

標高を解とした解適合格子を用いた 有限要素氾濫解析

FINITE ELEMENT INUNDATION ANALYSIS USING SOLUTION-ADAPTIVE GRID WHICH SUBSTITUTES HEIGHT ABOVE SEA LEVEL AS FOR SOLUTION

富所 五郎¹・谷川 勝彦²・松本明人³

Goro Tomidokoro, katsuhiko Tanikawa, Akihito Matumoto

¹ 正会員 信州大学教授 工学部社会開発工学科 (〒380-8553 長野市若里4-17-1)

² 技師 小木曾建設株式会社 (〒399-3202 長野県下伊那郡豊丘村神稲12356)

³ 信州大学助教授 地域共同研究センター (〒380-8553 長野市若里4-17-1)

In this research, the inundation of the Chikuma in September 1983 is simulated by finite element method using the solution-adaptive grid which substituted height above sea level as for the solution. In those solution-adaptive grids, the differences in height above sea level of the adjoining nodes of the calculation mesh are small and numerical stability and precision improve. Inundation flows are assumed to be two-dimensional in a horizontal direction and for discretization of the basic equations the Galerkin method is applied for spatial directions and two-step Lax-Wendroff method in the time direction. Moreover, on the subject of analysis in inundation flows, the flood front is treated as moving boundary, and it is shown how inundation water moves.

Key Words : Flood flow, Finite element method, Solution-adaptive grid method

1. はじめに

我が国では、国土の約10%に当たる沖積平野に総人口の約50%の人々が居住し、その資産は全国の約75%に達している。このため、ひとたび河川が氾濫すれば生命、財産、社会経済に大きな被害を及ぼす。

従来、洪水氾濫解析は、氾濫の実績や水理実験等によって解析や研究が行われてきた。しかし、近年は、計算技術の発展により数値解析法が広く適用されている。^{1), 2)}これらの解析モデルの問題点は、氾濫水域が上中流域の起伏の大きい盆地部では、解析メッシュの隣接節点の標高差が大きくなり、数値安定性や精度が低下することである。このため、その地形特性に応じた解析モデルとする必要がある。

本研究は、計算精度や安定性の向上を図るために、標高を解とした解適合格子生成法³⁾により、隣接節点の標高差の小さいメッシュを生成する有限要素解析を提案するものである。そして、昭和58年9月に飯山市の千曲川で発生した破堤条件をモデル化した洪水氾濫を対象として、この解析モデルの有効性を検討する。同時に、解析メッシュに水路等の地目を取り入れることやその総節点数による解析精度について考察する。なお、流れの基礎方程式の離散化に

ついては、空間変数に対しては Galerkin 法を、時間変数に対しては two-step Lax-Wendroff 法を用いて、非定常解析を行っている。

2. 流れの基礎方程式

開水路の流れを支配する二次元の基礎方程式は、次の運動方程式と連続式である。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g I_x - g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(A_h \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_h \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \tau_x \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = g I_y - g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(A_h \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_h \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \tau_y \quad (2)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u \cdot d) + \frac{\partial}{\partial y} (v \cdot d) = 0 \quad (3)$$

$$\tau_x = g \cdot n^2 \cdot u \sqrt{(u^2 + v^2)} / d^{4/3} \quad (4)$$

$$\tau_y = g \cdot n^2 \cdot v \sqrt{(u^2 + v^2)} / d^{4/3}$$

ここに、 x 軸は x 方向の平均勾配 I_x に平行に、 y 軸は y 方向の平均勾配 I_y に平行に水面付近にとり、 z 軸は x - y 平面に直角に鉛直上方を正としている。また、 u 、 v はそれぞれ鉛直平均流速の x 、 y 成分、 t は時間、 g は重力加速度、 $d=h+\zeta$ は水深、 h は x - y 平面からの水深、 ζ は水面上昇量、 A_h は水平渦動粘性係数、 τ_x 、 τ_y は x - y 方向の底面せん断応力を ρd で割ったものであり、 ρ は水の密度である。

3. 解析概要

(1) 移動境界問題

洪水の先端は消長に伴って移動するため、移動境界として取り扱う必要がある。これまで、この境界については、氾濫水深が予め与えられている微小値以上になるまで線流量を0としてきた。しかし、この場合にはある節点に洪水が到達すると同じ要素の到達していない節点でも水位変化が起こり、氾濫水が実際より早く伝播してしまう。そこで本研究は、実際の洪水の動きに従い、その先端の取り扱いを次のようにした。⁴⁾

今、図-1において洪水が要素⑤、⑥に到達しているとする。この時、節点5, 6, 7, 8, 9, 10では流速を計算させ、節点1, 2, 3, 4では零に拘束する。また、節点1, 2, 3, 4では水位を零としないために微小値(0.01m)に拘束する。つまり、この時点では、要素①、②、③、④は計算領域からはずす。

次に例えば、節点4への洪水の到達は、節点5または6の流れのどちらかがそれぞれ辺5-4, 6-4に沿って到達し、かつ節点4の地盤高より節点5または6の水位が高くなった時点とする。

この時、節点4の水位はフリーとして、この節点より洪水未到達節点2, 3へ辺に沿って洪水が伝播し始めるとする。さらに要素④は、この要素の3節点に洪水が到達しているので計算領域に含める。しかし、節点6の水位は計算領域に含めたため突然発生

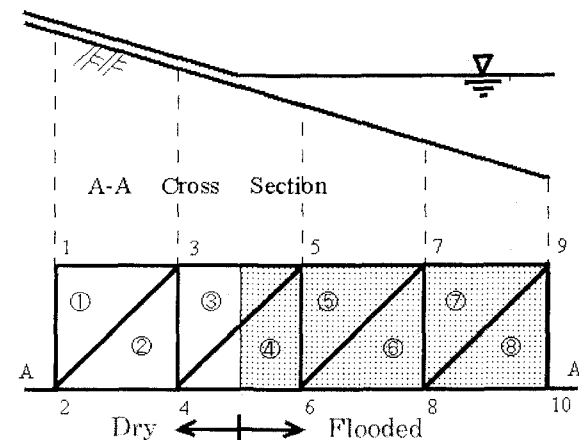


図-1 洪水波の先端部の取扱

した要素④の氾濫水体積分を考慮して調整を行う。

(2) 解析対象領域と破堤点水理境界条件

解析対象領域は、図-2に示す昭和58年9月に飯山市で発生した千曲川の洪水氾濫の最大湛水域で、この領域の地盤の標高を図-3に示す。氾濫水は、地形勾配と逆に拡大するが、河川に山の迫っている盆地部では、本解析対象のように最も標高の低い部分の樋門や、樋管部で破堤する例も多い。

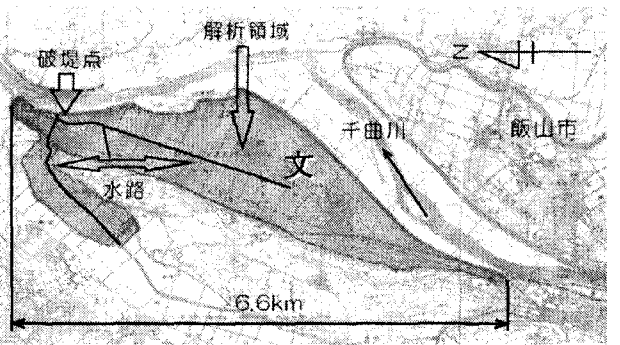


図-2 解析対象領域

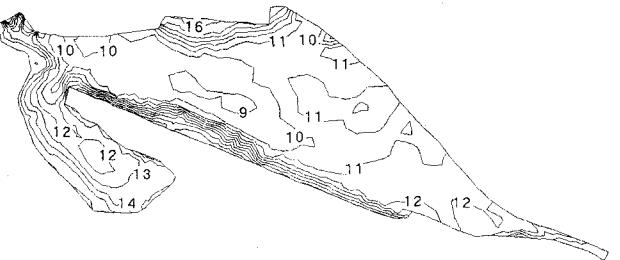


図-3 海拔300mを基準にした標高 (単位:m)

破堤は長野、新潟県境からの距離標25.7km 付近で起こったが、その正確な状況は判らないので、得られている資料を基に、計算結果が図-2の中央部に'文'で示す常盤小学校での浸水開始時間や浸水深が一致するよう試行錯誤に調整して、以下の破堤点水理境界条件とした。つまりここでの条件は、実際の洪水解析の再現を目指しつつ、本解析法の妥当性を検討するモデルとしてモデル化している。

水位は、距離標33.0km の飯山水位観測所の水位より両地点の計画高水位差を引いた値とし、破堤は洪水ピーク時に起こったため、破堤時のそれを計画高水位より0.40m低い315.30m として、図-4のように低下させた。また流速は、破堤点付近に位置する2節点間の水面勾配から、マンニングの平均流速公式を用いて決定した。更に、破堤部の全長は70m とし、その地盤高は、図-4のように、破堤から1時間で破堤部直近の堤内地盤高に4分の1波長のsine-curveで低下させ、それ以降は不変とした。

(3) 水平渦動粘性係数

水平渦動粘性係数は、Reynolds の相似仮定を用い

て, Elder の定義⁵⁾ による次式によって定めた.

$$A_h = K \cdot n \sqrt{g(u^2 + v^2)} \cdot d^{5/6} \quad (5)$$

ここに, K は定数, n は粗度係数, u, v は平均流速, d は水深である.

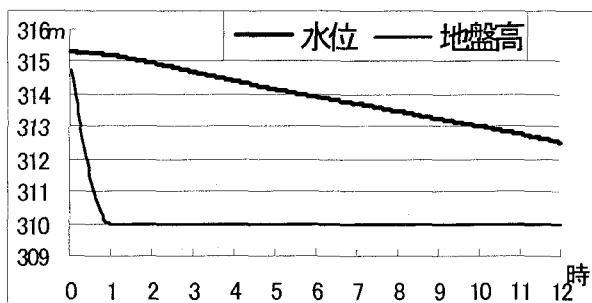
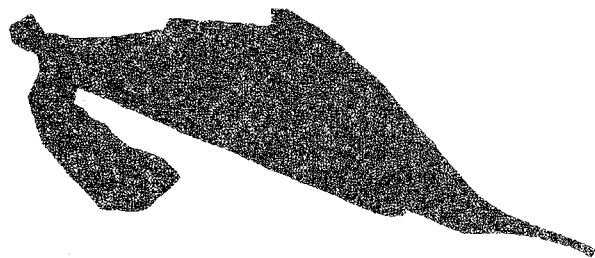


図-4 破堤後の破堤部の水位と地盤標高の経時変化

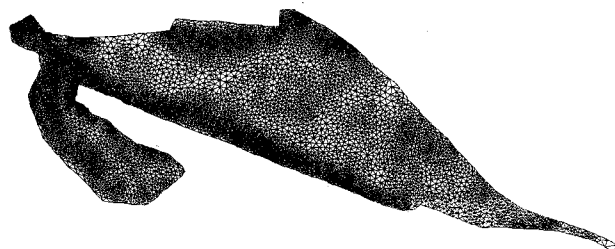
4. 解析領域のメッシュ分割

本研究では, 先ず解析領域に初期メッシュ (節点数649, 要素数1104) を作成し, このメッシュを基にして, 領域全体を修正デローニー三角分割法により, 要素面積が等しくなるように切った mesh ①を作成した. 次に, 解の精度を上げるために標高差の激しい場所を細かく分割する標高を解とした解適合格子法により, mesh ②, mesh ③, 更に解析領域内の水路等の地目を考慮した mesh ④を作成した.

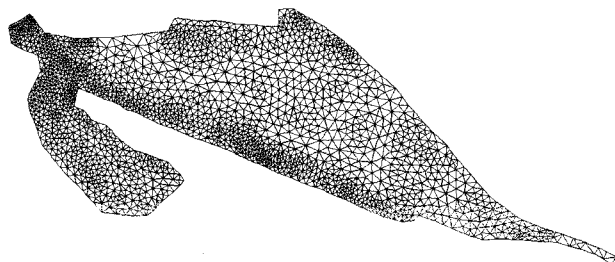
ここで, mesh ①を除くメッシュでは, 破堤点付近の標高差は小さく (堤防は鉛直壁とした), 標高を解とした解適合格子法により得られたメッシュはこの付近で粗いものとなった. 破堤点付近では, 急激な流速変化に対応するために細かいメッシュとする必要がある. このために, 破堤点付近の標高差を恣意的に大きくして, メッシュを細かくし, 得られたメッシュの標高は, 正しい標高より内挿し直した. また mesh ④の作成では, 地目を区分するメッシュ生成の際に, 不動とする節点を加えて再生成した初期メッシュの要素境界が, 地目境界に一致しない部分は, 一致するよう修正している. これらのメッシュを, 節点数等を付記して図-5に示す.



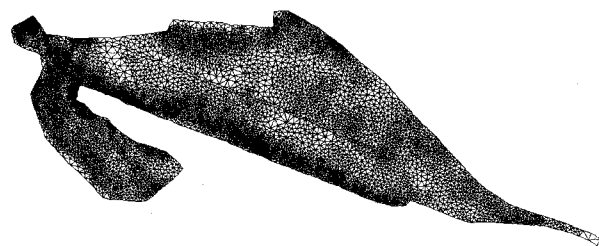
(a) Mesh① (節点数 $N_n=8000$, 要素数 $E_n=15497$, 要素内最大標高差 $H_{max}=5.66m$, 最大要素面積 $S_{max}=1941m^2$, 平均要素面積 $S_n=955m^2$, 要素面積標準偏差 $\sigma=173m^2$)



(b) Mesh② ($N_n=8000$, $E_n=15504$, $H_{max}=1.31m$, $S_{max}=11674m^2$, $S_n=954m^2$, $\sigma=783m^2$)



(c) Mesh③ ($N_n=2000$, $E_n=3727$, $H_{max}=5.84m$, $S_{max}=34749m^2$, $S_n=3969m^2$, $\sigma=4419m^2$)



(d) Mesh④ ($N_n=8000$, $E_n=15509$, $H_{max}=1.26m$, $S_{max}=11690m^2$, $S_n=954m^2$, $\sigma=864m^2$)

図-5 有限要素メッシュ

5. 解析結果と考察

以下では, 水路等の地目を取り入れることやメッシュ分割法及び解析メッシュの総節点数による解析精度について考察する.

(1) メッシュ分割法による解析精度

ここでは, 粗度係数を解析領域全体で0.025の一定値に仮定して mesh ①とmesh②を用いた時の解析結果 (図-6) の解析精度等の比較を行う.

図において, (a)の方が(b)に比べ氾濫水の広がり方が若干遅い結果となった. また, 図(a)において境界部分や標高差の大きい箇所では, 波先の流速ベクトルの方向がバラバラになっている. これは, 隣接節点の標高差が大きいため計算が不安定になり易いため, 実際に, この結果を得るために, 図(b)

における時間刻みの1/10のそれを用いている。つまり，10倍の計算時間を要している。これは，Mesh②では，最大要素面積が11674m²とMesh①の1941m²に対して6倍も大きいにもかかわらず，要素内標高差がMesh①の5.66mに対して1.31mと小さいためである。このことから，メッシュを分割する際には，数値安定性と解の精度を高めるため，要素面積を等しくするよりも，隣接節点の標高差を出来るだけ少なくする必要がある。

(2) 解析メッシュの総節点数による計算精度

本節では，解析メッシュの総節点数の異なる mesh ②とmesh③を用いた計算結果の比較を行い，その計算精度への影響を調べる。ここで，mesh③の計算時間刻みは，平均要素面積の平方根，つまり要素の平均節点間隔に比例するものとしてMesh②のその2倍の2secとする。結果を図-7に示す。

図(a)と(b)では，氾濫水の挙動に大きな違いは見られない。しかしながら，図(b)の標高差の大きいところで流速ベクトルの方向がバラバラになっている。これは，mesh③の節点数はMesh②の1/4であるが，要素内最大標高差はMesh②の1.31mの4.5倍余り

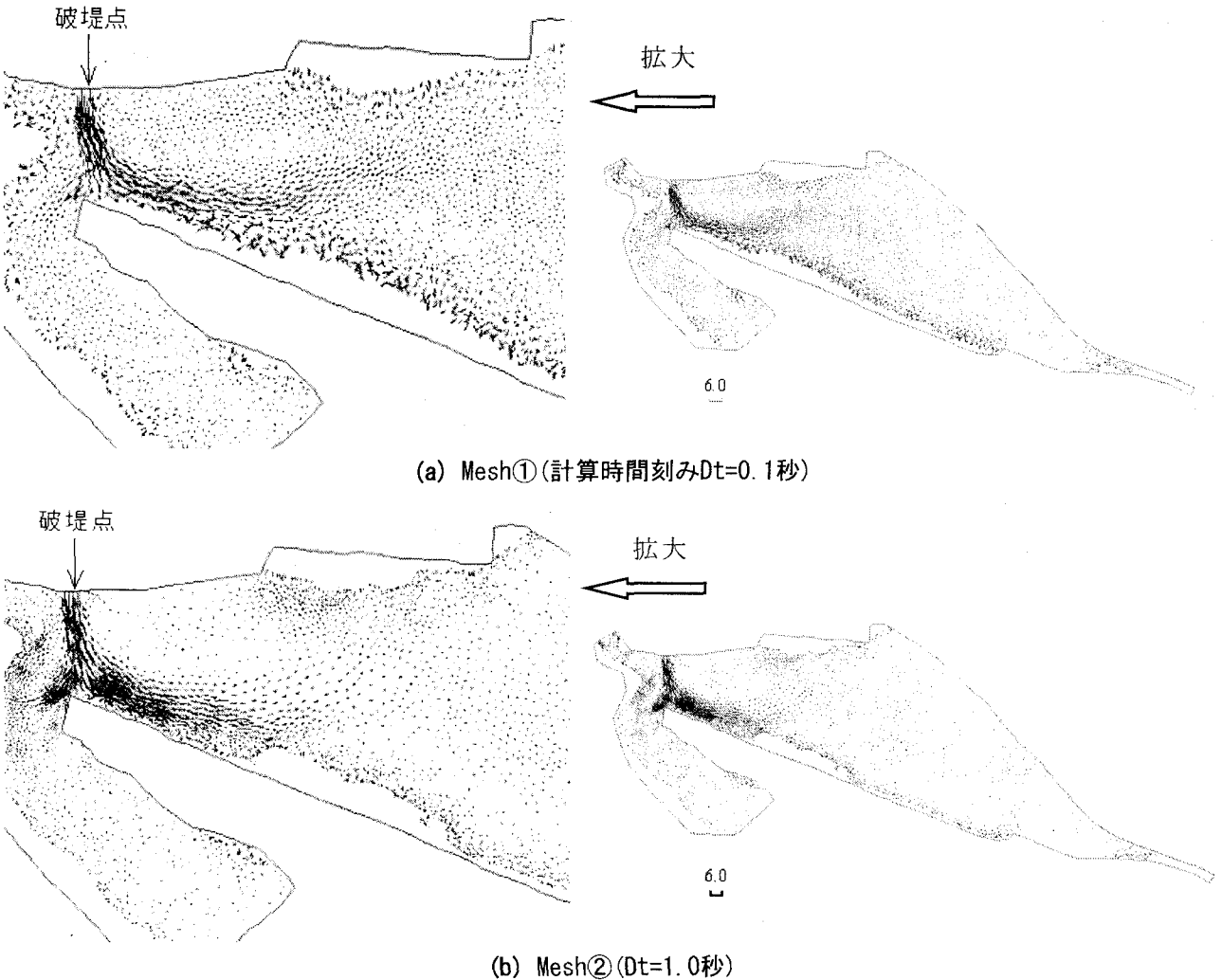


図-6 流速ベクトル(単位：m/s，破堤から10000秒)

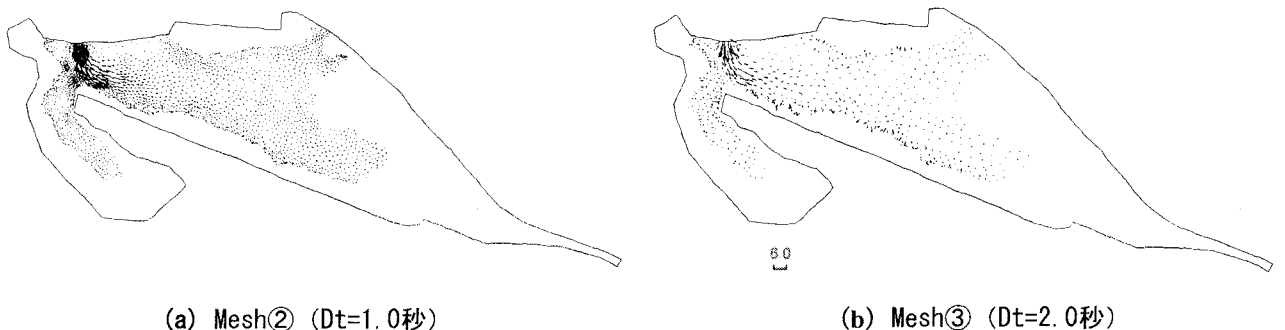


図-7 流速ベクトル (単位：m/s，破堤から5000秒)

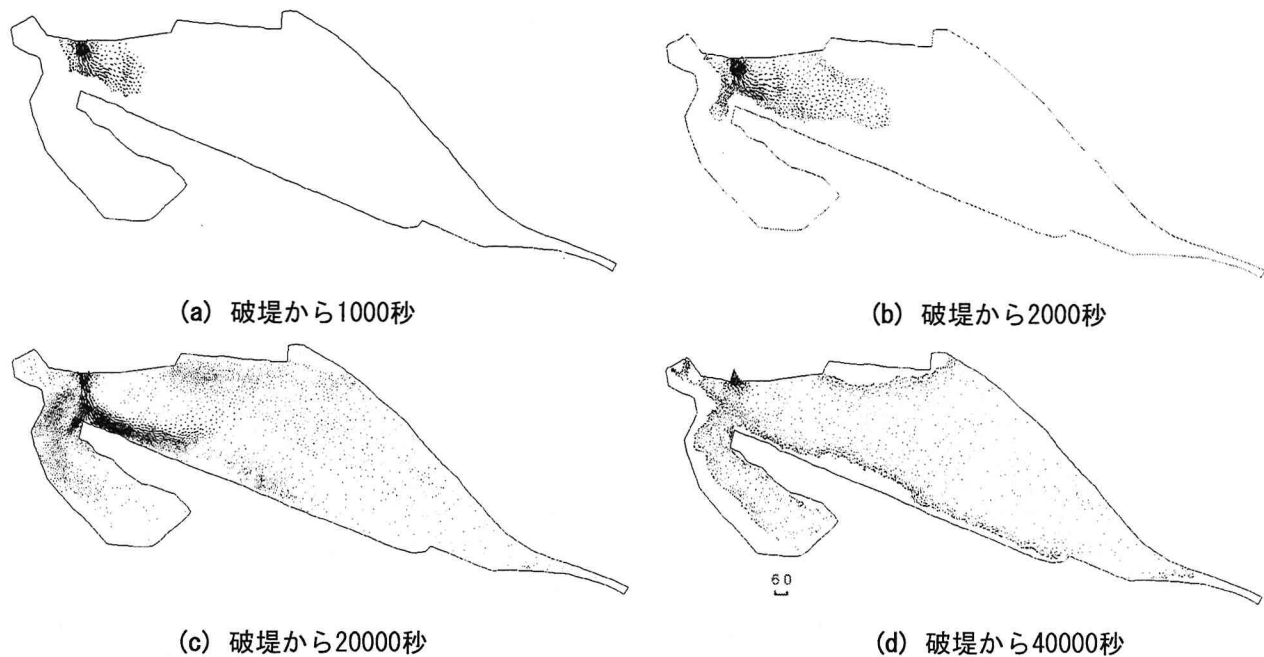


図-8 破堤から各時間経過後の流速ベクトル(単位：m/s)；Mesh②

の5.84mであり，このために，(1)でも明らかなように，計算が発散気味になったと考えられる．これより節点数に関しては，より安定した精度の高い結果を得るため，計算機のメモリや計算時間の許す範囲で出来るだけメッシュを細かくする必要があると言える．

以上の(1)，(2)の結果から，今回の解析では，標高差が少なくなるように細かく切ったmesh②が最適であると言える．そこで，図-8にmesh②を用いた場合の各経過時間後の流速ベクトルを示す．ここで，経過時間5000秒と10000秒の図は，それぞれ図-7(a)と図-6(b)と同一であるので省略した．氾濫水は，破堤後スムーズに拡大して10000秒にはほぼ最大湛水域に拡がり，その後は浸水深は増し20000秒でピークに達した．その後，逆流を開始して40000秒では氾濫域を減少させている．

(3)水路等の地目を取り入れた解析結果

(1)，(2)の解析では粗度係数を一定($n=0.025$)として解析を行ったが，実際の解析領域内には氾濫を妨げる宅地や氾濫を早める水路や用水路が存在し，氾濫流の挙動に大きな影響を及ぼす．そこでここでは，水路や宅地等の地目を考慮した解析を試み，その影響を調べる．

ここで，解析領域の地目は，先ず水田・畑、水路、住居地に大別し、住居地は宅地密度差を考慮して宅地の割合が0.25以下，0.25～0.50，0.50以上をそれぞれ宅地1，宅地2，宅地3に細分した．これらに水路や水田・畑を含めた地目の粗度係数を表-1のように定めて、初期メッシュの各要素に割り当てた．

最終的に，mesh ④の地目分布は初期メッシュのそれより内挿した(図-9)．なお，このメッシュ作成において，水路地目の要素の面積は小さく数も多いため，その地目境界に要素を一致させる修正には長時間を要する．そこでここでの水路は，上流が小河川となっている幅の広い水路に限っている．

解析結果の図-10においては，氾濫流が図-8等のそれらに比べて水路に沿って早く拡大している．特に破堤直後に，氾濫域左下の部分で顕著である．これは水路末端が破堤点と重なり，破堤直後から氾濫水が真っ直ぐに水路を遡ったためとこの部分の水路幅が中央部のそれに較べ大きいためである．

また，水路以外の地目の影響は，水路周辺以外での氾濫水の拡大が図-8等のそれらとほとんど変わらないことから，影響は小さいと言える．

なお，以上の考察では，氾濫水位や水深は流速ベクトルと同様な結論のため紙面の都合上省略した．

表-1 地目別粗度係数(n)

地目	水田・畑	宅地1	宅地2	宅地3	水路
粗度係数	0.025	0.032	0.039	0.046	0.010

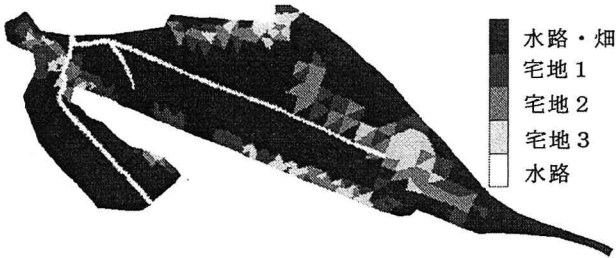


図-9 解析領域の地目

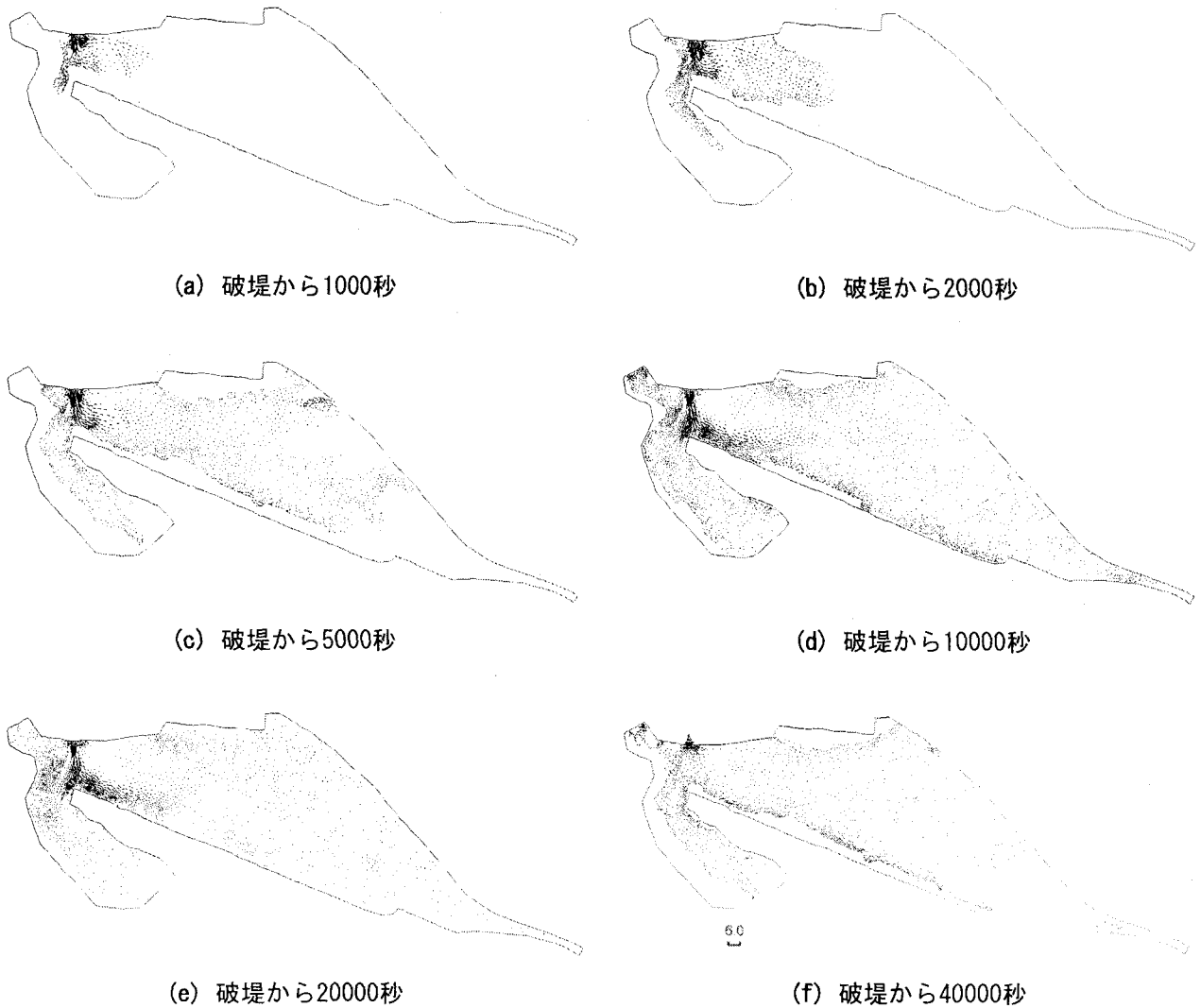


図-10 破堤から各時間経過後の流速ベクトル(単位：m/s)；mesh④(計算時間刻み1.0秒)

6. まとめ

本研究は，解として標高を用いる解適合格子生成法により，計算格子の隣接節点の標高差を小さくして数値安定性や精度の向上を図る有限要素解析を提案したもので，その妥当性を破堤条件をモデル化した飯山市の千曲川の氾濫解析に適用して検討した。

得られた結果は以下の通りである．本解析法で得られるメッシュを用いた解析では，計算精度や解の安定性が高く，またこのために比較的大きな時間刻みを用いる事ができるため計算時間も短くなり，河川の上中流域の起伏の大きい盆地部の氾濫解析モデルとして有効である．さらに，このメッシュ作成法に水路などの地目分布を取り入れたメッシュを作成する事により，より精度の高い氾濫解析が行える。

今後の課題は，1次元要素との併用を含めて水路や道路を現すためのメッシュ作成を省力化をすることや，解析対象領域を拡張，河川も一体とした洪水

予測シミュレーションの確立が必要である．

最後に，貴重な資料を提供して下さいました国土交通省千曲川工事事務所並びに飯山市の関係者に感謝を表します。

参考文献

- 1) 井上和也，開水路・広水域の非定常流の数値解析，水工学における数値解析手法の精度向上と実用化に関する研究報告書，pp. 73-88，1992.
- 2) 梅津剛，川原睦人，有限要素法による洪水氾濫解析の実問題への適用，第3回数値流体力学シンポジウム講演論文集，pp. 567-570，1989.
- 3) 中橋和宏，藤井孝蔵，”格子形成法とコンピュータグラフィックス”，東京大学出版会，pp.52-63，1995.
- 4) 岡太郎，ガラーキン・反復型有限要素法による洪水氾濫解析，水工学論文集第36巻，pp.1-6，1992.
- 5) 例えば，椿東一郎，”水理学Ⅱ”，森北出版，pp. 188，1980.

(2001. 10. 1受付)