

横流式沈殿池における密度流の挙動

Behavior of density current in rectangular settling tank.

藤崎一裕¹・島田立季²・長田直己³

Kazuhiro FUJISAKI, Tatsuki SHIMADA and Naoki NAGATA

¹正会員 工博 九州工業大学教授 工学部建設社会工学科（〒804-0015 北九州市戸畠区仙水町1-1）

²学生会員 九州工業大学大学院 工学研究科博士前期課程（同上）

³学生会員 九州工業大学 工学部建設社会工学科（同上）

Density current in a rectangular settling tank is investigated mathematically. The basic equation consists of equation of motion for horizontal and vertical direction together with the mass conservation equation of both fluid and sediment. As a turbulence model, the standard $k-\varepsilon$ model is employed. Flow velocity profiles and sediment concentration distribution are illustrated. When the temperature of inlet suspension is warmer than that of the tank water, the suspension flows downward with the positive buoyancy. This density current increases the turbulence in its accelerating stage, which prevents the settling of sediments. On the other hand, in the case of high sediment concentration, the turbidity current accelerates rather low region in a tank, which may bring the resuspension of bottom sediment. It is also shown that the flow field is very complicated one, because the density current brings up under the developing stage of bottom boundary layer. If the sediment particle has higher fall velocity, they settle down within a short distance. In such case, the density current gives its effect on the sediment motion only in the developing stage and this effect leads to the decrease of removal ratio.

Key Words : Density current, settling tank, turbidity current

1. まえがき

横流式沈殿池内の流れについては、粒子懸濁による密度差や流入水と池内水との温度差に起因するいわゆる密度流について、多くの研究がなされてきた。一般に池内の流れが非常に遅いため複雑な流れが生じやすく、したがってその解析も困難で、検討すべき要因が多い。沈殿池内の密度流に関しては、流体の粘性を無視した完全流体としての取り扱い¹⁾から、 $k-\varepsilon$ モデルを用いた有限要素解析²⁾に至るまで多くの研究がなされており、次第に池内の流況が細かく把握されつつある。しかしながら、様々な乱流モデルを用いた密度流解析では沈殿池の形状、寸法、流入条件などを定めて、特定の条件下での流れの状況が詳しく調べられている場合³⁻⁷⁾が多く、沈殿池内の状況を一般的に明らかにするには至っていない。

筆者らは、矩形断面の横流式沈殿池内の状況を $k-\varepsilon$ モデルを用いて調べ、沈殿池内では沈殿池底部からの境界層が発達過程にあることを示し、底部からの境界層が到達していない上部の一様流速領域で粒子沈降が進行している部分が多いことを明らかにした⁸⁾。また、粒子の鉛直方向の拡散は、沈降界面が境界層外縁と交わる部分で大きな効果を生じることも示した。

本報は、この研究の延長をなすもので、一様流速で流入した懸濁水が、底部からの摩擦により発達する境界層の発達途中で、同時に密度流効果を受けるときの現象を調べたものである。

流入流速、底面摩擦、粒子沈降などが相互に関連する現象に対して、流入水と池内水の密度差が及ぼす影響を検討し、沈殿池の設計、維持管理に有用な情報を得ることを本研究の目的としている。

2. 完全流体としての解析

現象の概略を調べるために、まず流体の粘性を無視した完全流体としての濁度密度流を取り扱う。図-1のように座標軸をとり、界面の高さを Z_c 、界面上の清澄液部の流速を U_a 、界面下の懸濁部の流速を U_b とし、圧力に静水圧分布を仮定すると、この場合の基礎式が無次元表示で次ページの(1)～(4)式のように示される。横軸 x^+ は水面に流入した粒子が（一様流速で流下する時の）沈降終了までに流下する距離 $H \cdot U_0 / W_0$ で無次元化されている。ここに H ：流入口水深、 U_0 ：流入流速、 W_0 ：粒子沈降速度、 ρ_s および ρ_0 ：粒子および流体の密度、 h ：水深である。(1)、(2)式は流下方向の運動量保存に関連し、

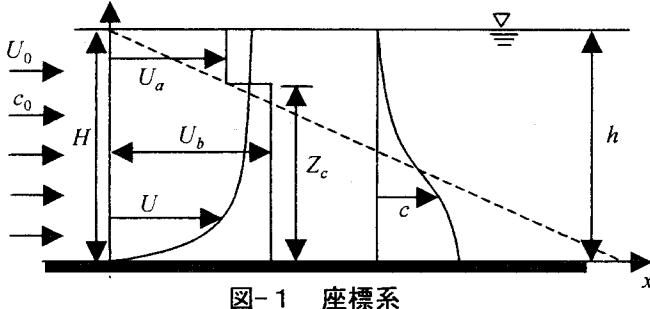


図-1 座標系

$$\bar{U}_b^2 \bar{Z}_c + \bar{U}_a^2 (\bar{h} - \bar{Z}_c) + \frac{1}{2} K_{bc} \bar{Z}_c^2 + \frac{1}{2} K \bar{h}^2 = 1 + \frac{1}{2} K \quad (1)$$

$$\bar{Z}_c' (\bar{U}_a^2 - \bar{U}_b^2 + K_{bc} \bar{Z}_c) + 2(\bar{U}_a - \bar{U}_b) = -K \bar{h}' \quad (2)$$

$$\bar{U}_b \bar{Z}_c + \bar{U}_a (\bar{h} - \bar{Z}_c) = 1 \quad (3)$$

$$(\bar{U}_b \cdot \bar{Z}_c)' = -1 \quad (4)$$

$$K_{bc} = \frac{\Delta \rho_s / \rho_0 c_0 g H}{U_0^2}, \quad K = \frac{g H}{U_0^2} \quad (5)$$

$$()' = d/dx^+, \quad x^+ = x/H, \quad W_0/U_0 \quad (6)$$

$$\bar{U}_a = U_a/U_0, \quad \bar{U}_b = U_b/U_0, \quad \bar{h} = h/H_0, \quad \bar{Z}_c = Z_c/H_0 \quad (7)$$

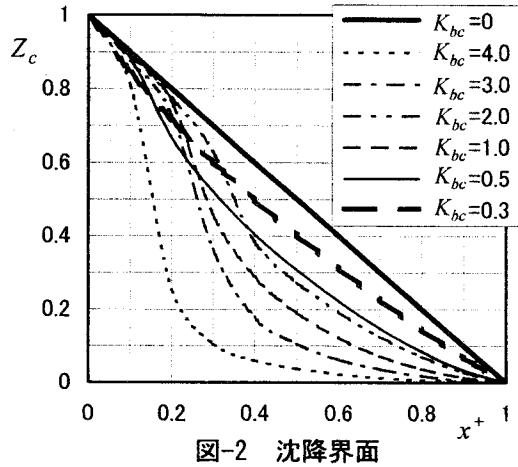


図-2 沈降界面

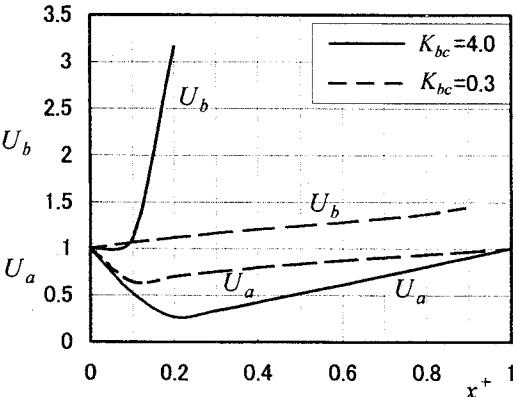


図-3 密度流速

表-1 基礎方程式

ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ	番号
1	0	0	(9)
U	μ_e	$-\frac{\partial p}{\partial x}$	(10)
V	μ_e	$-\frac{\partial p}{\partial y} + \Delta \rho g c + \Delta \rho_{bt} g \theta$	(11)
k	$\frac{\mu_e}{\sigma_k}$	$\frac{1}{\rho} \left(G - \rho \varepsilon + \Delta \rho g \frac{\mu_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial y} \right)$	(12)
ε	$\frac{\mu_e}{\sigma_\varepsilon}$	$\frac{1}{\rho} \left\{ \frac{\varepsilon}{k} (C_1 G - C_2 \rho \varepsilon) \right\}$	(13)
c	$\frac{\mu_t}{\sigma_t}$	$-\frac{\partial}{\partial y} (W_0 c)$	(14)
θ	$\frac{\mu_t}{\rho \alpha_t}$	0	(15)

ここに、 $\mu_e = \mu + \mu_t$, $\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$

$$G = \left[2 \left(\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 \right) + \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 \right]$$

常用されている値を用いた。 θ は温度、 $\Delta \rho_{bt} g \theta$ は温度差による密度効果の項である。また、この場合のように非常に遅い不安定な流れにおける k, ε 方程式中の密度効果の取り扱いについては、種々の試みがなされているが、まだ一般的な結論を得るに至つ

(3)、(4)式はそれぞれ流体及び粒子の保存の式である。 K_{bc} は密度流の代表流速と流入流速からなる密度フルード数の2乗の逆数である。(1)～(4)式を連立させて求めた結果が図-2、3に示されている。図-2には K_{bc} の値の増大とともに密度効果が増し、流入入口近傍で界面の沈降が著しくなる様子が表れている。また図-3に示されているように、密度効果の増大とともに、懸濁部の加速と清澄液部の減速も著しくなる。ここで、 $K_{bc}=0$ は濃度が極端に薄く、密度流効果がない場合を意味する。なお、これらの解析と類似の検討は（水深一定として）、栗谷ら¹¹により詳しくなされている。以上のような特徴をもつ密度流を以下により詳細に検討する。

3. 粘性流体としての解析

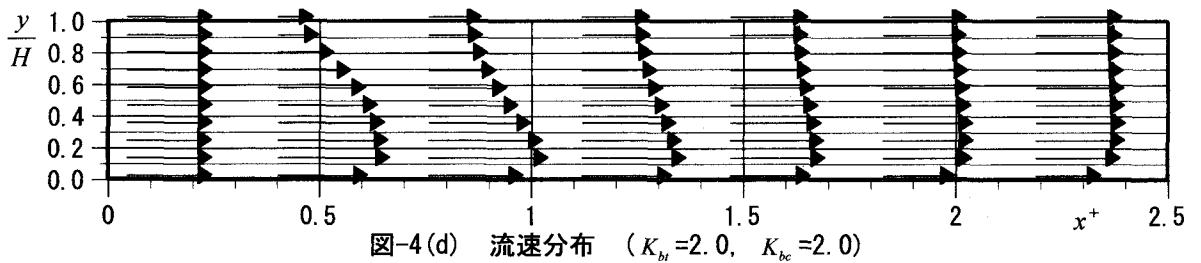
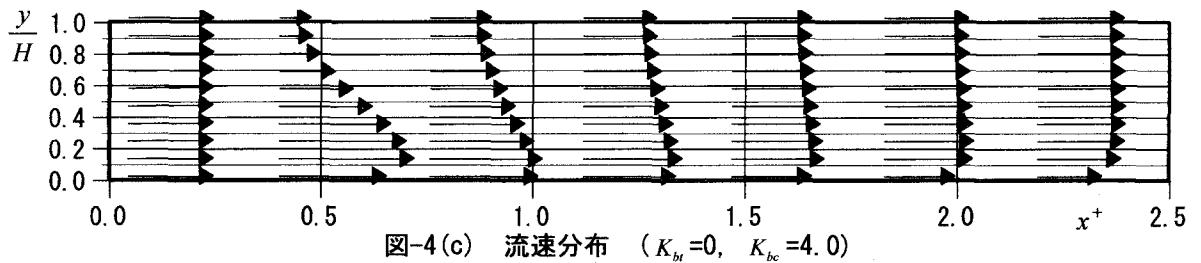
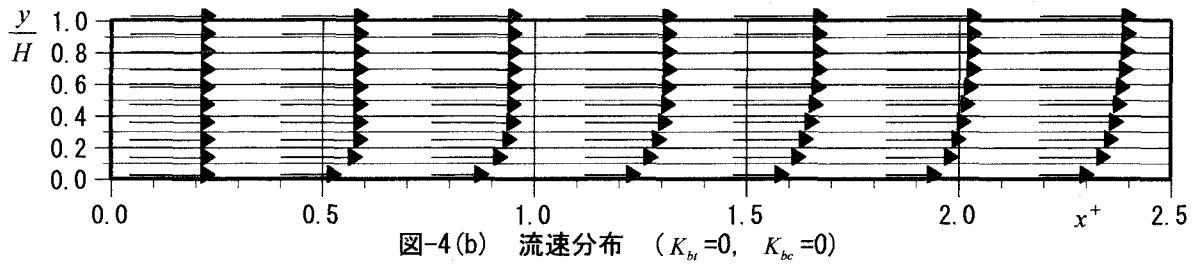
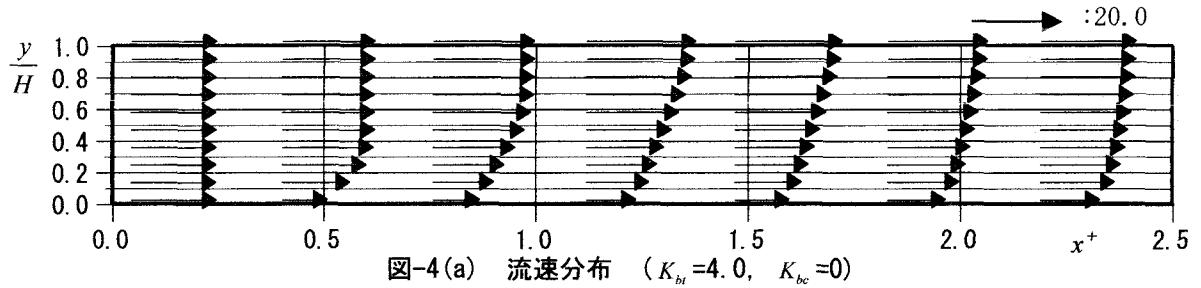
(1) 基礎方程式

この場合の基礎式を(8)式で表す。また式中の各量は表-1に記されている。

$$\frac{\partial(U\phi)}{\partial x} + \frac{\partial(V\phi)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\Gamma_\phi \partial \phi}{\rho \partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\Gamma_\phi \partial \phi}{\rho \partial y} \right) + S_\phi \quad (8)$$

ここに、表-1中の(9)、(14)、(15)式は流体、粒子および熱エネルギーの保存則、(10)、(11)式は x, y 方向の運動方程式、(12)、(13)式は乱れエネルギーおよびエネルギー散逸率の輸送方程式である。

乱れのモデルとしては $k-\varepsilon$ モデルを用いた。なおこの $k-\varepsilon$ 方程式中のパラメータの値については、



ていないようである。ここでは、この種の現象解析にこれまでに取り入れられている方法^{3,5)}にしたがって、 k , ε 2つの方程式式中には密度効果の項を取り入れずに、密度流効果は鉛直方向運動方程式の(11)式のみで考慮する方法を用いた。

数値計算には、カールスルーエ大学から公開されているコード⁹⁾をこの計算用に変更して用いた。計算のためのアルゴリズムはスタッカード格子を用い SIMPLE法に基づいている。分割数は水深、流下方向とも30~40とした。この方程式の有効性は前報⁸⁾で実験値と比較することにより、一応確認している。また乱流プラントル数について多くの議論のあるところであるが、ここでは1の値を用いた¹⁰⁾。またエネルギー方程式では底部の温度を一定とした。なお、数値計算は摩擦速度 U_* 、水深 H で無次元化して行った。このときの無次元パラメータは K_{bc} (5)式と次式で定義される K_{bt} , \bar{W}_0 である。

$$K_{bt} = (\Delta\rho_{bt}/\rho_0 \theta_0 g H)/U_0^2, \quad \bar{W}_0 = W_0/U_* \quad (16)$$

ここに、 K_{bt} は温度基準の密度流パラメータで、 θ_0 は基準温度差である。

(2) 計算結果と考察

(a) 流速分布

図-4に池内の流速分布を示す。図-4(a)は流入水の水温が池内水より高く浮力により流入水が上方に持ち上げられるようにして、流下する様子を表している。図-4(b)は濁度、温度とも密度差を生じていない場合で、流れの状況は流入流速と底面摩擦による境界層の発達として形成される。図-4(c)は流入水の濁度が濃く、濁度密度流の典型的な例である。実際の場合にはいわゆるこの底部の加速により沈積した粒子の再浮上の可能性も生じてくる。図-4(d)は流入水と粒子懸濁による密度がいずれも同じ方向に同程度作用する場合で、図-4(c)と比べて粒子沈降終了後も流入水による加速流が残っている。また図-4(a)の場合には安定な密度勾配に加えて、水面の抵抗が無視できるため、水面近傍の流速が速くな

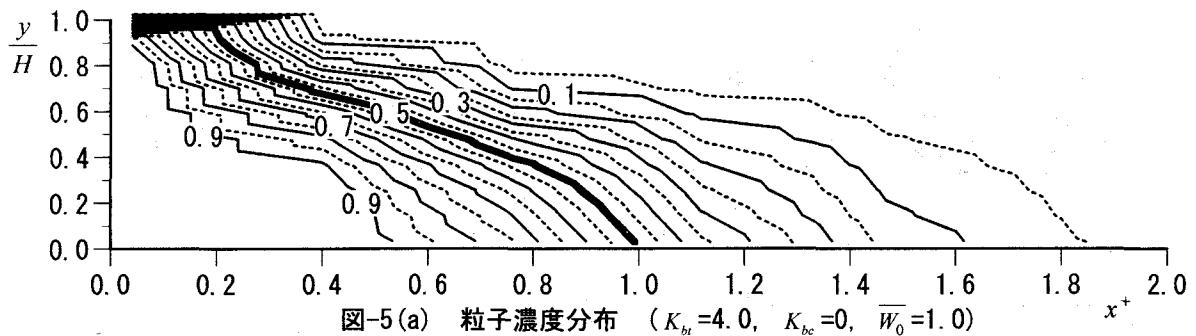


図-5(a) 粒子濃度分布 ($K_{bt}=4.0, K_{bc}=0, \bar{W}_0=1.0$)

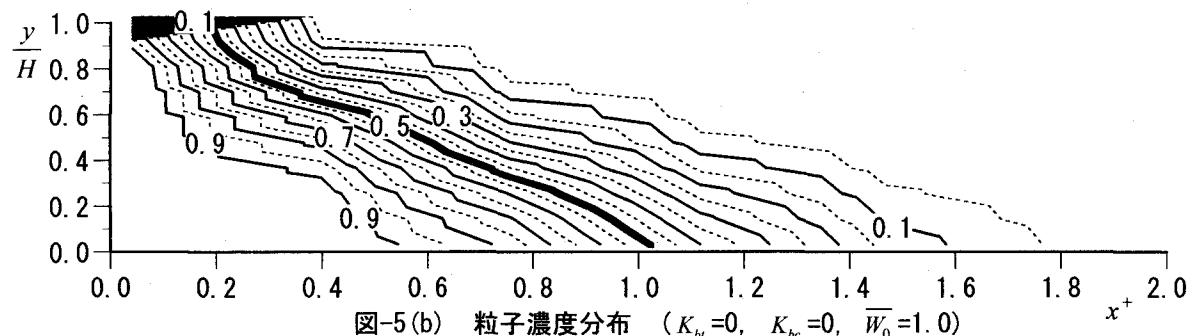


図-5(b) 粒子濃度分布 ($K_{bt}=0, K_{bc}=0, \bar{W}_0=1.0$)

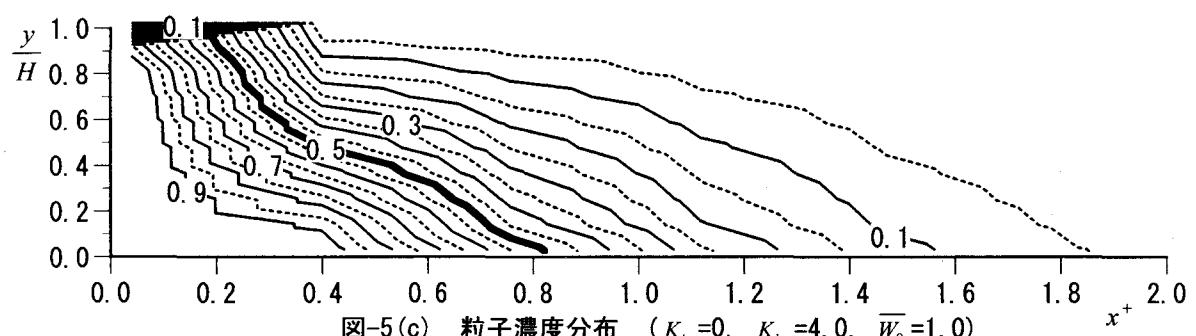


図-5(c) 粒子濃度分布 ($K_{bt}=0, K_{bc}=4.0, \bar{W}_0=1.0$)

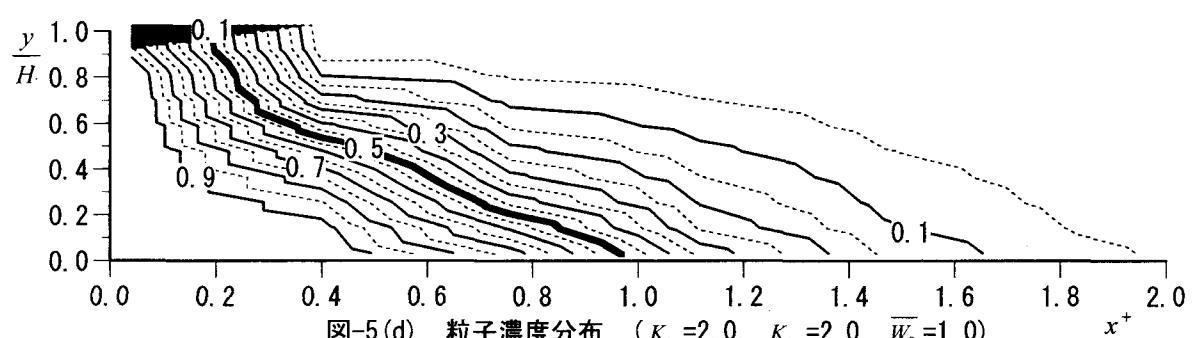


図-5(d) 粒子濃度分布 ($K_{bt}=2.0, K_{bc}=2.0, \bar{W}_0=1.0$)

り、いわゆるlog-linear law的な流速分布が現れている。

(b)粒子濃度分布

このような現象の解析にあたっては、種々の条件における粒子濃度分布を知ることが、最も基本的な事項である。図-4(a)～4(d)の速度分布に対応する濁度分布が図-5(a)～5(d)に示されている。これらの図において、例えば相対濃度が0.5の等価線を比較することにより現象の特徴の理解が容易となる。

図-5(a)の場合には粒子群は流入水が正の浮力を受けるため、初期段階で沈降が遅れている。一方、図-5(c)の場合にはまず高密度(濃度)による沈下が起こり、その結果、沈殿池底部での懸濁部が加速され流下している様子がわかる。

次に、相対濃度が例えば0.1の状態を比べると、図-5(a)の場合と図-5(c)の場合とに大きな差は認められない。これは発達した密度流による乱流拡散により沈降が妨げられているからであると推定される。図-5(a)～5(d)はいずれも $\bar{W}_0=1.0$ の場合を示したが、

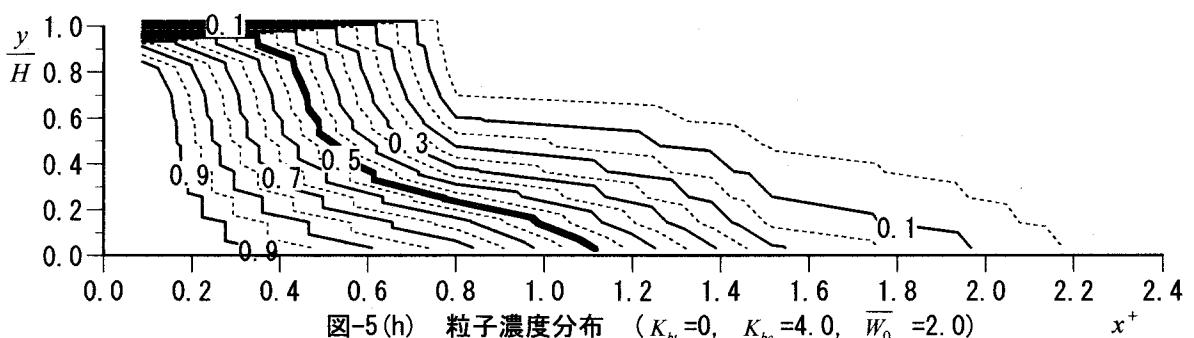
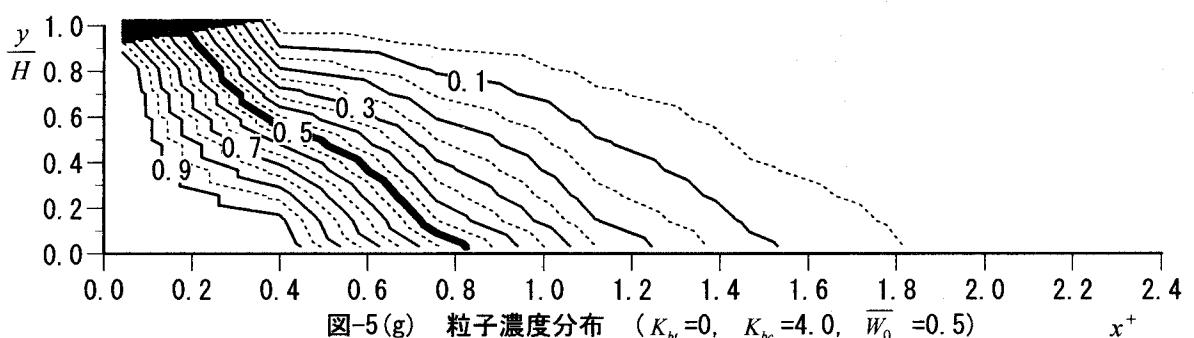
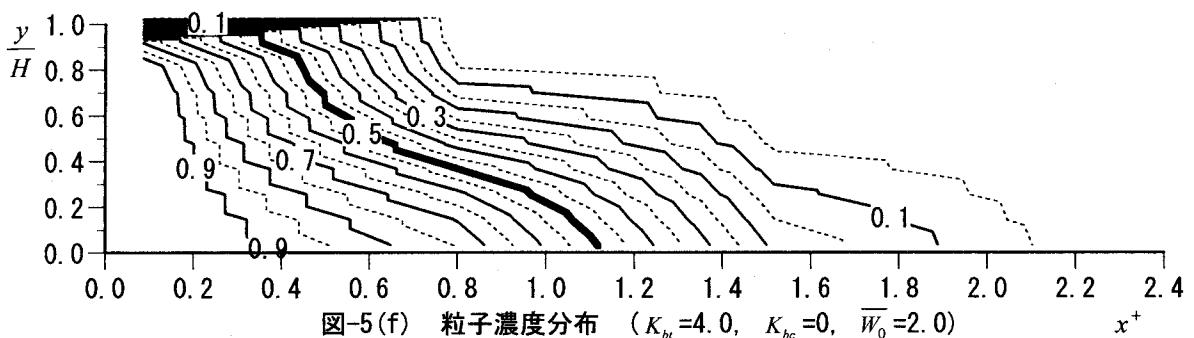
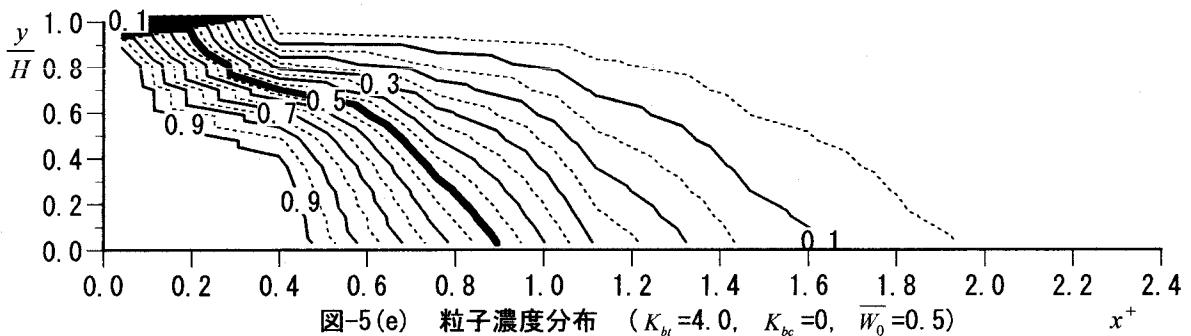


図-5(e)～5(h)には濃度分布と他の沈降速度との関連を示す。図-5(e)、5(f)は流入水温が池内水より高い場合の計算例である。これらの図によると、相対的沈降速度が大きい方が必ずしも早く沈降が終了するとは限らず、相対的流下距離が大きくなると \bar{W}_0 の大きい方が沈降が遅れている。これは沈降速度が速く、流下距離の短い方が、主として密度流の発生段階のみの影響を受け、密度流発生に伴う乱流拡散に加えて水平方向移流の影響を強く受けるためと考えられる。

したがって相対的に沈降速度が遅い方が絶対的な流下距離が長くなり、最終的には水平方向に輸送される距離が相対的に少なくなっている。図-5(g)、5(h)に示した濁度による密度流の場合にも同様のこととが観察される。なお、密度勾配が渦動粘性に及ぼす減衰効果について多くの検討がなされているが、本論文の対象からはずれるので、ここでは考察を進めない。図6に $x^+=0.402, 1.12, 1.47$ における乱流拡散係数の水深方向の分布を示す。これらの図によると、密度流による乱れが、池内の濃度分布に大き

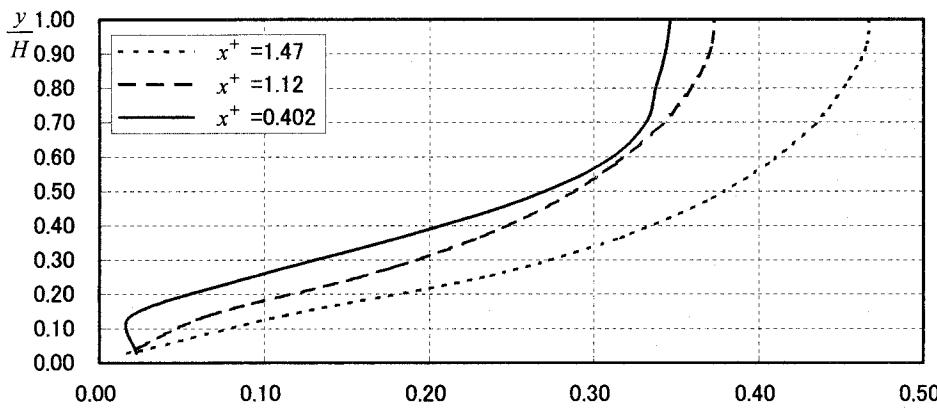


図-6(a) 湧動粘性係数 ($K_{bt}=4.0$, $K_{bc}=0$)

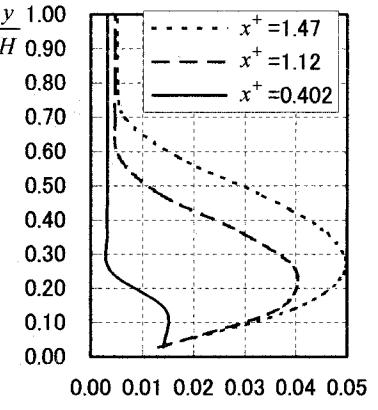


図-6(b) 湧動粘性係数 ($K_{bt}=0$, $K_{bc}=0$)

な影響を及ぼすことがわかる。

4. あとがき

横流式沈殿池における密度流現象について考察した。まず粘性を無視した完全流体として取り扱いにより、界面の沈降、密度流速の発達の概略を調べた後、 $k-\varepsilon$ モデルにより、流下に伴う密度流現象について考察した。そして以下の点を明らかにした。

(1) 流入水が池内水より軽い場合には、流入濁水は上向きの浮力を受けながら流下するが、流下が進むにつれて発達する密度流は乱流拡散を促進し流下が進んだ段階での低濃度域の除去率を低下させる。

(2) 流入水が池内水より重い場合には、流入水は流入口近傍で沈下し地底部が加速されて流下する。この密度流による加速は鉛直方向の粒子拡散を促進し、沈殿池高部に生ずる低濃度域の清澄化を妨げる。

(3) 沈降速度が大きい粒子の方が、池内の滞留時間が短く、発達過程にある密度流の影響を相対的に強く受ける。

沈殿池内の流れに及ぼす要因はここで検討した密度流に加えて、側壁や流出堰の形状など多くの事項がある。また温度に関する密度流に関しては、沈殿池周辺壁との伝熱などを考慮して、現象を詳細に把握し、非定常問題として取り扱う必要も考えられる。今後はこのような事項について検討を進めたい。

参考文献

- 1) 粟谷陽一、楠田哲也：く形沈殿池における密度流と死水、土木学会論文報告集、第168号、pp. 25-36, 1969
- 2) Schamber,D.A. and Larock,B.E.: Numerical analysis of Flow in sedimentation basins, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol.107,No.HY5, pp.575-591,1981
- 3) DeVantier, B.A. and Larock, B.E. :Modeling Sediment-induced dencity currents in sedimentation basins, Journal of Hydraulics Engineering, ASCE, Vol.113, No.1, pp80-94,1987
- 4) Lyn, D.A., Stmou, A.I. and Rodi, W.: Density currents and shear-induced floc-culation in sedimentation tanks, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.118, No.6, pp.849-867,1992
- 5) Zhou, Z. and McCorquodale, A.: Modeling of rectangular settling tanks, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.118, No.10, pp.1391-1405, 1992
- 6) Krebs,P., Vischer, V. and Gujer, W. : Inlet-structure design for final clarifiers, Journal of Environmental Engineering, Vol.121, No.8, pp.558-564,1995
- 7) Lakehal,D., Krebs, P., Krijgsman, J. and Rodi,W.: Computing shear flow and sludge blanket in secondary clarifiers, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.125, No.3, pp.253-262,1999
- 8) 藤崎一裕、田中孝：横流式沈殿池における濁度密度流、水工学論文集、第42巻、pp. 547-552, 1998
- 9) 荒川忠一：数値流体力学、p. 108-, 東京大学出版会、1994
- 10) 保原充、大宮司久明（編） 数値流体力学、p. 265-, 東京大学出版会

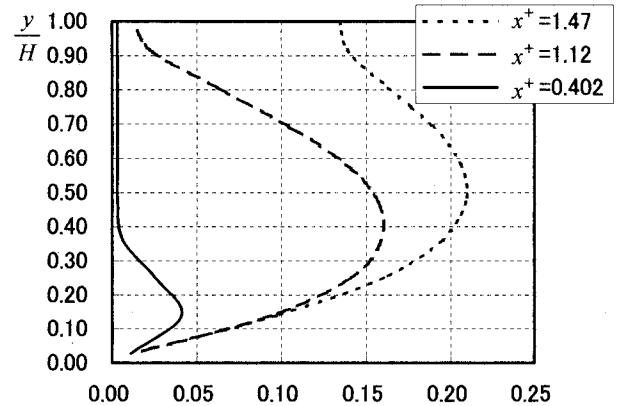


図-6(c) 湧動粘性係数 ($K_{bt}=0$, $K_{bc}=4.0$)