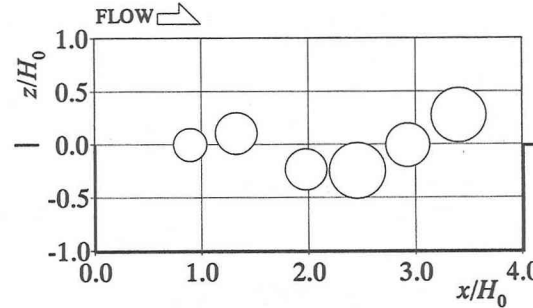
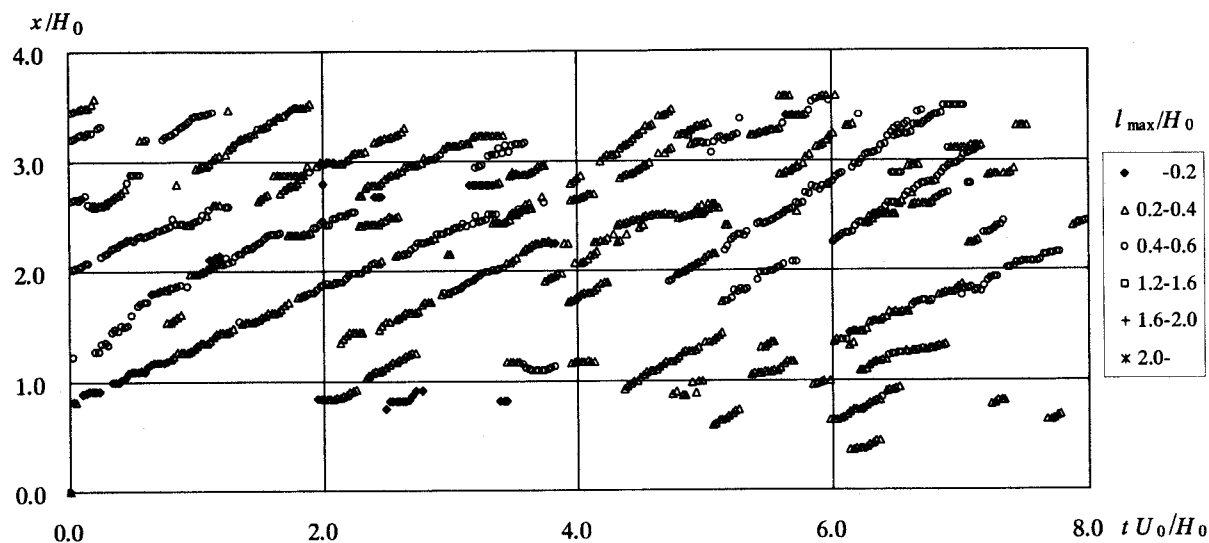


図-6 ウェーブレット係数極大値の位置と空間スケールの分布 (CASE 1, $Fr = 0.22$, 図-5に対応)

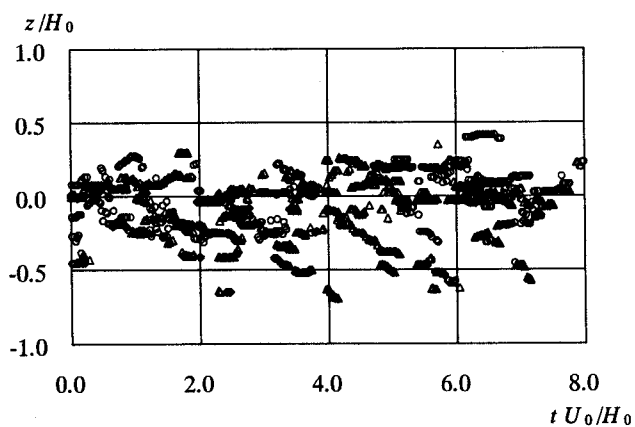
化を示す。ここで $\bar{l}_{\max}$ は流下方向 $x/H_0 = 0.2$ ごとの統計平均値を表す。全CASEで $\bar{l}_{\max}/H_0$ は、 Fr 変化の影響を受けずほぼ同一の値となる。凹部上~中流部においては、 $\bar{l}_{\max}/H_0$ は流下方向に大きくなっていき、中~下流部では、若干の増加傾向はあるがほぼ一定の値となる。

瞬間レイノルズ応力卓越部の大きさ $-u_c w_c / U_0^2$ が流下方向にどのように変化するかを検討するために、空間スケール $l_{\max}/H_0$ を直径とする円領域Aにおける $-u_c w_c / U_0^2$ の空間平均値を算出し、流下方向 $x/H_0 = 0.2$ ごとにその統計平均 $\overline{-u_c w_c / U_0^2}$ を計算した。

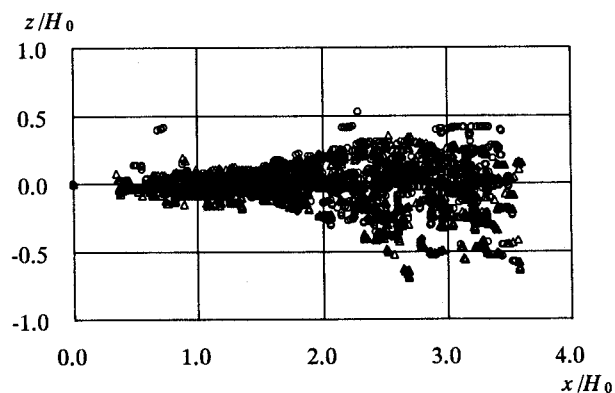
$$\overline{-u_c w_c / U_0^2} = \frac{1}{N U_0^2} \sum \frac{4}{\pi l^2} \int_A (-u_c w_c) dx dz \quad (4)$$



(a) $x-t$ 平面



(b) $z-t$ 平面



(c) $x-z$ 平面

図-7 時間空間平面におけるウェーブレット係数極大値の分布 (CASE 1, $Fr = 0.22$)

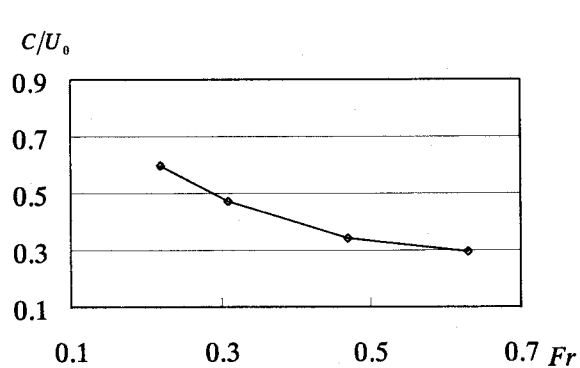


図-8 無次元移流速度 C/U_0 とフルード数 Fr の関係

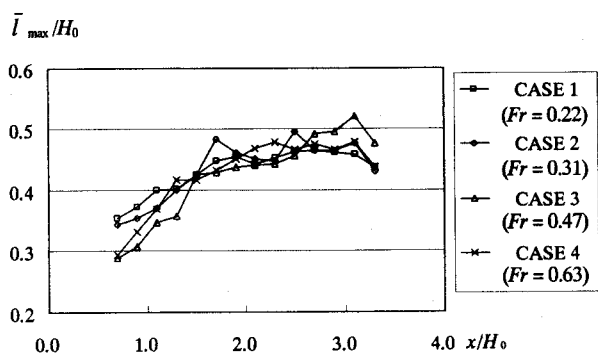


図-9 空間スケール $\bar{l}_{\max}/H_0$ の
流下方向変化

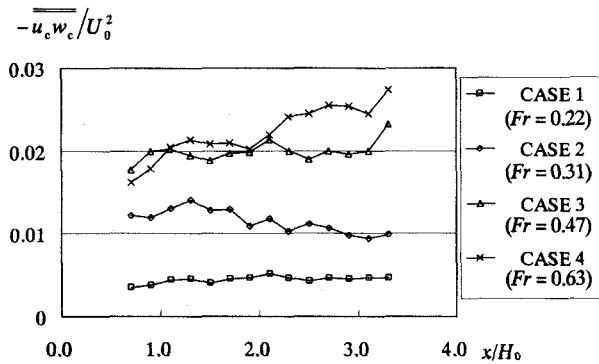


図-10 瞬間レイノルズ応力卓越部の空間平均値 $-\overline{u_c w_c} / U_0^2$ の流下方向変化

ここに、 N_l は空間間隔 $x/H_0 = 0.2$ に含まれる事象の数である。

図-10に、各CASEにおける $-\overline{u_c w_c} / U_0^2$ の流下方向変化を示す。Frが増加するに伴って $-\overline{u_c w_c} / U_0^2$ は大きくなっている。これは、凹部流入部における平均的な流速せん断がFrの増加に伴い大きくなるためと考えられる。また、CASE 1～CASE 3においては、 $-\overline{u_c w_c} / U_0^2$ は流下方向にほぼ一定の値となる。

5. 結 論

本研究で得られた結果を以下に記す。

- 1) 開水路凹部流れのPIV計測値にウェーブレット変換 (MRA, 2D-CWT) を適用した結果、凹部混合層における組織運動の非定常特性がウェーブレット係数極大値を介して明確に抽出された。
- 2) 組織運動の空間スケールが流下方向に発達していくことを定量的に示した。フルード数が0.2～0.6程度の範囲では、その空間スケールはほぼ同一となる。

- 3) フルード数の増加に伴って、組織運動の無次元移流速度は小さくなっていくことがわかった。これは、凹部底面近傍の逆流部における平均流速がフルード数の増加に伴って大きくなり、移流速度に影響を及ぼすためと考えられる。
- 4) フルード数の増加に伴い、瞬間レイノルズ応力卓越部の空間平均値 (組織運動の強さ) は大きくなることがわかった。これは、凹部上流部の流速せん断がフルード数の増加に伴って大きくなるためと考えられる。

以上より、本研究で用いたウェーブレット変換 (MRA, 2D-CWT) は、開水路凹部流れにおける組織運動など流れの非定常特性を解析するのに有効な手法といえる。

参考文献

- 1) 宮本仁志, 神田 徹: 開水路凹部における流れの組織運動の二次元ウェーブレット解析, 水工学論文集, 第45巻, pp.499-504, 2001.
- 2) 神田 徹, 宮本仁志, 槇野 渉: 開水路凹部のせん断混合層における乱流構造のウェーブレット解析, 土木学会論文集, No.656/II-52, pp.121-133, 2000.
- 3) 宮本仁志, 神田 徹, 藤田一郎, 池上 迅: PIVによる開水路凹部流れの計測および数値解析, 水工学論文集, 第41巻, pp.1049-1054, 1997.
- 4) 例えば, Daubechies, I.: *Ten lectures on wavelets*, CBMS Lecture Notes Series, SIAM, 1991.
- 5) 例えば, Antoine, J. -P.: *The 2-D wavelet transform, physical applications and generalizations*, *Wavelets in physics*, ed. J. C. van den Berg, pp.23-75. Cambridge University Press, 1999.
- 6) Berkooz G., Holmes P. and Lumley J. L.: *The proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows*, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol.25, pp.539-575, 1993.
- 7) 宮本仁志, 神田 徹, 兵頭 伸幸: 開水路凹部流れにおける乱れの主成分分析, 水工学論文集, 第45巻, pp.505-510, 2001.

(2001. 10. 1受付)