

# 非定常開水路流れの内層における 乱流構造に関する数値計算

## NUMERICAL ANALYSIS ON TURBULENT STRUCTURES OF INNER LAYER IN UNSTEADY OPEN-CHANNEL FLOWS

梶津家久<sup>1</sup>・山上路生<sup>2</sup>  
Iehisa NEZU and Michio SANJOU

<sup>1</sup>フェロー会員 工博 京都大学大学院教授 環境地球工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

<sup>2</sup>学生員 京都大学大学院 環境地球工学専攻博士後期課程 (同上)

Depth-varying unsteady open-channel flows are often observed in real rivers during flood. So it is very important to find the turbulent structure from the point of hydraulic-engineering, river-environment and prevention of disaster.

Therefore, in this study, numerical simulation of unsteady open-channel flows was conducted in consideration of the calculation's merits that there are a few restrictions of hydraulic condition and that the unsteady characteristics of many physical variables can be easily solved in comparison with experimental method.

Especially, in the inner layer, in which turbulence and velocity gradient change largely, comparison and examination were conducted with experimental data.

**Key Words :** *Unsteady open-channel flows, inner layer, numerical analysis, turbulence*

### 1. はじめに

計算機技術および計算流体力学の発展にともない水理学および河川工学分野においても積極的に数値計算手法が導入されてきた。今日においても実用性の高さから1次元解析や平面2次元計算がしばしば適用されており、多くの成果を挙げている。また、河床変動や河岸侵食を有する移動境界問題や洪水氾濫解析問題および水質汚染問題などの実河川に特有の現象を再現するための計算モデルが頻繁に研究開発されている。

最近では開水路を対象とした乱流計算も盛んであり、乱流モデルの選択もRANS, LESおよびDNSと非常に多岐にわたっている<sup>1)~3)</sup>。また計算対象の流れ場領域もより複雑なものとなり、実河川を想定した、湾曲、死水域および複断面等を有する流れ場<sup>4)</sup>~<sup>6)</sup>の乱流計算が数多く行われている。

一方、著者らは前報<sup>7)</sup>で水防災や河川環境上、その特性を理解することが非常に重要だと思われる時空間的な水深変化をともなう非定常な乱流場を対象に鉛直2次元の数値計算を行い、レーザー流速計(LDA)による実験値と比較的良好な結果を得た。従来の洪水流計算のほとんどが1次元式や平面2次元の浅水方程式を用いているが、著者らの計算では固定メッシュの計算領域内で自由水面計算モデルであるVOF法<sup>8)</sup>を用いており、非定常開水路乱流(洪水流)の内部構造を検討することができる。ただし前報では、内層における乱流構造の実験値と詳細な

比較をできる段階までは至らなかった。壁面近傍領域では、乱れや速度勾配が大きく変化するので、内層における流れ特性を把握することの物理的意義は大きい。最近、Nezu and Onitsuka<sup>9)</sup>は4ビームのレーザー流速計(LDA)を用いて、コンピュータで流量変化を自動制御した非定常開水路乱流の内層での高精度測定に成功し、従来普遍特性を保つと考えられていたカルマン定数が非定常性の強い流れ場では時間変化することを見出した。本研究では、この実験データを対象に内層における主流速分布やカルマン定数および乱れ特性量の挙動を数値的に再現する試みである。

### 2. 基本方程式と計算方法

#### (1) 計算ケース

計算ケースは、三角波洪水流を粘性底層まで詳細にLDA計測を行ったNezu and Onitsuka<sup>9)</sup>の実験ケースを対象にした。表-1に水理条件を示す。ここで $\alpha$ は非定常開水路流れの非定常性の大きさを表す非定常パラメータであり次式で定義される。

$$\alpha \equiv \frac{1}{U_c} \frac{\partial h}{\partial t} \equiv \frac{1}{U_c} \frac{h_p - h_b}{T_d} = \frac{V_s}{U_c} \quad U_c \equiv \frac{U_b + U_p}{2} \quad (1)$$

なお、添字の $b$ および $p$ はベース時とピーク時の値を表す。

表-1 計算ケースと記号の説明

| case    | $T_d$ | $U_{m,b}$ | $U_{m,p}$ | $h_b$ | $h_p$ | $\alpha (\times 10^{-3})$ |
|---------|-------|-----------|-----------|-------|-------|---------------------------|
| case30  | 30    | 5.2       | 14.3      | 6.0   | 7.9   | 6.31                      |
| case240 | 240   | 5.2       | 17.9      | 6.0   | 8.5   | 0.90                      |

$T_d$ (s): 増水期間

$U_{m,b}$ (cm/s): ベース時の断面平均流速

$U_{m,p}$ (cm/s): ピーク時の断面平均流速

$h_b$ (cm): ベース時の水深  $h_p$ (cm): ピーク時の水深

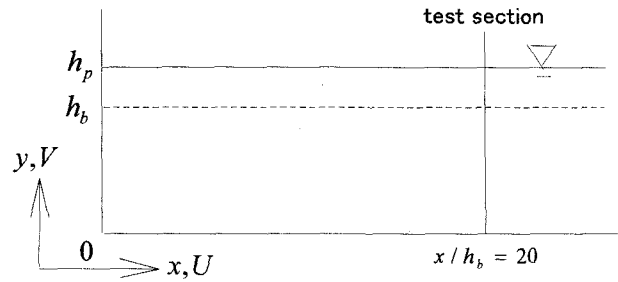


図-1 計算領域と座標系

## (2) 計算方法

本計算では、乱流モデルとしてAbe<sup>10)</sup>らの低レイノルズ数型k-εモデル(式(2)~(6))を非定常流れに応用して粘性底層を含む壁面近傍での乱流計算を可能とした。また非等方性モデルには壁近傍の乱れの非等方特性を適切に再現できる明・笠木のモデル<sup>11)</sup>(式(7)~(9))を用いてレイノルズ応力を計算した。さらに自由水面の計算にはVOF法を用いて、水深が大きく変化する非定常開水路流の乱流計算を実行した<sup>7)</sup>。自由水面の代表的な取り扱いには水面の動きに合わせてメッシュを生成する時間微分項を考慮した座標変換法などがあるが、この方法では水面形を滑らかに取り扱えるものの、流量ピーク時には鉛直方向のメッシュ間隔がベース時に比べて粗くなり精度が保てなくなるという欠点がある。さらに基礎方程式系全体を座標変換する必要があるため、取り扱いがかなり難しくなる。一方、VOF法では固定メッシュを用いるため、水深増加時においてもメッシュ精度は保存される。また圧力-流速ルーチンに各セル内の流体占有率の輸送方程式を追加計算するだけで比較的簡単に水面形計算が可能であるため<sup>7)</sup>、本研究ではVOF法を採用している。図-1に計算領域と座標系を示す。計算格子は300×60の不等間隔メッシュで、底面ほど格子幅を小さくした。粘性底層での計算を可能とするために底面からの第一格子点高はベースフロー時において $y^+ = U_\tau y / \nu < 0.5$ を満たすように設定した。以下の考察で用いる各計算値はベースフロー時において空間的に計算が十分収束する検査面( $x/h_b = 20$ )での値である。

本計算で用いた低レイノルズ数型k-εモデルは以下のとおりである<sup>10)</sup>。

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - u_i u_j \right) \quad (2)$$

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\} + G - \varepsilon \quad (3)$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right\} + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} f_1 G - C_{\varepsilon 2} f_2 \varepsilon) \quad (4)$$

$$G = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (5)$$

$$\nu_t \equiv C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (6)$$

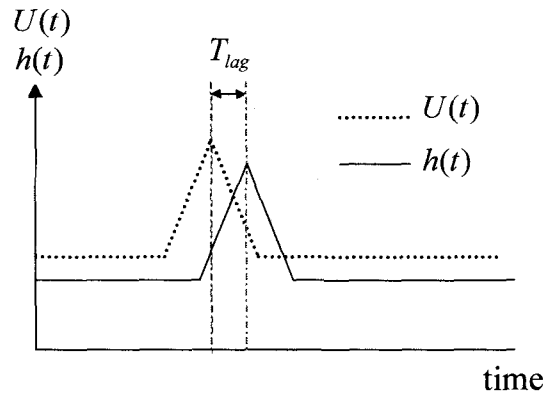


図-2 流入条件に用いた流速および水深の時間変化

ここで

$$f_1 = 1.0$$

$$f_2 = \{1 - \exp(-y^*/3.1)\}^2 \cdot [1 - 0.3 \exp\{-(Rt/6.5)^2\}]$$

$$f_\mu = \{1 - \exp(-y^*/14)\}^2 \left[ 1 + \frac{5}{Rt^{3/4}} \exp\{-(Rt/200)^2\} \right]$$

$$Rt = \frac{k^2}{\nu \varepsilon} \quad y^* = \frac{y}{\eta} \quad \eta = \left( \frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4}$$

$$C_\mu = 0.09 \quad C_{\varepsilon 1} = 1.5 \quad C_{\varepsilon 2} = 1.9$$

$$\sigma_k = 1.4 \quad \sigma_\varepsilon = 1.4 \quad (\text{モデル定数})$$

である。

レイノルズ応力は、2次元表示した次式の非等方乱流モデルによって計算する<sup>11)</sup>。

$$\overline{u_1 u_1} = \frac{2}{3} k + \frac{1}{3} (2C_1 - C_3) \nu_t \frac{k}{\varepsilon} \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + 2\nu_t \frac{k}{\varepsilon} \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2 \quad (7)$$

$$\overline{u_2 u_2} = \frac{2}{3} k - \frac{1}{3} (C_1 - 2C_3) \nu_t \frac{k}{\varepsilon} \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - \frac{4}{3} \nu_t \frac{k}{\varepsilon} \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2 \quad (8)$$

$$\overline{u_1 u_2} = -\nu_t \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right) \quad (9)$$

ここで、 $C_1 = 0.8$ 、 $C_3 = -0.15$  (モデル定数) である。

図-2は本計算で用いた速度と水深の流入境界条件を示したものである。速度と水深のどちらも三角波的に時間変化させた。また一般に非定常開水路流れでは、速度のピーク値は水深ピーク値よりも時間差 $T_{lag}$ だけ早く生じることが知られている。本研究ではこの $T_{lag}$ に実験値を適用して速度と水深の流入条

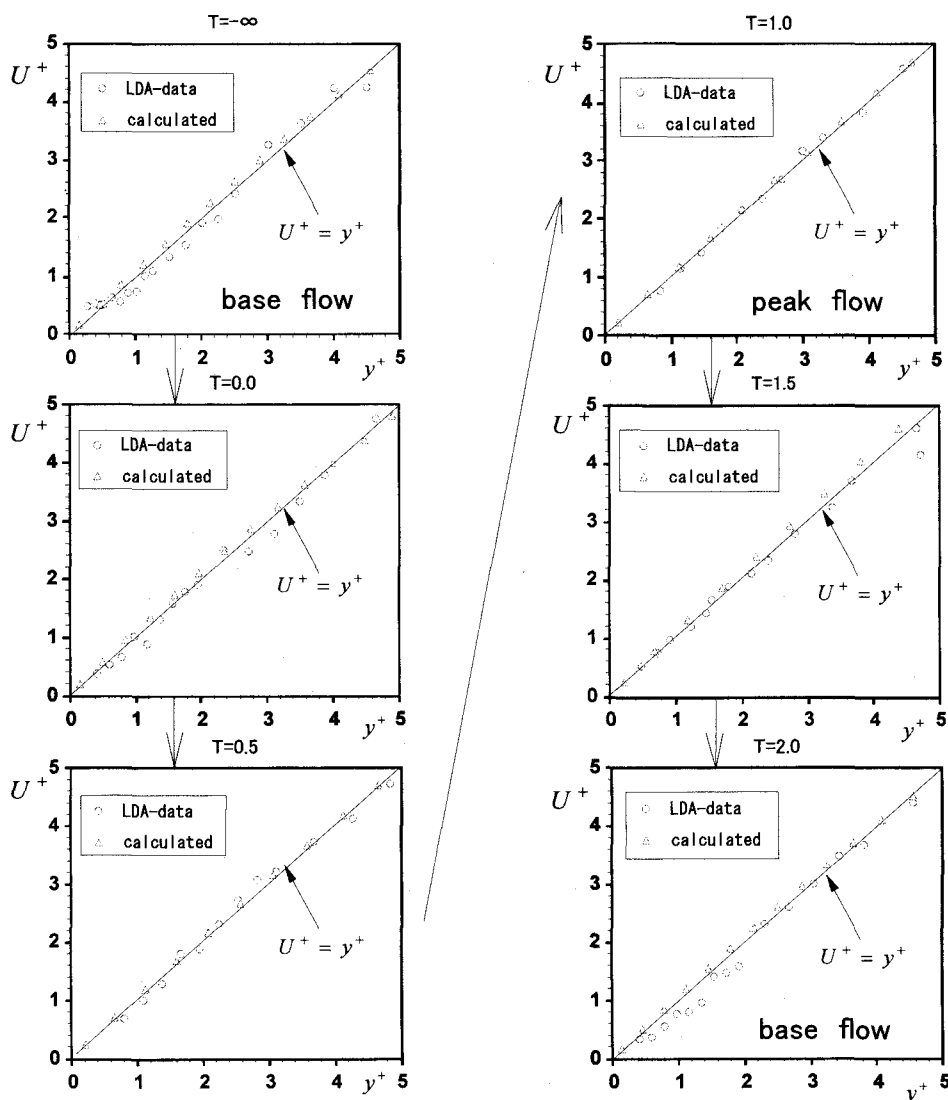


図-3 粘性底層における無次元主流速分布

件を与えた。流入圧力には静水圧分布を、流入速度に関しては式(10)を数値積分したものを用い、 $k$ および $\varepsilon$ に関しては式(11)および(12)で表される湍流の普遍関数<sup>12)</sup>を与えた。

$$\frac{dU^+}{dy^+} = \frac{2(1-\xi)}{1 + \sqrt{1 + 4\ell^{+2}(1-\xi)}} \quad (10)$$

$$\frac{k}{U_*^2} = 4.78 \cdot \exp(-2\xi) \quad (11)$$

$$\frac{\varepsilon h}{U_*^3} = 9.8 \cdot \xi^{-1/2} \cdot \exp(-3\xi) \quad (12)$$

ここで、 $U^+ = U/U_*$ 、 $y^+ = yU_*/\nu$

$l^+ = \kappa \cdot y^+ \cdot \{1 - \exp(-y^+/26)\}$ 、 $\xi = y/h$  である。流出境界には自由流出条件を適用した。底面境界にはNon-slip条件を与え、粘性底層まで計算した。さらに水面セルでの圧力値は水面での圧力がゼロになるように線形補間した。その他の物理量の水面境界条件には勾配ゼロ条件を課した。

### 3. 計算結果と考察

#### (1) 摩擦速度の算出

摩擦速度 $U_*$ は乱流構造を評価する上で最も重要な速度スケールである。数値計算における $U_*$ の最も簡便な算出方法は内層における流速分布値から次の対数則を適用する方法である。

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + A \quad (13)$$

定常開水路滑面ではカルマン定数および積分定数が従来の実験結果から $\kappa = 0.412$ 、 $A = 5.29$ の普遍値を取ることが解明され<sup>12)</sup>、この方法は有効である。しかしながら非定常性の大きなケース ( $\alpha > 2 \times 10^{-3}$ ) においてはカルマン定数 $\kappa$ と積分定数 $A$ の普遍性が必ずしも成り立たないことが最近のLDA計測によって指摘され<sup>9)</sup>、この場合対数則による方法は正確とはいえない。そこで本計算ではNezu and Onitsuka<sup>9)</sup>の

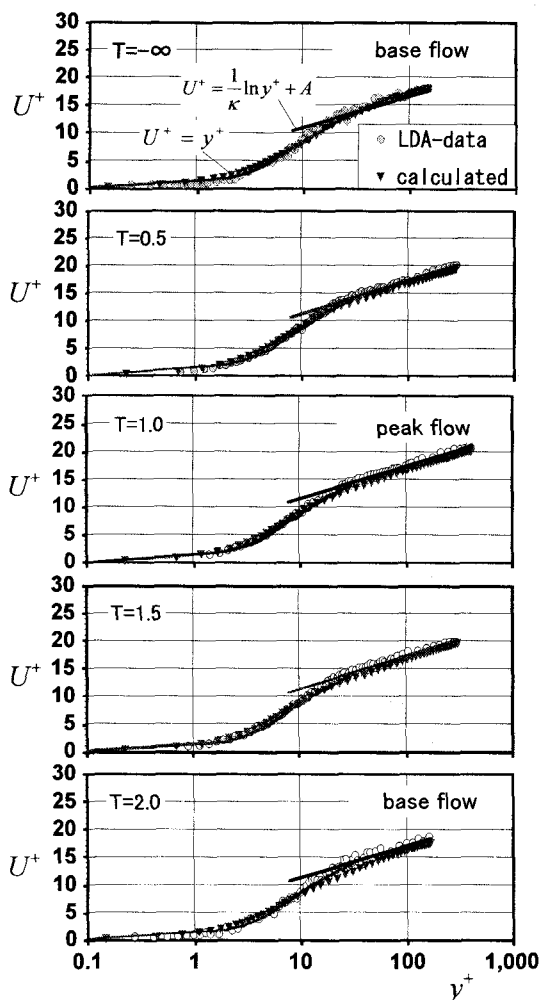


図-4 主流速分布

方法に従って、粘性底層 ( $y^+ \leq 5$ ) で成立する流速の理論式 (式(14)) を用いて摩擦速度を算出した。

$$U^+ = y^+ \quad (y^+ \leq 5) \quad (14)$$

図-3はケース30の摩擦速度で無次元化した粘性底層における主流速  $U^+$  の分布を示したものである。横軸には  $y^+$  を取っている。  $U^+$  と  $y^+$  は非定常時においても定常時と同様に式(14)に示される線形関係が成立する。この結果はcase240においても成立し、非定常性に関係なく式(14)は摩擦速度の算出にうまく適用できることが示された。

## (2) 平均流速分布特性

図-4はcase240の粘性底層から外層までの全層における無次元主流速  $U^+$  の分布特性を時系列に示したものである。実線は実験値から求めた対数則である。実験値と計算値はともに非定常時においても定常時と同様に内層ではほとんど対数則分布に従っている。ケース30についても同様の結果が得られており、無次元主流速分布の構造は非定常流れ場においても非定常性にあまり依存せずに対数則分布に従うことが数値計算でも確認できる。

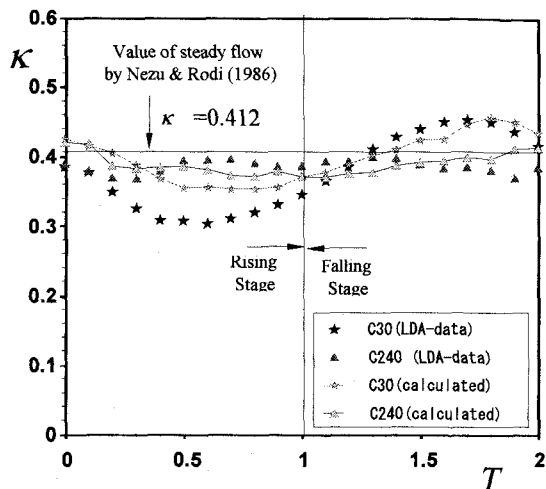


図-5 カルマン定数  $\kappa$  の時間変化

図-5に図-4で示した無次元主流速分布から算出されたカルマン定数  $\kappa$  の時間変化を示す。非定常性の小さなcase240では非定常時においてもその変化は小さい。一方、非定常性の大きなケースでは計算値と実験値の間ではずれが認められるものの両者とも非定常時には定常時から大きく変化する。特に増水期で  $\kappa$  が減少し、減水期で増加する傾向を計算値は良好に再現できている。この結果から非定常性の強い流れ場では  $\kappa$  の普遍特性は成立しないことが数値計算でも再現され、摩擦速度の算出に  $\kappa$  の変化を考慮した対数則を用いることが必要であるといえる。

## (3) 乱れエネルギー分布

図-6はcase240における、  $u$  で無次元化した乱れエネルギー  $k$  の分布を時系列に示したものである。定常時 ( $T=-\infty$ ) の図にはGilbert and KleiserのDNS結果<sup>13)</sup>も併示した。定常時において本計算結果は実験およびDNSと概ね一致している。壁近傍での乱れのダンピング状況は非定常時においても大きな変化はみられず、計算結果は実験値を比較的良好的に再現できたといえる。ただし、各ステージにおいて実験結果との定量的なずれは無視できない。ずれの原因として乱流モデル、境界条件および差分スキームなどが考えられるが、現時点では定かではなく今後これらを詳細に検討する必要がある。

## (4) 乱れ強度分布

図-7はcase30とcase240における、  $U_*$  で無次元化した主流方向の乱れ強度  $u'$  の分布を水深の増減加速度が最も大きい増水期 ( $T=0.5$ ) と減水期 ( $T=1.5$ ) の時刻について示したものである。計算値は実験値と同様に壁近傍のダンピングについては増水期と減水期において特に大きな変化はみられない。また非定常性の大きさにもほとんど依存しない。

## (5) 乱れエネルギーの発生率分布

図-8はcase240の増水期 ( $T=0.5$ ) と減水期 ( $T=1.5$ )

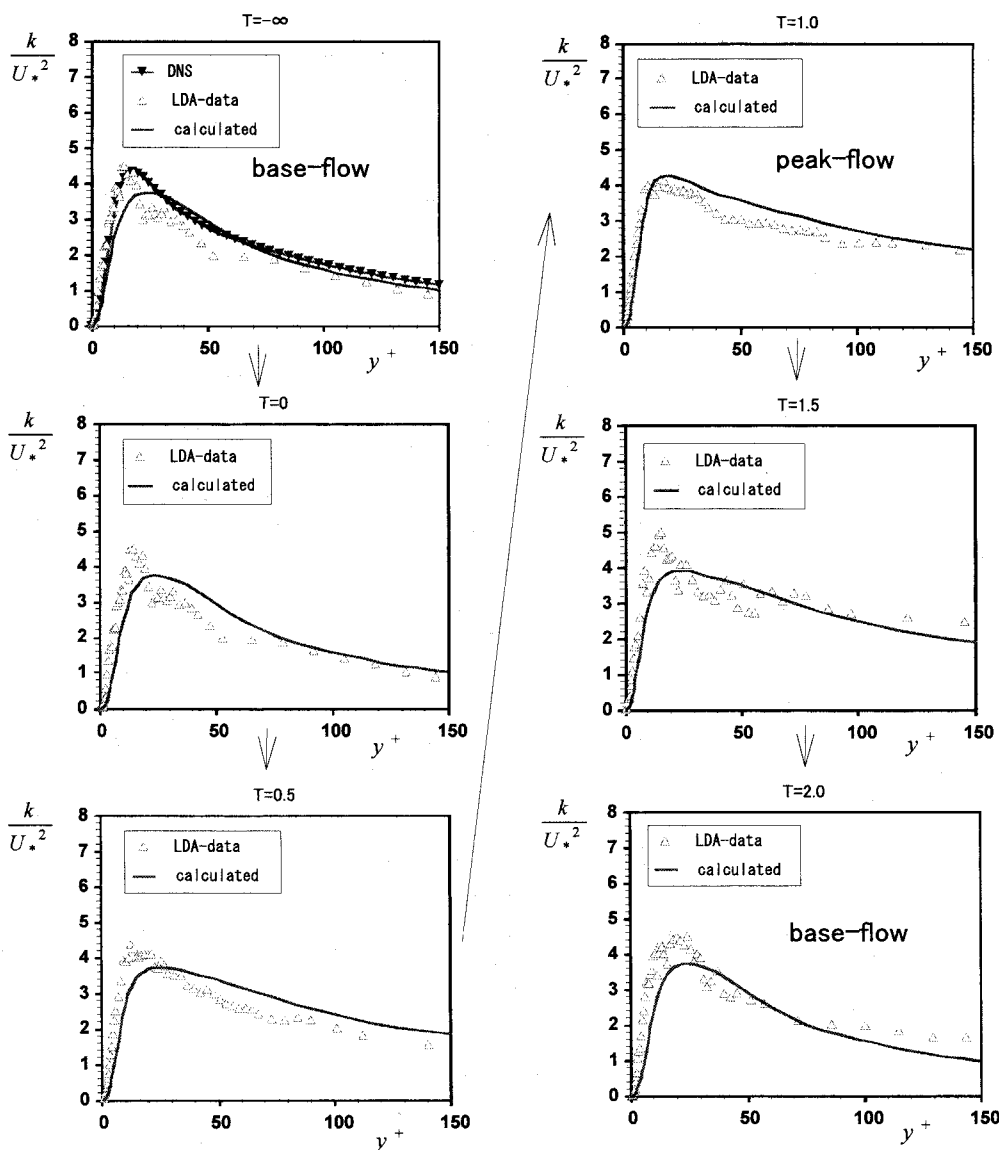


図-6 無次元乱れエネルギー  $k$  の分布特性(case240)

における  $U_*$  で無次元化した乱れ発生率  $G^+$  の分布を示したものである。  $G^+$  は式(15)のように定義される。乱れ強度と同様に増水期と減水期では、無次元乱れ発生率の構造に顕著な変化はみられない。この傾向はcase30についても確認され、  $G^+$  は非定常性をほとんど受けないことがわかる。

$$G^+ = -\frac{\overline{uv}}{U_*^2} \frac{\partial U^+}{\partial y^+} \quad (15)$$

#### 4. おわりに

本研究は、流量が三角波的に変化する非定常開水路流れを対象に低レイノルズ数型  $k-\varepsilon$  モデルとVOF法を用いて数値計算を行い、主に内層における内部構造を従来のLDAの実験結果と比較してその特性を考察したものである。

粘性底層での無次元主流速分布は、非定常時にお

いても定常時と同様に線形分布となり実験結果を良好に再現できた。この結果から摩擦速度を対数則を用いずに厳密に評価できた。またこの摩擦速度から算出したカルマン定数の非定常挙動も定性的に再現することができた。乱れ特性量に関しては壁面近傍でのダンピングが実験値と同様に非定常時においても発生しているが、非定常効果によって乱れ構造は大きく変化しない傾向を再現できた。ただし、乱流構造とカルマン定数の時間変化特性の関係は現段階では明らかではなく今後の課題としたい。また定量的には実験値とのずれが認められる箇所もいくつかあるが、今後、乱流モデルの開発や差分スキームの再検討等によって精度の向上を図りたい。

#### 参考文献

- 1) 杉山均・秋山光康・亀澤正之：台形断面を有する三次元開水路流れの乱流構造解析，土木学会論文集，No. 527/II-33，pp. 27-36，1995.
- 2) 中山昭彦・横嶋哲：開水路乱流予測計算における低レ

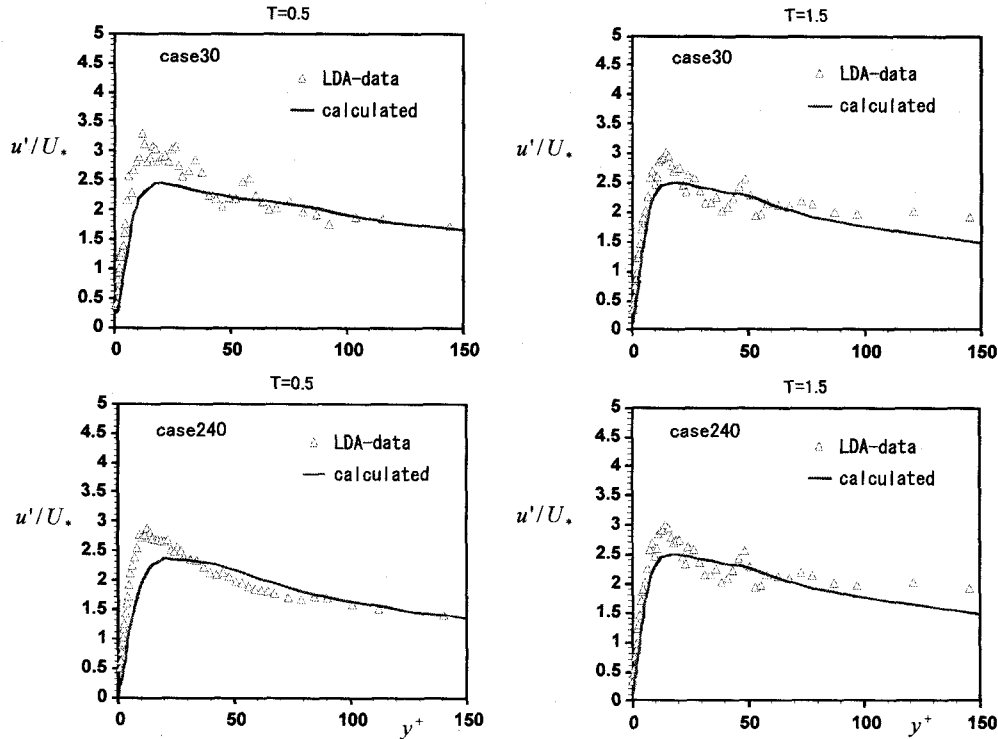


図-7 無次元乱れ強度  $u'$  の分布特性 (上段: case30, 下段: case240)

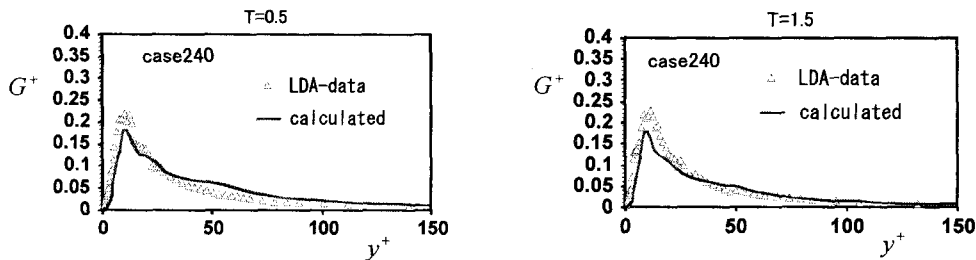


図-8 無次元乱れエネルギー発生率  $G^+$  の分布特性 (case240)

イノルズ数乱流モデルの有用性, 土木学会論文集, No. 628/II-48, pp. 131-148, 1999.

- 3) Hayashi, S., Ohmoto, T. and Hirakawa, R.: Direct Numerical Simulation of Open-channel Turbulent Flow Using a Regular Grid in a Generalized Coordinated System, *J. Hydrosience and Hydraulic Eng., JSCE*, vol. 19, pp. 65-74, 2001.
- 4) Meselhe, E. A. and Sotiropoulos, F.: Three-dimensional numerical model for open-channels with free surface variations, *J. Hydraulic Research, IAHR*, vol. 38, pp. 115-121, 2001.
- 5) 瀬津家久・山本義暢: 開水路キャビティー流れの乱流構造に関する研究, 土木学会論文集, No. 614/II-46, pp. 51-63, 1999.
- 6) 福岡捷二・渡辺明英: 複断面蛇行水路における流れ場の3次元解析, 土木学会論文集, No. 586/II-42, pp. 39-50, 1998.
- 7) 瀬津家久・牛島省・山上路生・坂根由季子: 低レイノルズ数型  $k-\epsilon$  モデルとVOF法を用いた非定常開水路流の数値計算, 水工学論文集, vol. 46, pp. 547-552, 2001.
- 8) Hirt, C. W. and Nichols, B. D.: Volume of fluid

method for the dynamics of free boundaries, *J. Comp. Phys.*, vol. 39, pp. 201-225, 1981.

- 9) Nezu, I. and Onitsuka, K.: Turbulent Structures in Open-Channel Flows with Strong Unsteadiness, *Turbulence and Shear Flow Phenomena Second International Symp. Stockholm*, vol. 1, pp. 341-346, 2001.
- 10) Abe, K., Nagano, Y. and Kondo, T.: Numerical prediction of separating and reattaching flows with a modified low-Reynolds-number  $k-\epsilon$  model, *J. Wind Eng.*, vol. 52, pp. 213-218, 1992.
- 11) 明賢國・笠木伸英: 乱れの壁面漸近条件を考慮した非等方  $k-\epsilon$  乱流モデルの提案, 機械学会論文集 (B編), 56巻531号, pp. 3298-3304, 1990.
- 12) 瀬津家久: 水理学・流体力学, 朝倉書店, 1995.
- 13) Gilbert, N. and Kleiser, L.: Turbulence model testing with the aid of direct numerical simulation results, *8th Symp. on Turbulent Shear Flows*, Paper 26-1, Munich, 1991.

(2001. 10. 1受付)