

点計測乱流量の空間代表性に関する理論的検討 —インバランス問題の物理的解釈—

INVESTIGATION ON SPATIAL REPRESENTATIVENESS OF POINT MEASUREMENTS ----IMPLICATION FOR IMBALANCE PROBLEM ----

神田学¹・稲垣厚至²・マルコスオリバーレツツエル²
・ジークフリード・ラッシュ³

Manabu Kanda, Marcus Oliver Letzel, Atsushi Inagaki and Siegfried Raasch

¹正会員 工博 東京工業大学 理工学研究科国際開発工学専攻 (〒152-8852 目黒区大岡山2-12-1)

²学生員 東京工業大学 工学部土木工学科 (〒152-8852 目黒区大岡山2-12-1)

³ドイツ ハノーバー大学 気象気候学科

The spatial representativeness of turbulent fluxes on the basis of point measurements has been investigated through a theoretical approach and numerical experiments using Large Eddy Simulation (LES) Model. These investigations have been done for the daytime atmospheric boundary layers heated uniformly over the flat surface with no synoptic vertical motion under several geostrophic winds from 1 to 4 (ms^{-1}). The following results were obtained;

- (1) The spatial representativeness of turbulent fluxes based on the time-series analysis are shown to be problematic: Their horizontally averaged value has a negative imbalance irrespective of the density of measurements points, and their spatial variability increases, in accordance with averaging time, or under lower horizontal wind.
- (2) The imbalance intensities are closely related to turbulent organized structure (TOS). The points over the updraft regions are likely to have positive imbalance due to highly activated thermal plumes. The temporal and spatial change of TOS pattern cause low-frequency trends in time-series data, which can account for the large horizontal scatter of flux estimates.
- (3) High-pass filter excluding the temperature trend is theoretically useful to improve the representativeness of point measurements, although the filter choice actually needs a great care not to damage the turbulent components.

Key Words : spatial representativeness, turbulent fluxes, imbalance problem, organized structure

1. はじめに

点計測から得られた水文・気象情報がどの程度空間代表性を有するのか、スケールアップの問題と絡み重要な研究課題となっている。その象徴的なものとして「エネルギーのインバランス問題」が挙げられる。点計測に基づく渦相関法は最も正確なフラックス測定法と考えられてきたが、測定事例の増加に伴い、水平一様で理想的な地点においても熱収支を満たさないことがわかってきた。これは単なる測定誤差等では説明できないことが指摘されている¹⁾²⁾。

著者らは、インバランス問題を、渦相関法の原理的問題として位置づけ解析を行っており、インバランスが大規模な乱流組織構造と関連していることを示唆している³⁾⁴⁾。しかしながら、インバランスに及ぼす乱れの算定方法や乱流平均化時間などの影響、組織構造の時空間変化との詳細な対応関係、あるいは

インバランスを軽減するための手法などについては検討されていない。そこで、本論では、上述した一連の研究を発展・総括し、以下の点を目的とする。

- (1) 時間平均と空間平均の概念を比較しながら、点計測フラックスの原理的問題点と空間代表性について、より明快な説明を提示する。
- (2) 平坦な地表面が時空間的に一様な加熱を受ける理想的な熱対流混合層（地表～1 km）を対象としてLES (Large Eddy Simulation) 計算を行い、上記論理を定量的に検証する。
- (3) 大規模組織構造の時空間変動特性が、点計測の空間代表性にどのような具体的影響を及ぼしているのかを風速の影響や積分時間の影響を含めて詳細に検討する。
- (4) 上記のメカニズムをふまえた上で、空間代表性を向上させるためのアイデアを提示する。

2. 空間乱れと時間乱れの理論

前提として、場全体におけるシノプティックな収束・発散や上下降流は存在しないものとする。また、複数の観測（計算）地点においてそれぞれ乱流時系列データが得られているものとする。以下、顕熱フラックスを例にとって説明する。任意地点に於けるある瞬間の真の熱フラックスは以下のように表せる。

$$F = wT \quad (1)$$

ただし、 w : 上昇流 (ms^{-1})、 T : 温位 (K) である。

乱れの定義は、時間平均値からのずれと、空間平均値からのずれ、により、2種類の方法で定義される。

$$T = T_s' + [T] \quad (2a)$$

$$T = T_t' + \bar{T} \quad (2b)$$

以下簡単のため、(2a)と(2b)の第1項で定義される乱れをそれぞれ、空間乱れ及び時間乱れと呼ぶことにしよう。下付添え字の s は空間乱れ、 t は時間乱れを、また、水平面平均操作は $[\]$ 、時間平均操作は $\bar{}$ で表すことにする。 w についても同様に乱れを定義し、それらを式(1)に代入し、時間平均操作を施すと以下の式が得られる。

$$\bar{F_s} = \overline{w[T]} + \overline{w_s' T_s'} \quad (3a)$$

$$\bar{F_t} = \underbrace{\overline{wT}}_{\text{mean } O(3)} + \underbrace{\overline{w_t' T_t'}}_{\text{turbulent } O(1)} \quad (3b)$$

$\bar{w_t'} = \bar{T_t'} = [\bar{w_s'}] = [\bar{T_s'}] = 0$ は乱れの定義より自明である。また、シノプティックな上下降流が存在しないことから $[w] = 0$ および結果として $w = w_s'$ の関係も、上式の導出に使用されている。式(3a)(3b)を全測定点について水平面平均すると、

$$[\bar{F_s}] = [\bar{w_s' T_s'}] \quad (4a)$$

$$[\bar{F_t}] = \underbrace{[\bar{wT}]}_{\text{mean } O(1)} + \underbrace{[\bar{w_t' T_t'}]}_{\text{turbulent } O(1)} \quad (4b)$$

ここまでのところで、重要点を整理してみたい。渦相関法は、時間乱れに基礎を置く手法であり、我々が渦相関法によって算定可能なのは、式(3b)式(4b)における右辺2項の時間乱れ定義による乱流相関項のみである点に注意されたい。以下、時間乱れと空間乱れの違いに注目して説明する。

整理1：真の時空間平均熱フラックス

式(4a)、(4b)はいずれも式(1)から出発しており、観測等で求めるべき真の空間平均熱フラックス（乱流平均化時間内）である。すなわち、

$$[F] = [F_s] = [F_t] \quad (5)$$

整理2：点計測フラックスの空間代表性

式(3a)(3b)の右辺第2項が、計測点に於ける時間平均乱流フラックスであるが、時間乱れ・空間乱れを問わず、点計測フラックスはいずれも、真の平均熱フラックスと一致しない。その統計的ばらつきに

ついては、乱流構造との関連で後に考察する。

整理3：時間・空間平均された乱流フラックス

式(4a)より、空間乱れの場合は、乱流フラックス項の時間・空間平均操作により厳密に真の平均熱フラックスが求められる。一方、時間乱れの場合は、そうではない。式(4b)の右辺第1項、すなわち局所的な平均流の熱輸送の影響が残るため、乱流相関項を厳密に時・空間平均しても真の熱フラックスは得られない。

整理4：局所的な平均流を求めればよいのか？

インバランスを補正するには式(3b)(4b)の右辺第1項、すなわち、各計測点における $\bar{w}$ と $\bar{T}$ を精度よく算定すれば良いと思われるかも知れないが、この考え方は誤りである。その理由を以下に指摘する。式(3b)における平均流相関輸送（右辺第1項）は、乱流相関項（右辺第2項）より3オーダー以上大きい（ $w \approx w_t'$ 、 $T \approx 10^3 T_t'$ より簡単にオーダー推定できる）。熱保存式の移流項を考えると物理的に解釈しやすい。

$$\text{移流項} \sim \underbrace{\frac{\partial(\bar{w_t' T_t'})}{\partial z}}_{O(1)} + \underbrace{\frac{\partial(\bar{wT})}{\partial z}}_{O(3)} + \frac{\partial(uT)}{\partial x} + \frac{\partial(vT)}{\partial y} \quad (6)$$

本計算結果に基づく、鉛直方向の平均流相関項（式(6)第2項）は、熱フラックスの水平発散項（同第3項4項）とオーダー的にバランスしており、局所的には乱流相関項（式(6)第1項）に対して非常に大きな値となる。しかし、式(6)を地表から観測高度まで、さらに水平場全体に渡って空間平均をとると、場全体に渡るシノプティックな発散・収束（あるいは上昇・下降流）がゼロである限り、水平発散項（第3項と4項）の空間平均は厳密にゼロになる。第2項の空間平均が0にならないのは式(4b)で見たとおりであり、この段階で（空間平均して）、初めて平均流輸送の寄与が乱流輸送の寄与と同程度のオーダーになるわけである。式(3b)(4b)には各項のオーダーを記入した。

$\bar{w}$ は計測器の傾きや観測地点の地形の影響を受けやすいため精度良く計ること自体が困難であるが、仮にそれが計測できたとしても、点計測の情報だけでは、インバランスの補正に対して何ら意味を持たない（式3b第一項のオーダーに注目）。

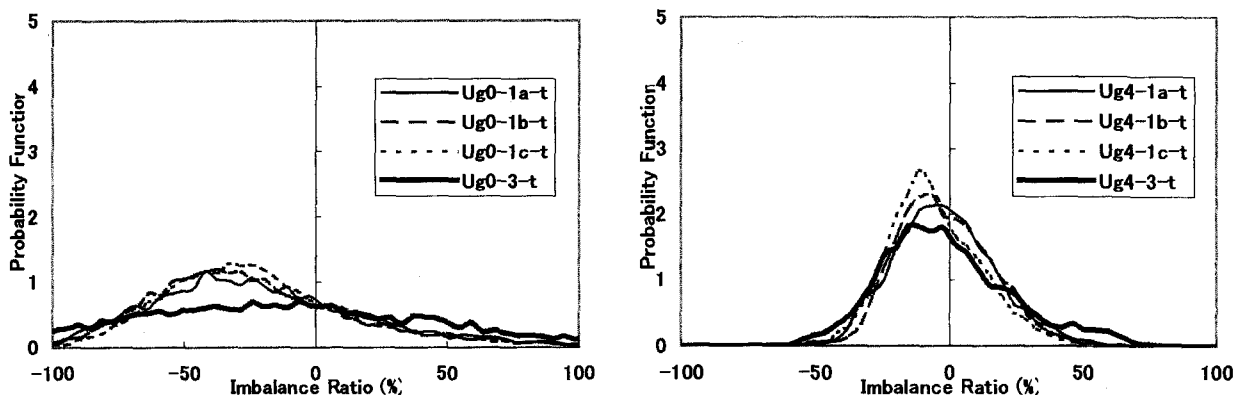
整理5：インバランス率の定義

次章の解析のためインバランス率を以下の様に定義しておく。(7a)が任意地点に於けるインバランス率、(7b)が空間平均インバランス率である。

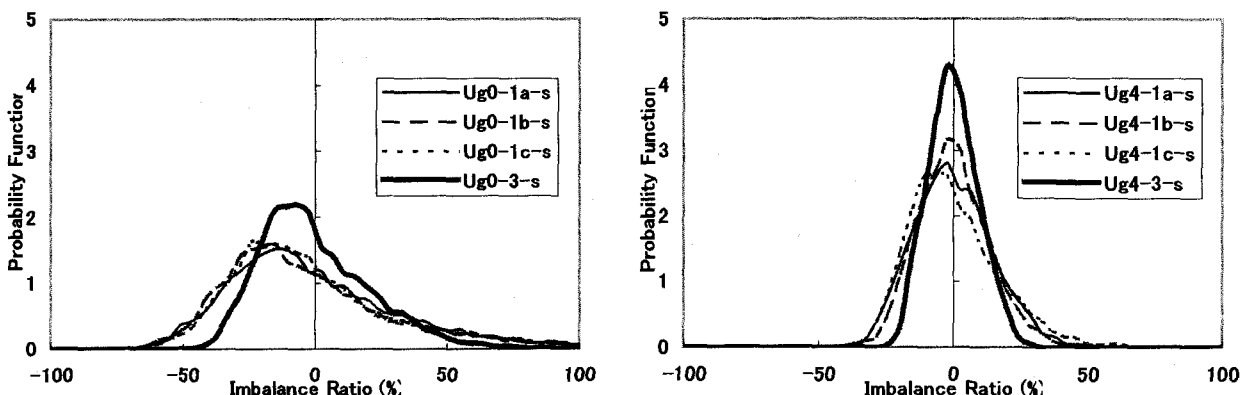
$$ib = (\bar{w'T'} - [F])/[F] \quad (7a)$$

$$[ib] = ([\bar{w'T'}] - [F])/[F] \quad (7b)$$

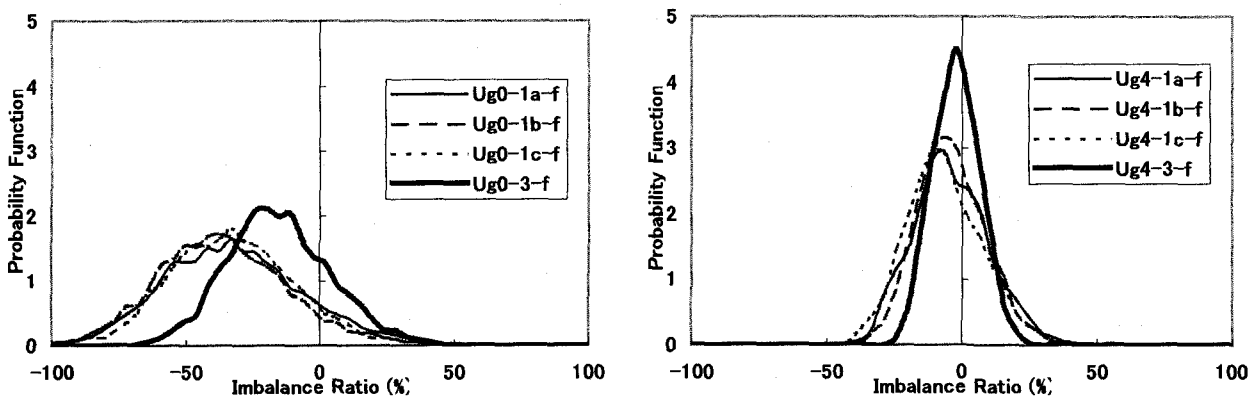
インバランス量を真のフラックスで正規化している。



(a) 時間平均から算出



(b) 空間平均から算出



(c) 時間平均をデジタルフィルター処理

図1 インバランス率 (ib , 式7a)の確率密度分布

(左図) 水平風速 0 ms^{-1} (右図) 水平風速 4 ms^{-1}

3. 数値計算の概要説明

(1) LESモデル

熱対流混合層を対象としたLESは、現在まで非常に多くの研究がなされており⁵⁾、モデル自体は確立されていると考えて良い。乱流パラメータなどの細部を除けば、基本的枠組みは大差なくその原型はDeardorff⁶⁾の一方程式型LESに行き着く。本研究においては、Raasch and Schroter⁷⁾によるPALM (PArallelized Large eddy simulation Model)を用いた、超並列スーパーコンピュータに対応したコー

ディングがなされているのが特徴である。

以下1つの計算格子点に於ける時系列予報値を疑似的な観測データと見なして解析を行う。観測高度100mに対応した1つの水平断面(格子数 80×80)における全計算データを解析対象とする。観測誤差や器差などに影響されることなく数千点に渡る水平情報から空間代表性を議論するのがねらいである。同手法を用いた計算の詳細や計算精度の基本的確認については神田他³⁾を参照されたい。

(2) 計算条件

直方体型の3次元空間 (x, y が水平方向、 z が鉛直方向) を想定する. 平坦な地表面から一様かつ一定 $0.1 (\text{Kms}^{-1})$ の熱フラックスが大気中に与え続けられるものとする. 初期状態は上空 1 km まで $0.001 (\text{K m}^{-1})$ それ以上で $0.005 (\text{K m}^{-1})$ の温位勾配となる典型的な日中の大気境界層の温位分布で、水平方向に一様である. X, Y 方向には周期境界条件を、上端ではレーリ層を設け重力波を吸収させている.

積分時間は5時間で、計算開始後2時間ではば統計的準定常状態が得られることから、計算開始後2時間～5時間までの3時間分のデータを用いて解析を行った. 計算条件の一覧を表1、表2に示す. また、インバランス率を算出する方法を表3に示す.

表1 共通実験条件一覧

空間解像度	水平・鉛直とも50(m)
時間解像度	0.4(sec)
格子点数	80 x 80 x 50
解析高度	100m

表2 数値実験一覧表

水平風速	乱流平均化時間
記号 風速	記号 平均化時間
Ug0 0(m/s)	1a 計算開始 2～3hr 1時間
Ug1 1(m/s)	1b 計算開始 3～4hr 1時間
Ug2 2(m/s)	1c 計算開始 4～5hr 1時間
Ug4 4(m/s)	3 計算開始 2～5hr 3時間

表3 インバランス率の算出法一覧

記号	インバランス率の算出方法
T	空間乱れ定義から算出
S	時間乱れ定義から算出
F	時間平均から長周期成分をフィルターで除去して算出

4. 解析結果

(1) 点計測フラックスの空間代表性

各計算格子点の計算結果から2章の方法で、インバランス率を算定して全ての格子点について集計し、その確率密度分布を求めた (図1). 横軸がインバランス率、縦軸が確率密度である. 水平平均されたインバランス率とその標準偏差を表4にまとめた.

a) 空間乱れと時間乱れの違い

空間乱れから算定されるインバランスのばらつき (図1b) は時間乱れから算定されるインバランスのばらつき (図1a) よりもかなり小さく、点計測の空間代表性の点で優れていると言える. これは、前者の空間平均を取れば厳密に0になる (式4a) が、後者の空間平均には負のバイアス (= 負のインバランス) が生じる (式4b) ことが、表4から確認される.

b) 積分時間依存性

平均化時間1時間の数値実験を比較する限り、どの積分区間と比べても統計的に有意な差は認められない. これは場全体の乱流統計量の準定常性が確保

されている証拠となる. 空間乱れから算定されるインバランスは、平均化時間1時間に比べて3時間の方が、ばらつきが小さく、空間代表性が著しく向上している. しかし時間乱れから算定されるインバランスの場合は、水平面平均としてのインバランス量は減少するが (表4) 各点におけるインバランスのばらつきはさらに広がり、積分時間の延長が空間代表性の向上に寄与しているとは言いきれない. これはテラーの凍結仮説から期待される我々の直感に反する. この点については5章でさらに考察する.

表4 水平平均されたインバランス率と標準偏差

記号	[$\bar{ib}$] (%)	標準偏差 (%)
Ug0-1a-t	19.57 (図1a左)	47.48
Ug0-3-t	8.62 (図1a左)	63.20
Ug0-1a-s	0.00 (図1b左)	34.31
Ug0-3-s	0.00 (図1b左)	21.20
Ug0-1a-f	32.14 (図1c左)	41.59
Ug0-3-f	15.28 (図1c左)	24.79
Ug4-1a-t	1.84 (図1a右)	19.01
Ug4-3-t	1.23 (図1a右)	24.34
Ug4-1a-s	1.84 (図1b右)	19.01
Ug4-3-s	1.23 (図1b右)	24.34
Ug4-1a-f	4.04 (図1c右)	14.99
Ug4-3-f	2.16 (図1c右)	9.02

c) 風速依存性

表4よりインバランス量には明確な風速依存性が認められ、風速が小さいほどインバランスが顕著である. また、空間的ばらつきも大きい. これは多くの実測結果¹⁾と定性的に一致する.

(2) 乱流組織構造の挙動

式(3b) (4b) が示す通り、時間乱れに基礎を置く際のインバランスは局所的な上昇流と関係しており、この上昇流は大規模な乱流構造によって生み出されることが指摘されている³⁾⁴⁾. そこで、乱流組織構造の時空間挙動を示す. 図2に $\bar{w}$ の空間パターンを示した. 時間平均しても消えない上昇・下降流パターン (大規模構造) が認められる. 水平風速が0の時は亀の甲羅状、水平風速が強い時は筋状のサーマルラインの空間パターンが形成される. これらは個々のサーマルの時間スケール (20分程度) より持続性の長い大規模な乱流構造であることを意味する.

a) 積分時間依存性

1時間に対し3時間積分の結果では、大規模構造のパターンが弱まっているが、なお、その構造が維持されていることに注意しなければならない. 異なる積分区間で1時間平均値を比較する (図2a, b) と、甲羅状の水平パターンは単純に移流されているわけではなく、空間パターンそのものをゆっくりとした速度で変化させている. これは強い非線形性のなせる技で、乱流凍結仮説のように、乱流渦が移流されると言う単純な仮定を持ち出すことは出来ない.

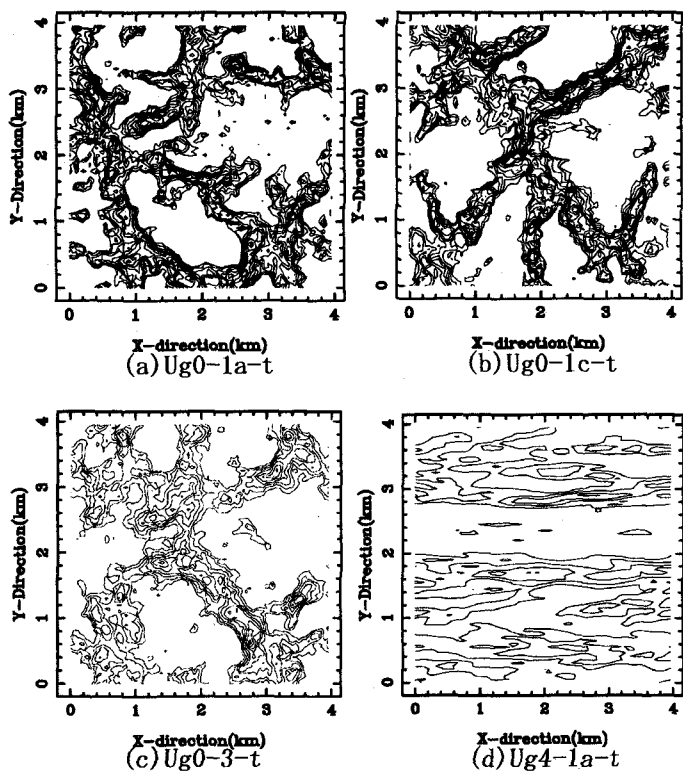


図2 解析高度の時間平均鉛直流速の空間分布
(コンター間隔 0.1 ms^{-1})

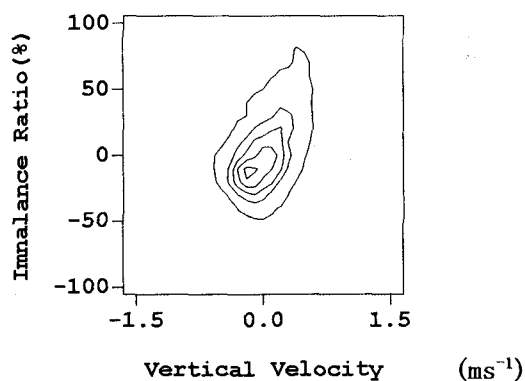


図3 各格子点におけるインバランス率 ib と平均鉛直風速 w の確率密度関数 (Ug0-3-s)

b) 風速依存性

図2 a, dの比較から、水平風速の増大に伴いサーマルラインが主流方向に傾くため、組織構造の上昇流速そのものが小さく抑えられている。風速が組織構造の空間パターンに及ぼす影響は、厳密には底面加熱の強さと水平風速の相対的な大きさによると考えられる。また、乱流渦の移流により点計測の統計的安定性(空間代表性)が増すことが期待される。

5. 議論～組織構造がインバランスに及ぼす影響

(1) 組織構造とインバランスの対応関係

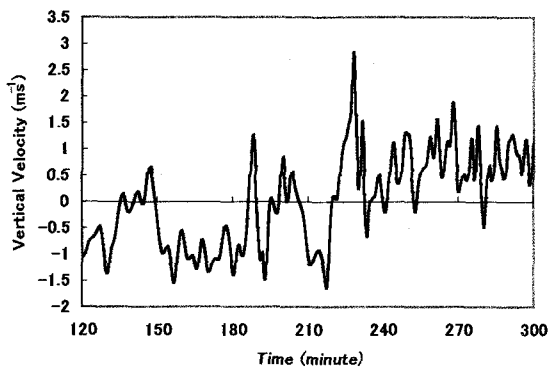
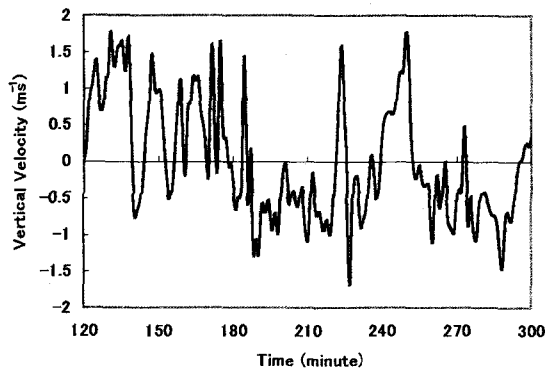


図4 $w=0$ でインバランス率の絶対値が大きな点における鉛直風速 w の時間変化

(上図)インバランス率が負(座標 $I=22, J=12$)

(下図)インバランス率が正(座標 $I=23, J=70$)

任意点に於ける $\bar{w}$ とインバランス率の2次元空間で、全格子点の確率密度関数をプロットすると図3のようになる。両者には弱い正の相関が認められる。つまり、正の $\bar{w}$ (サーマルライン上) の格子点では正のインバランスが大きくなり、負の $\bar{w}$ (下降流域) では逆になる。これはサーマルライン上ではサーマル活動が活発になり、下降流域ではサーマル活動が低調になることから説明される。しかし、 $\bar{w}=0$ の近傍で、インバランスが大きくなばらつきを持つのは何故であろう? そこで $\bar{w}$ が $0.01 (\text{m/s})$ 以下と小さく、インバランス率が $\pm 80\%$ 以上の、大きな正または負のインバランスを持つ格子点の時系列データを調べたところ全てに共通する特徴が見いだされた(図4)。いずれも上昇流に大きな長周期の変動が(トレンド)が見られる。これは、その格子点が組織構造の上昇流域から下降流域へゆっくりと変化したことを示している(図4上)。境界層の温度は場全体としてゆっくり上昇、すなわち長周期のトレンドをもつ。上昇流域から下降流域への遷移点では、境界層の温度上昇と上昇流速の長周期変動が負の相関を作るため、負のインバランスとなり、下降流域から上昇流域の遷移点ではその逆である(図4下)。4(1)aで、時間平均乱れでは乱流平均間時間を延長しても点計測の空間代表性が改善されないこと

を示した。その原因は、平均化時間の延長により w 自体は小さくなるが、上述した組織構造の空間パターンの変化に伴う長周期成分が時系列データに乗りやすくなり、フラックス算定上大きなばらつきを生み出すためである。このような場合、相関項の1つの変数に対するトレンド除去が有効である⁹⁾。上昇流の長周期変動は場所により異なり扱いにくいいため、物理的原因の明確な温度トレンドに着目する。

(2) 長周期変動の除去の影響 (フィルター処理)

時間乱れ解析において温度の長周期変動成分を取り除くことを考える。目標は、1点の計測データだけから空間乱れ定義に匹敵する空間代表性を確保することである。再び式(3a) (3b)を見てみる。各式の第1項を比較すると、式(3a)の $[T]$ には場全体の温度上昇に伴う温度トレンドが考慮されているのに対し、式(3b)の $\bar{T}$ は定数で温度トレンドが考慮されていない。この事を逆に捉えれば、空間乱れの乱流相関項(式3a 2項)には場全体の温度トレンドが混入しておらず、時間乱れの乱流相関項(式3b 2項)には温度トレンドが混入していることを意味している。温位の時間乱れを以下のように、長周期成分からのずれとして以下のように定義し直す。

$$T = \bar{T}_{long} + T'_t \quad (8)$$

右辺第一項は、温度トレンドに対応する長周期変動成分で時間の関数、第2項はトレンド除去された乱流成分である。ここで、上昇流成分 w にはあえて時間フィルターを施さず、生の値を使うと、温位のみトレンド除去された時間乱れ熱フラックスは式(9)のようになる。

$$\bar{F}_t = w\bar{T}_{long} + wT'_t \quad (9)$$

$[w] = 0$ より $w = w_s'$ であることに留意して式(9)と式(3a)を比較していただきたい。1点の計測データだけから得られる温度トレンド $\bar{T}_{long}$ が、空間平均温度 $[T]$ のトレンドと完全に一致する場合、 $T'_s = T'_t$ となり、時間乱れによる熱フラックスと空間乱れによるそれが、完全に一致することになる。ここでは2次の多項式で点計測の温度トレンドを近似し、フィルター処理してフラックスを求めた。図1、表4にその結果が記されている。インバランスのばらつきは非常に小さくなり、空間乱れの場合と同程度の標準偏差となる。積分時間の増加と共にばらつきが小さくなる傾向も空間乱れ定義の場合と同様である。この点からは空間代表性が改善されたと言える。しかしインバランスの空間平均値自体はさらに大きな負のインバランスとなっている。これは $\bar{T}_{long}$ が $[T]$ と完全には一致しないため、トレンド除去により大切な長周期成分の乱流情報の一部が失われた可能性を示唆している。しかしながら、SDPやリモートセンサーなど場全体の温度場の空間平均トレンドが

得られるような場合、それを用いて各観測点の時系列データの長周期成分を除去してやれば、空間乱れ定義に近い、より空間代表性の高いフラックスデータが期待できる。乱流解析においては従来から経験的に各種フィルターが用いられてきたが、ここでは2種類の乱れ定義の観点から理論的にフィルター処理の適切な方法を指摘した。

なお、確率統計理論を用いて、図1の確率密度関数から、広域観測における適切な点計測密度を提示することができる。本計算結果を用いれば4km四方の領域では、水平風0(m/s)で約500m間隔、4(m/s)で1.6km間隔で観測すると10%以内の誤差範囲で空間平均フラックスを算定することが可能である

結論

- (1) 渦相関法のような時間乱れに基礎を置いてフラックス算定する限り、インバランスは原理上不可避である。厳密な空間平均を取っても負のインバランスが平均値として残るし、平均化時間を延長しても、フラックスの空間的ばらつきを助長してしまう。
- (2) 計測点に於けるインバランス率は、大規模な乱流組織構造の時空間変動パターンと密接に関係する。大局的には対流活動が活発なサーマルライン上で、正のインバランス、下降域では逆となる。組織構造の空間パターンの変化は、点計測データに長周期変動成分をもたらす、インバランスの空間的な大きなばらつきの要因となる。
- (3) 場全体に共通するような温度トレンド(長周期変動成分)を点計測データから効果的に除去できれば、点情報を空間代表性に優れた空間乱れ定義のフラックスに帰着させることが出来る。しかし、フィルターによって、大切な乱流情報を欠損する可能性も大きいことを、今後の技術的課題として指摘した。

謝辞：本研究は文部省科学研究費補助金基盤研究(B)(2)(課題番号：12450197)による財政的援助を受けた。ここに謝意を表す。

参考文献

- (1) Lee, X: *Agric. For. Meteorol.*, 91, 39-49, 1998.
- (2) Mahrt, L.: *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 416-429, 15, 1998.
- (3) 神田学・渡辺力ほか：水文水資源学会誌, 2001 (Accepted)
- (4) 渡辺 力・神田 学：水文・水資源学会誌, 2001 (Accepted)
- (5) 神田学・日野幹雄ほか：水工学論文集, 37, 177-182, 1993.
- (6) Deardorff, J. W.: *Boudanry-Layer Meteorol.*, 18, 495-527, 1980.
- (7) Raasch, S. and Schroter, M: *Meteorol. Z.*, 2001 (in print).
- (8) Kaimal, J. C, and Finnignia, J. J.: *Atmospheric Boundary layer Flows*, Oxford press, 1994.

(2001. 10. 1受付)