

直投粒子群の流動・拡散現象と 乱れ特性に関する研究

SWARM OF PARTICLES AND ITS TURBULENCE CHARACTERISTICS

秋山 壽一郎¹・山下 直樹²・浦 勝³・陶山 正治⁴
Juichiro AKIYAMA, Naoki YAMASHITA, Masaru URA and Masaharu SUYAMA

¹正会員 Ph.D. 九州工業大学教授 工学部建設社会工学科 (〒804-8550北九州市戸畑区仙水町1-1)

²学生員 九州工業大学大学院 工学研究科博士前期課程 (同上)

³正会員 工博 九州工業大学教授 工学部建設社会工学科 (同上)

⁴工修 大成建設株式会社 名古屋支店 (〒450-5047名古屋市中村区名駅1-1-4)

Swarms of particles, produced by direct dumping of particles into a quiescent body of water, are investigated experimentally. A series of laboratory experiments is conducted, varying size as well as amount of dumping particles. It is found that such main flow characteristics of particle clouds as half-width, mean buoyancy force and falling velocity can be adequately described by a single-phase Boussinesq thermal theory as long as particle clouds remain in thermal-like phase. A transitional condition from the thermal-like phase to the free settling-like phase of particle clouds is roughly estimated semi-theoretically. It is also shown that turbulent intensity along the main axis of the particle thermal is proportional to its falling velocity, and its ratio to falling velocity of a particle is almost independent of its size.

Key Words : Turbidity, particle thermal, thermal theory, turbulence

1. はじめに

人工島の建設などを目的とした水域への土砂直投工では水表面付近から多量の土砂が投下されるため、大規模な汚濁が発生することが大きな問題である。このような汚濁拡散現象は、投下点近くの局所的な土砂の落下運動とそれによって誘起された周囲流体の流動が重要となるNear Field領域と主に潮流などの周囲流体環境が支配的な乱流拡散過程であるFar Field領域に大きく分けられる。このNear Field領域における密度流的な汚濁拡散過程は、局所的な汚濁拡散防止対策と直接関係しているだけでなく、広域的な汚濁拡散現象の初期条件でもあるので、その特性を把握しておくことは重要である。

そのような理由で、土砂直投工に起因する局所的な汚濁拡散現象を解明・予測する試みが、数値解析¹⁻⁵⁾や乱流サーマル理論⁶⁻⁹⁾に基づき重ねられている。数値解析は周囲流体の環境条件を考慮できることや粒子群の落下挙動から底面衝突後の挙動までを一貫して解析できることなど、複雑な状況に対処できることが大きな利点であるが、直投工で発生する落下粒子群は高濃度の固-液混相乱流現象であるため、最新の数値解析技術をもってしても粒子の濃度や絶

対量などに関して適用上の制約を強く受ける。一方、乱流サーマル理論は積乱雲の形成やガスや火薬の爆発など大気中の熱対流現象を対象として構築されてきたものであるが¹⁰⁻¹¹⁾、土砂直投工では水深が15~20m程度の比較的浅い水域に数千m³という多量の土砂が投下されるため、粒子サーマルとして落下し、その状態で底面に衝突することから、土砂直投に伴う局所的な汚濁拡散現象を解析する手段としても最近用いられている。^{6)~9)}例えば、玉井ら⁸⁾は、粒径が大きく投下量が少ない場合には個々の粒子の自由沈降的な落下形態となり、粒径が小さく投下量が多い場合には粒子群として流動する乱流サーマル的な落下形態となることを実験的に明かにした上で、Baines & Hopfinger¹¹⁾による単相の非ブスネスクサーマル理論を発展させ、自由沈降の落下挙動と乱流サーマル的な落下挙動を統一的に説明するための固-液混相サーマル理論を提案している。このようなサーマル理論は形状の相似性を基本仮定とするため複雑な状況には適用できないが、単純な状況であれば主要な流動特性を簡便に記述できることが大きな利点である。

落下粒子群に対して乱流サーマル理論がどの程度まで適用できるのかについて調べた研究としては、

先述したもの⁸⁾がある。この固-液混相サーマル理論の妥当性はさておき、その基礎となっている Baines & Hopfinger¹¹⁾の単相の非ブシネスクサーマル理論では連行係数の概念が通常の定義とは大きく異なっているのみならず、キネマティックな関係式である体積保存則にダイナミックな諸量が考慮されなければならない根拠も明確ではない。このような理由もあり、これまでの研究で単相サーマルと粒子サーマルとの流動特性の違いについて明確な見解が得られているわけではない。

本研究は、以上のような背景を踏まえ、粒子サーマル的な落下形態における落下粒子群の基本的な流動特性を明らかにすることを試みたものである。まず、単相のブシネスクと非ブシネスクサーマル理論について検討を加え、ブシネスクサーマル理論から得られる近似解の妥当性を示す。次に、落下粒子群の粒子サーマル的な落下形態から自由沈降的な落下形態への遷移点について大まかな目安を示した上で、乱流サーマル的な落下形態における落下粒子群の最大拡がり幅、平均浮力および落下速度が単相ブシネスクサーマル理論で記述できることを明らかにする。最後に、落下粒子群の乱れ特性についても検討を加える。

2. 実験

実験装置は、両面アクリル製の水槽(長さ7.5m、深さ1.0m、幅0.1m)に流入装置を取り付けたもので、流入装置より水深 h 、密度 ρ_a の静止した淡水中にガラスビーズ粒子あるいは振る振り分けしたケイ砂(粒径 d 、水中比重 s)と水を混合した濁水を単位幅当たりの初期総浮力 $2W_0(=2c_0sgA_0)$ で水表面より直投することで落下粒子群を発生させた。ここに、 c_0 は濁水の初期体積濃度($=A_p/A_0$)、 A_0 は初期単位幅体積、 A_p は空隙を除いた粒子の初期単位幅体積、 g は重力加速度である。

実験条件は表-1に示す通りであり、CASE A と CASE B の2通りの実験を行った。CASE A では d と W_0 をそれぞれ4通りに変化させ、CCDカメラで撮影した落下粒子群の流動状況をコンピューター制御が可能なVTRに収録し、それらの画像をパソコンに取り込み、画像解析することによって、落下粒子群の落下速度 V および形状を求めた。一方、CASE B では d を2通りに変化させ、電磁流速計を落下粒子群の中心軸上に設置しオイラー的に落下方向の3点で測定を行った。流れの再現性は比較的良好であったが、いずれの計測においても同一条件下で5回の繰り返し実験を行い、データの信頼性を高めた。図-1は落下粒子群の流動状況の一例であるが、左右ほぼ対称な循環流より構成される落下粒子群が、周

表-1 実験条件

CASE	中央粒径 d(cm)	水中比重 S	濃度 c(%)	相対密度差 ε ₀	初期単位幅体積 A ₀ (cm ²)	初期総浮力 W ₀ (cm ³ /s ²)
A-1-1	0.0044	1.47	16.1	0.237	12.5	2900
A-1-2			16.3	0.239	20.9	4900
A-1-3			19.9	0.292	24.0	6860
A-1-4			16.4	0.241	37.65	8900
A-2-1	0.0088		8.7	0.128	23.05	2900
A-2-2			14.7	0.217	23.05	4900
A-2-3			12.6	0.186	37.65	6860
A-2-4			16.3	0.241	37.65	8900
A-3-1	0.0109		8.6	0.128	23.05	2900
A-3-2			14.5	0.217	23.05	4900
A-3-3			12.5	0.186	37.65	6860
A-3-4			16.2	0.241	37.65	8900
A-4-1	0.0165		8.4	0.128	23.05	2900
A-4-2			14.2	0.217	23.05	4900
A-4-3			12.2	0.186	37.65	6860
A-4-4			15.8	0.241	37.65	8900
B-1	0.0165	1.47	8.4	0.128	23.05	2900
B-2	0.027	1.65	21.2	0.3498	7.3	2500

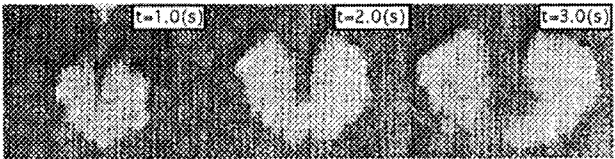


図-1 落下粒子群の流動状況(CASEA-4-3)

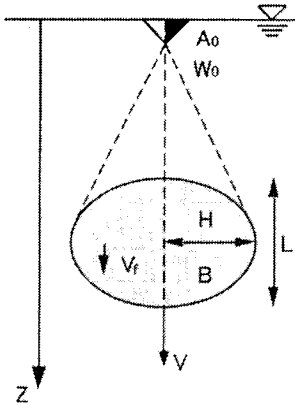


図-2 流れの定義図

囲流体を連行しながらほぼ相似な形状を保ちつつ流動・拡散していくことがわかる。この観測結果に基づき、落下粒子群を図-2のようにモデル化する。

3. 実験結果

本研究で対象とする落下粒子群は高濃度の固-液混相乱流サーマル現象であるが、本論文の「補足」で示した単相乱流サーマル理論によると、ブシネスクサーマルと非ブシネスクサーマルとでは落下速度 V のみ異なり、その違いは投入点のごく近傍に限ら

れる。また、プシネスクサーマルと非プシネスクサーマルの理論解は異なるが、投入点から少し離れたところでは、同一の近似解で表すことができる。

$W_0=588\text{cm}^3/\text{s}^2$ の場合の単相のプシネスクサーマルと非プシネスクサーマルの数値解、理論解および近似解について比較検討したものが図-3である。

図-3aは実験値と数値解の比較であり、これより投下点のごく近傍を除き、両サーマル理論は同様な結果を与えることがわかる。また、実験値とも良好に一致していることも確認できる。図-3bは両サーマル理論の理論解と数値解を、図-3cは近似解と数値解を比較検討したものである。これらより、両サーマル理論の理論解が正しいこと、投入点付近を除いたほぼ全域で近似解が成立することなどが確認できる。なお、「補足」で示した抵抗係数を考慮したプシネスクおよび非プシネスクサーマルの理論解は本研究で初めて示されたものである。

以上のような検討結果を踏まえ、落下粒子群の流動・拡散プロセスを記述する手段として、式(1)~(3)の近似解を採用する。紙面の都合で詳細は省略するが、これらは「補足」で示した理論解の近似操作を行うことで簡単に得ることができる。あるいは、サーマルのOverall・Richardson数が落下方向に不変であるとの条件を用いて求めることもできる⁹⁾。また、図-3から明らかなように理論解での z は z^* でほぼ置き換えることができる。

投下条件(A_0 , W_0)の影響を去除するために、これらの諸量で無次元化した落下粒子群の無次元最大層厚 $H^*(=H/A_0^{1/2})$ 、無次元平均浮力 $B^*(=B/B_0)$ 、無次元落下速度 $V^*(=V/V_0)$ および無次元落下距離 $z^*(=z/A_0^{1/2})$ を導入する。ここで、 $V_0=(c_0sgW_0)^{1/4}$ あるいは $(W_0^2/A_0)^{1/4}$ 、 $B_0=W_0/A_0$ である。なお、式(1)~(3)中の係数 K_i は式(4)~(6)で与えられる。

$$H^* = K_1 z^* \quad (1); \quad B^* = K_2 z^{*-2} \quad (2); \quad V^* = K_3 z^{*-1/2} \quad (3)$$

$$K_1 = \frac{(S_1/S_2)\sqrt{FE_d}}{2} \quad (4)$$

$$K_2 = \frac{(F/S_1)}{\{(S_1/S_2)\sqrt{FE_d}/2\}^2} \quad (5)$$

$$K_3 = \frac{[1/\{(3/4)(1+A_m)S_2(E_d/\sqrt{F})+C_d\}]^{1/2}}{\{(S_1/S_2)\sqrt{FE_d}/2\}^{1/2}} \quad (6)$$

式(4)~(6)中の各パラメータの定義は、「補足」に示す通りである。以上の近似解より、単相の乱流サーマルでは $H^* \propto z^*$ 、 $B^* \propto z^{*-2}$ および $V^* \propto z^{*-1/2}$ なる関係が成立することがわかる。図-4は本研究で得られた落下粒子群の各無次元特性量と z^* との関係調べたものである。これより、落下粒子群に対

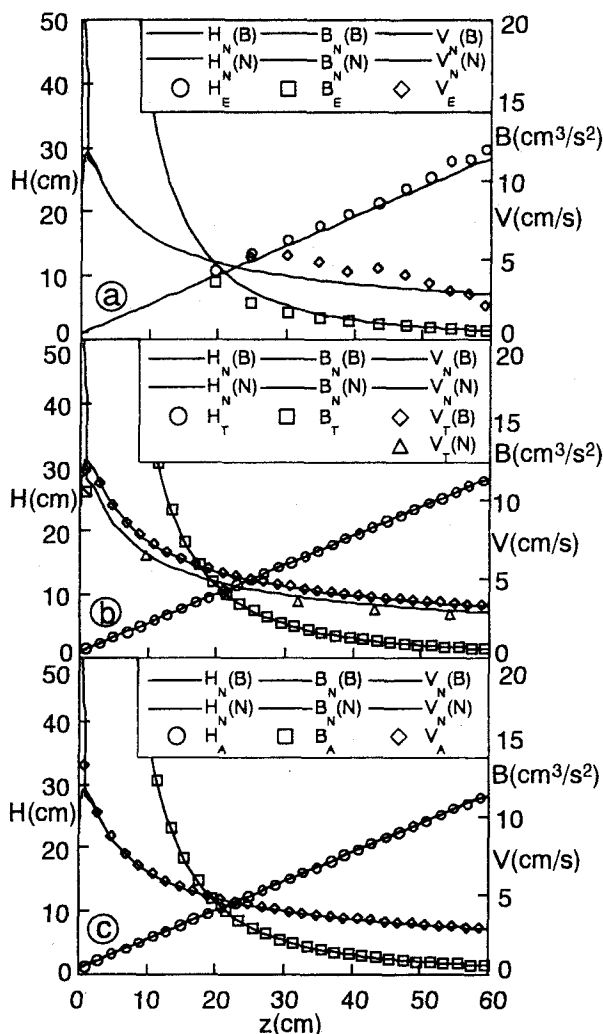


図-3 単相プシネスク、非プシネスクサーマル理論の検証(a:実験値と数値解の比較、b:理論解と数値解、c:近似解と数値解を比較)

しても式(4)~(6)の関係が成立しており、本研究で得られたデータが粒子サーマル的な落下形態に属していることが確認できる。

そこで、粒子サーマル的な落下形態と自由沈降的な落下形態との大まかな遷移条件を調べる目的で、粒子群の落下速度 V を個々の粒子の沈降速度 V_f で無次元化した速度比 V/V_f と無次元落下距離 z^* との関係をプロットしたものが図-5である。同図より、すべてのデータが $V/V_f \geq 1.0$ の範囲に存在しており、粒子群の落下速度は個々の粒子の沈降速度よりも数倍から数10倍大きいことがまずわかる。

粒子サーマル的な落下形態では式(3)の関係が成立し、 $V_0=(W_0^2/A_0)^{1/4}$ であることを考慮すると、 $V/V_f=[(W_0^2/A_0)^{1/4}/V_f]K_3z^{*-1/2}$ なる関係が得られる。一方、本研究で用いた粒子粒径の範囲では近似的に $V_f \propto d^2$ なる関係が成立するので、粒子 Reynolds 数 $R_p(=dV_f/\nu)$ は無次元表示した沈降速度を用いると、 $R_p=(\alpha sg\nu)^{-1/2}V_f^{3/2}$ のようになる。こ

ここで、 α は粒子の沈降速度に関する無次元の定数である。いま、サーマル的な落下形態から自由沈降的な落下形態への遷移が $V/V_f \approx 1.0$ で起るとすると、これに対応する z^* は $z_{1.0}^* \equiv \beta R_p^{-4/3}$ なる関係を満足する。ここに、 $\beta = (\alpha \text{sg} \nu)^{-2/3} (W_0^2/A_0)^{1/2} (K_{3p})^2$ である。後述するように今回の実験条件では $K_{3p} \approx 0.82$ なる一定値であるので、 $z_{1.0}^* \equiv \beta R_p^{-4/3}$ なる関係が得られる。 $z_{1.0}^*$ と R_p との関係を調べたものが図-6である。これより、上述した関係が確かに成立しており、粒子サーマル的な落下形態と自由沈降的な落下形態との大まかな遷移条件は $z_{1.0}^* \approx 900 R_p^{-4/3}$ のようになると考えられる。上述した関係によれば、一般的に β は投下粒子の性質と投下量に依存することになるが、粒子の比重は大きく変化するわけではなく、投下量も $(W_0^2/A_0)^{1/2} \propto A_0^{1/2}$ であるので A_0 の絶対量よりその影響は小さい。加えて、本実験では実験条件の範囲が比較的に狭いために、 β をほぼ一定値として表現することが可能となっていると考えられる。なお、 $z_{1.0}^*$ が1.0になる程度まで乱流サーマル的な落下形態における落下粒子群のデータを得ようとすると、粒子粒径と投下量を極めて大きくする必要があり、それに伴い周囲水深も現行のものよりかなり大きくしなければならない。そのためには、相当に水深が深い水槽を用いる必要があり、このような実験上の強い制約も受けることを指摘しておく。

図-4で見たように無次元落下距離 z^* との関係において単相サーマルの関係に従うので、粒子サーマル的な落下形態における落下粒子群の係数を K_{ip} と表示する。 K_{ip} は R_p の弱い関数と考えられたが¹²⁾、同程度の粒径であっても今回のように投下量が多い場合は K_{ip} は R_p の影響をほとんど受けず、その関係は図-7のようになり、 $K_{1p} \approx 0.65$ 、 $K_{2p} \approx 2.10$ 、 $K_{3p} \approx 0.82$ で近似できる。一方、 $W_0 = 150 \sim 4900 \text{ cm}^3/\text{s}^2$ の範囲での塩水を用いた単相サーマルの K_i は、 $K_1 \approx 0.50$ 、 $K_2 \approx 2.10$ 、 $K_3 \approx 0.90$ であるので¹³⁾、両者の係数値にやや違いが生じていることがわかる。つまり、粒子サーマル的な落下形態における落下粒子群と単相サーマルの違いは、乱流サーマル理論では係数 K_i を介して現れる。

そこで、このような係数値の違いがどのようにして生じたのかについて検討するために、落下粒子群から得られた式(4)~(6)中の各パラメータの値を用いて K_{ip} の検証を行う。上記の範囲の W_0 での単相サーマルの各パラメータの値は、 $F \approx 0.63$ 、 $S_1 \approx 0.79$ 、 $S_2 \approx 2.25$ 、 $E_d \approx 0.40$ であり¹³⁾、落下粒子群では $F_p \approx 0.67$ 、 $S_{1p} \approx 0.79$ 、 $S_{2p} \approx 2.32$ 、 $E_{dp} \approx 0.53$ である。両者を比較すると、両者の違いは F と E_d で著しいことがわかる。これらの落下粒子群の値と単相サーマル理論との比較より得られた抵抗係数値 $C_d \approx 0.5$ を式(4)~(6)に代入して得られる係数を K_{ip}' と表示すると、 $K_{1p}' \approx 0.65$ 、 $K_{2p}' \approx 2.0$ 、 $K_{3p}' \approx 0.8$ とな

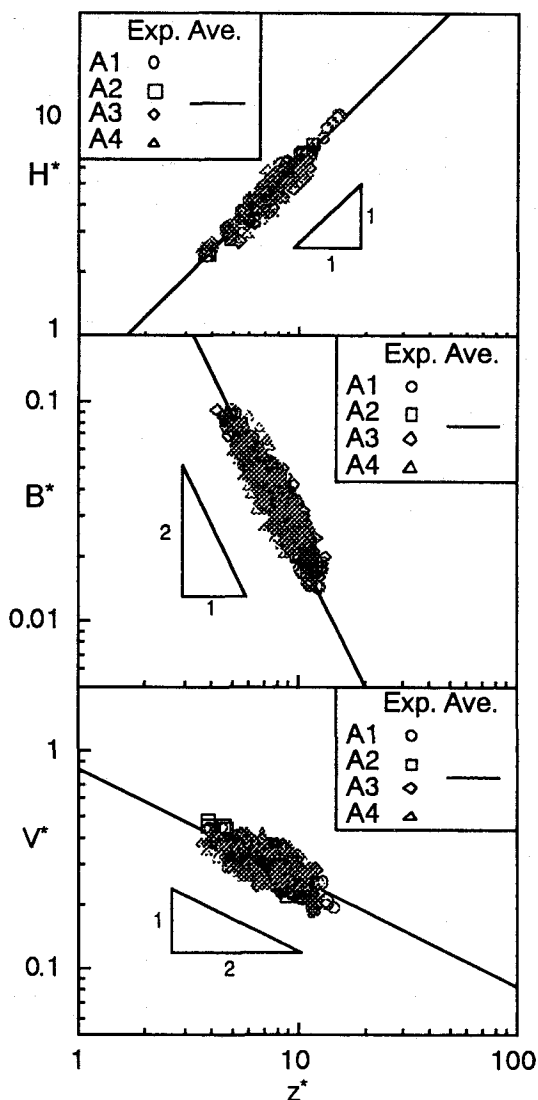


図-4 落下粒子群の無次元特性量(H^* , B^* , V^*)と無次元落下距離 z^* との関係

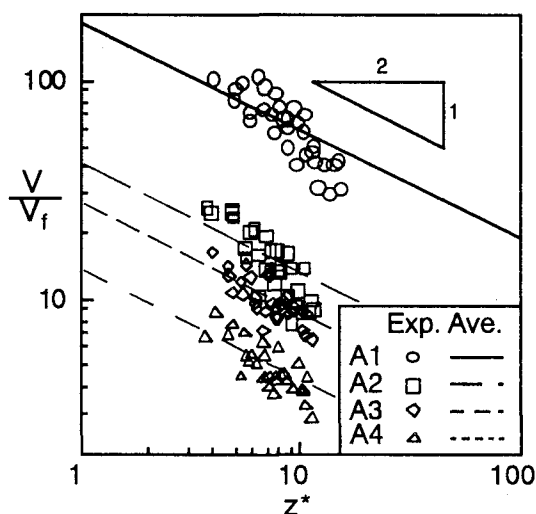


図-5 無次元落下速度 V/V_f と無次元落下距離 z^* との関係

り、 K_p とほぼ同様の値となる。これより、粒子サーマルの係数も式(4)~(6)で与えられ、粒子サーマルと単相サーマルのFと E_d の値が異なることが、 K_1 と K_p の違いを生じていることが確認できる。これは、玉井ら⁸⁾が乱流サーマル的な落下挙動を示す落下粒子群の流動特性が連行係数などによって変化すると指摘していることを定量的に示したものである。

最後に、CASE Bの実験結果に基づき、粒子サーマル的な落下形態における落下粒子群の乱れの状態について検討を加える。図-8は、落下粒子群の中心軸上の流速の時系列より得られた最大流速 v と最大流速前後のサンプリング間隔 $\Delta t=0.15s$ の乱れ強度 $(v^2)^{0.5}$ を落下粒子群の代表速度スケール V_0 で正規化した速度比 v/V_0 と $(v^2)^{0.5}/V_0$ と z^* との関係について調べたものである。なお、 $\Delta t=0.10\sim 0.25$ の範囲では、 $0.05 < (v^2)^{0.5}/V_0 < 0.07$ であった。図-8より、やや散らばりは認められるものの、粒子群の落下速度 V と同様に、いずれの流速比も z^* の $-1/2$ 乗に比例することが確認できる。ただし、 z^* が一番大きいデータはこの関係に従っていないが、これまでの一連の研究を通じサーマル塊の下端が水槽底面に近づくと、 $-1/2$ 乗則より小さくなることが塩水サーマルでも確認されており、粒子サーマルに固有の現象ではない。さらに、いくつかの速度比について検討してみると、CASE B-1で $(v^2)^{0.5}/v \approx 0.060$ 、 $v/V \approx 2.8$ 、 $(v^2)^{0.5}/V_f \approx 2.1$ 、CASE B-2で $(v^2)^{0.5}/v \approx 0.063$ 、 $v/V \approx 3.0$ 、 $(v^2)^{0.5}/V_f \approx 1.8$ であり、いずれの速度比もB-2の方がやや大きいものの、ほぼ同様の値となっている。以上の結果に基づくと、 $(v^2)^{0.5}/V_f$ が ≈ 2.0 程度であれば十分な乱れが発生し、落下粒子群は乱流サーマルとして流動・拡散すると推察される。ただし、今回の実験では投下量を変化させているわけではないので、 $(v^2)^{0.5}/V_f$ に関するこの値はさらに小さくなる可能性が残されている。この点について今後の検討が必要である。

4. まとめ

本研究により以下のような結論が得られた。

(1) 粒子サーマル的な落下形態における高濃度落下粒子群では、 $H^*=K_1 z^*$ 、 $B^*=K_2 z^{*-2}$ および $V^*=K_3 z^{*-1/2}$ なる関係が成立し、その特性は単相ブシネスクサーマル理論で記述できる。また、サーマル理論における係数 K_i についても単相ブシネスクサーマルの関係が適用できる。ただし、両サーマルの K_i 値は異なっており、 K_i 値の違いはFと E_d の値の違いに起因する。

(2) サーマル的な落下形態から自由沈降的な落下形態への遷移が $V/V_f \approx 1.0$ で起るとすると、これに対応する z^* は $z_{1.0}^* \approx 900 R_p^{-4/3}$ なる関係を満足する。

(3) 限定された条件下ではあるが、 $(v^2)^{0.5}/V_f \approx$

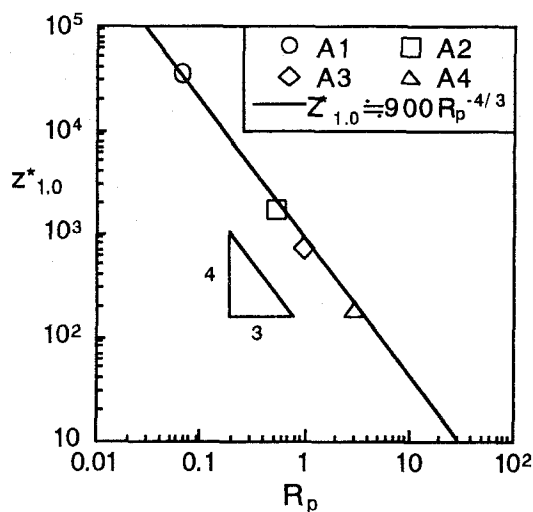


図-6 遷移点 $z_{1.0}^*$ と粒子Reynolds数 R_p との関係

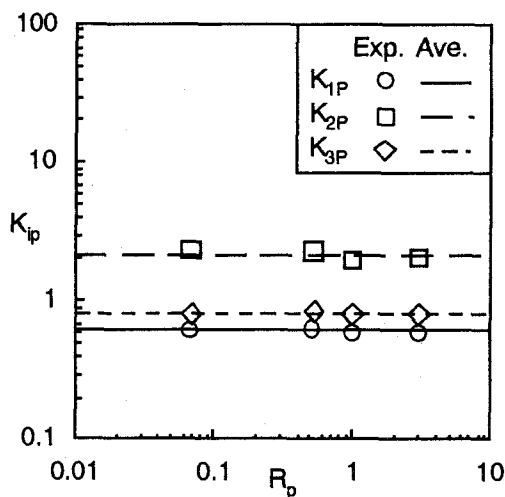


図-7 サーマル理論の係数 K_{ip} と粒子Reynolds数 R_p との関係

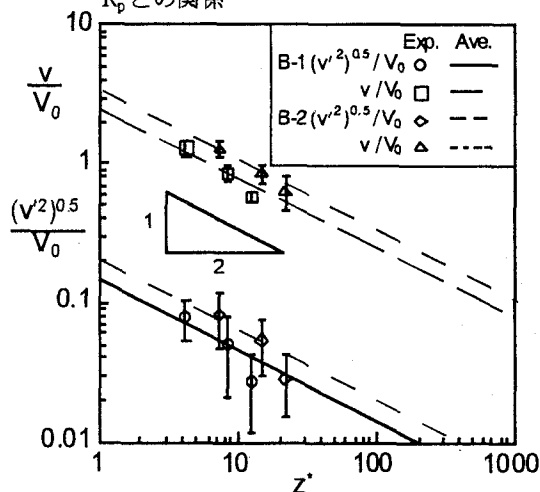


図-8 速度比 v/V_0 、 $(v^2)^{0.5}/V_0$ と無次元落下距離 z^* との関係

2.0程度であれば十分な乱れが発生し、粒子群は乱流サーマルとして落下する。このような乱れの強い状態の落下粒子群ではサーマル理論の係数 K_{ip} は粒子Reynolds数 R_p にほとんど依存しない。

支配方程式	
ブシネスクサーマル	非ブシネスクサーマル
$\frac{dH}{dz} = \frac{E_d \sqrt{FS_2}}{2S_1}$	$\frac{dB}{dz} = -\frac{E_d \sqrt{FS_2} B}{S_1 H}$
$\frac{dV}{dz} = -\frac{E_d \sqrt{FS_2} V}{S_1 H} + \frac{B}{(1+A_m)V} - \frac{FC_d V}{(1+A_m)S_1 H}$	$\frac{dV}{dz} = -\frac{(1+A_m)gE_d \sqrt{FS_2} V}{(B+g+A_m g)S_1 H} + \frac{gB}{(B+g+A_m g)V} - \frac{FC_d g V}{(B+g+A_m g)S_1 H}$
理論解	
$H = \frac{E_d \sqrt{FS_2} \bar{z}}{2S_1}$	$B = \frac{4S_1 W_0}{E_d^2 S_2^2 \bar{z}^2}$
$V = \sqrt{\left(\frac{\bar{z}_i}{\bar{z}}\right)^\alpha V_i^2 + \frac{2\beta}{\alpha-1} \left(\frac{\bar{z}^{\alpha-1} - \bar{z}_i^{\alpha-1}}{\bar{z}^\alpha}\right)}$	$V = \sqrt{\frac{2\beta}{(\bar{z}^2 + \beta/g)^3} \cdot \left\{ \frac{\bar{z}^5 - \bar{z}_i^5}{5} + \frac{2\beta(\bar{z}^3 - \bar{z}_i^3)}{3g} + \frac{\beta^2(\bar{z} - \bar{z}_i)}{g^2} + \frac{(\bar{z}_i^2 + \beta/g)^3}{2\beta} \right\} V_i^2}$
ここに、F=断面アスペクト比(=H/L)、A _m =付加質量係数(=2F)、C _d =抵抗係数、S ₁ =サーマルの断面面積比(S ₁ =A/(HL))、S ₂ =幾何学的平均長さと同周長との比(S ₂ =C/(HL) ^{1/2})、C=周周長およびq _e =単位時間当たりの連行量、α=4 [1+F ^{1/2} C _d / {(1+A _m)E _d S ₂ }]、β=4S ₁ W ₀ / {(1+A _m)E _d ² S ₂ ² }。なお、添字iは任意の落下点における初期値。 $\bar{z}$ は、仮想原点から測った距離を示す。	
備考)非ブシネスクサーマルの連行係数E _d としては、Baines & Hopfinger ¹¹⁾ によるサーマルの流体質量や負荷質量の運動量などを考慮したものではなく、ブシネスクと非ブシネスクサーマル理論の比較が可能なように、E _d =q _e /CVのように定義している。	

謝辞：本研究は、文部省科学研究費(代表者：秋山壽一郎、基盤(B)(2)、課題番号08455232および(B)(2)12555149)の援助を受けた。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- 堀江毅：MAC法による直投土砂の初期拡散に関する数値解析、運輸省港湾技術研究所技術資料、No.471、pp.1-34、1983。
- 小田一紀・重松孝昌・大西伸幸・井上雅夫：改良型DEM法による粒子群の沈降・分散挙動の解析、海岸工学論文集、第39巻、pp.971-975、1992。
- Li,C.W.:Convection of particle thermals, *J. Hyd. Research*, Vol.35, No.3, pp.363-376, 1997。
- 玉井昌宏・村岡浩爾：土砂直投工により発生する濁りの挙動特性に関する数値解析、水工学論文集、第42巻、pp.541-546、1998。
- Ying,X., Akiyama,J. and Ura,M.: Motion of dense fluid released into quiescent water with finite depth, *J. of Hydraulic, Coastal and Environmental Engineering*, No.635/II-49, pp.141-152, 1999。
- Buhler, J. & Papantoniou, D.A.: Swarms of coarse particles falling through a fluid, *Proc. of the Int' Sym. on Envi. Hydraulics*, Vol..1, pp.135-140,1991。
- Neves,M.J. & Almeida,P.D.: The influence of density on thermal motion, *Proc. of the Int'l Sym. on Envi. Hydraulics*, Vol.1, pp.141-146, 1991。
- 玉井昌宏・村岡浩爾・室田明：固体粒子群の落下挙動と誘起流動に関する研究、土木学会論文集、No.509、II-30、pp.143-154、1995。
- 秋山壽一郎・浦勝・今宮盛雄・陶山正治：静水中に瞬間的に投下された重たい流体塊の流動特性に関する研究、水工学論文集、第42巻、pp.529-534、1998。
- Escudier,M.P. & Maxworthy,T.: On the motion of turbulent thermals, *J. of Fluid Mech.*, Vol.61, Part 3, pp.541-552, 1973。
- Baines, W.D & Hopfinger, E.J.: Thermals with large density difference, *Atmospheric Envi.*, Vol. 18, No. 6, pp.1051-1057, 1984。
- 秋山壽一郎・浦勝・応新亜・西森秀樹：流水中に瞬間的に投下された重い流体塊の流動・拡散現象に関する実験的研究、水工学論文集、第42巻、pp.1165-1170、1998。
- 陶山正治：直投粒子群の流動・拡散現象に関する研究、修士論文、九州工業大学大学院、2000。

(2000.10.2 受付)