

河床に固定物があるときの河床変動の計算

NUMERICAL CALCULATION OF BED VARIATION OVER NON-ERODIBLE LAYERS

旭 一岳¹・清水康行²

Kazutake ASAHİ and Yasuyuki SHIMIZU

¹ 学生員 北海道大学工学部土木工学科 (〒060 札幌市北区北13条西8丁目)

² 正会員 工博 北海道大学大学院工学研究科助教授 (〒060 札幌市北区北13条西8丁目)

Recently, various tools have been developed to predict flow and bed variation in alluvial rivers. The basic theory of these tools are based on the erodible bed condition in which the sediment transport rate can be calculated by the local equilibrium bed shear stress. However, non-erodible layers are often seen in the rivers as natural bed rocks or artificial structures. Models to calculate the bed variation including non-erodible layers are not established and it required from the engineering purposes. In this paper, methods to predict sediment transport rate and bed variation over non-erodible layers are studied. Several methods are tested in uniform grain size bed condition and mixture grain size condition in the Ishikari River. It is found that a method proposed by Struiksma(1999), in which sediment transport rate is adjusted depends on the bed condition, can be powerful for the calculation including non-erodible layers.

Key words: numerical models, sediment transport, non-erodible layer.

1. はじめに

現在, 数値計算法の発達により流れや流砂および河床変動の計算モデルは, 確立されてきており, 河川計画などにおいて将来の河床形状を予測する必要がある場合などにおいて, 数値計算モデルは有力な手段となっている。河床変動計算モデルは流れの計算と流砂・河床変動の計算を組み合わせで行うが, 流れの計算で扱う空間的な次元により1次元から3次元まで様々なモデルが提案されている。この中で1次元河床変動計算モデルは比較的短い計算時間で長期間の計算が可能ことから, 河川の長期間に及ぶ縦断形状の変化の予測¹⁾や, ダム貯水池の堆砂形状の予測²⁾などに頻繁に用いられている。しかしながら, 実河川の河床変動計算を行う場合河床に洗掘防止のための床止め工などの構造物が設置されている場合や, 河床に岩盤が露出しているような場合, この部分は固定物として扱う必要がある。これらの固定物を含むその上下流の河床変動計算法は, 未だ確立されておらず, 実際の計算上で問題となる場合も少なくない。そこで, 本研究では河床に存在する固定物が, 河床変動におよぼす影響を考慮した数値計算モデルの開発を目指すこととする。

本文では, はじめに Struiksma³⁾ による固定物の影響を受ける場合の均一粒径・掃流砂量の算定法および河床変動の計算法を紹介し, この有効性を検討する。さらに, 実河川での計算手法を検討するために, 狭窄部・露

岩区間を含む石狩川において掃流砂・浮遊砂を含む混合粒径による河床変動計算を行う。検討は Struiksma³⁾ によつて提案された方法を含む数種類の方法で行い, 考察を行うこととする。

2. 均一粒径・掃流砂による1次元河床変動計算の基礎式

河床変動の速度は, 流れの変化速度に対して非常に遅いため, 河川流を準定常流として扱うのが一般的であり, 本研究でも1次元流れを以下に示す定常流の連続式および運動方程式を用いる。

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial z_b}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha Q^2}{2gA^2} \right) + i_e = 0 \quad (2)$$

ここに, Q は流量, A は流積, z_b は河床高, h は水深, α はエネルギー補正係数, i_e はエネルギー勾配, x は流下方向距離である。 i_e は, マニング式を用いて以下のように表される。

$$i_e = \frac{n^2 Q^2}{b^2 h^{10/3}} \quad (3)$$

ただし, n はマニングの粗度係数である。

河床に固定物が無い(固定物の影響を受けない)ときの流砂量式を, Mayer-Peter・Müller の式で表す。

$$q_b = \beta (\tau_* - \tau_{*c})^{1.5} \sqrt{sgd^3} \quad (4)$$

ここに、 q_b は単位幅掃流砂量、 β は係数 (Mayer-Peter・

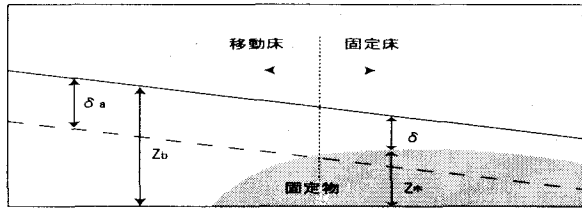


図 1: 流砂補正係数のための変数の定義図

Müller の式では $\beta = 8$), τ_* は無次元掃流力, τ_{*c} は無次元限界掃流力, s は河床砂の水中比重, g は重力加速度, d は砂粒子の粒径である。 τ_* および τ_{*c} は次式より求められる。

$$\tau_* = \frac{hi_e}{sd} \quad (5)$$

$$\tau_{*c} = \frac{u_{*c}^2}{sgd} \quad (6)$$

ここで、 u_{*c} は限界摩擦速度であり、岩垣の式で求める。

(4) 式を基にして、河床変動が河床下の固定物の影響を受けるときの流砂量を次式のように補正係数を設けることで定義する。

$$q'_b = \phi q_b \quad (7)$$

ここで、 q'_b は固定物の影響を受けるときの流砂量であり、Struiksmas³⁾ は、固定物上での流砂量が、移動床上の流砂量よりも少なくなることに着目し、 ϕ が、0 から 1 の間の値とるように次式のように仮定している。

$$\phi = \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{\delta}{\delta_a}\right); \quad \delta \leq \delta_a \quad (8)$$

$$\phi = 1; \quad \delta > \delta_a \quad (9)$$

ここで、 δ は河床面から固定物までの距離、 δ_a は掃流砂が河床下の固定物の影響を受けなくなる限界の厚さ、即ち、 δ が δ_a より大きい場合には $q'_b = q_b$ となるような厚さである。この厚さは正確に算定できないため、以下の取り扱いでは Struiksmas³⁾ と同様に δ_a は水深の 10% と仮定した。図-1 は δ および δ_a の定義を図示したものである。図中の z_b は河床高を、また、 z_* は固定物の高さを表している。

河床高の時間的变化は、流砂連続式により計算する。

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)B} \frac{\partial(q'_b B)}{\partial x} = 0 \quad (10)$$

ただし、 t は時間、 λ は河床材料の空隙率、 B は河幅である。

3. 安定条件

上記の諸式を差分計算する場合の計算の安定条件を黒木ら⁴⁾ と同様に Courant-Frienchs-Lewy 条件を用いて調べる。この場合数値計算上の差分幅 Δt および Δx は次式の関係式を満足するように選定しなければならない。

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \leq \left(\frac{dt}{dx}\right)_z \quad (11)$$

ここで、 $(dx/dt)_z$ は河床変動の伝播速度であり、(2) 式と (10) 式および、以下の h と z_b について全微分の式を用いて特性曲線法より求められる。

$$dh = \frac{\partial h}{\partial x} dx + \frac{\partial h}{\partial t} dt \quad (12)$$

$$dz_b = \frac{\partial z_b}{\partial x} dx + \frac{\partial z_b}{\partial t} dt \quad (13)$$

この結果、河床変動の伝播速度は次式となる。

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_z = -\frac{1}{(1-\lambda)(1-F_r^2)} \left(\phi \frac{\partial q_b}{\partial h} - \frac{q_b}{\delta_a} \frac{d\phi}{d(\delta/\delta_a)} \frac{\delta}{\delta_a} \frac{d\delta_a}{dh} \right) + \frac{1}{1-\lambda} \frac{q_b}{\delta_a} \frac{d\phi}{d(\delta/\delta_a)} \quad (14)$$

なお、上記の式は固定物の存在を考慮した場合の伝播速度であり、固定物がない場合は、(10) 式の q'_b の替わりに q_b を用いることにより、次式となる。

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_z = -\frac{1}{(1-\lambda)(1-F_r^2)} \left(\frac{\partial q_b}{\partial h} \right) \quad (15)$$

(14) 式と (15) 式を比較すると、明らかに (14) 式の方が大きな値となり、また (14) 式は δ が小さいほど大きな値をとる。即ち、河床変動の伝播速度は、固定物の影響を受けないときのそれよりも速くなり、極端な場合として固定物が河床上に露出している場合には伝播速度は無限大となる。したがって、この安定条件を満たすためには、構造物の影響を受ける場合には計算上の時間刻み Δt を十分に小さくとる必要があり、固定物が露出するような場合には理論的には計算不能となるため、仮想的に薄い移動層を設けるなどの工夫が必要となることを示している。

また、流れが常流なので、数値計算は、空間に関しては後進差分、時間に関しては前進差分を用いて計算を行なっている。

4. 掃流砂・均一粒径による計算例

上記の方法により、固定物の影響を考慮しながら (7) 式で掃流砂量を補正しながら (14) 式の安定条件を満たすように計算を行うことにより、固定物を含む場合の河床変動計算が可能となる (以下、これを [方法-I] と呼

計算結果：—— 実験データ：○ 固定物の形状：——

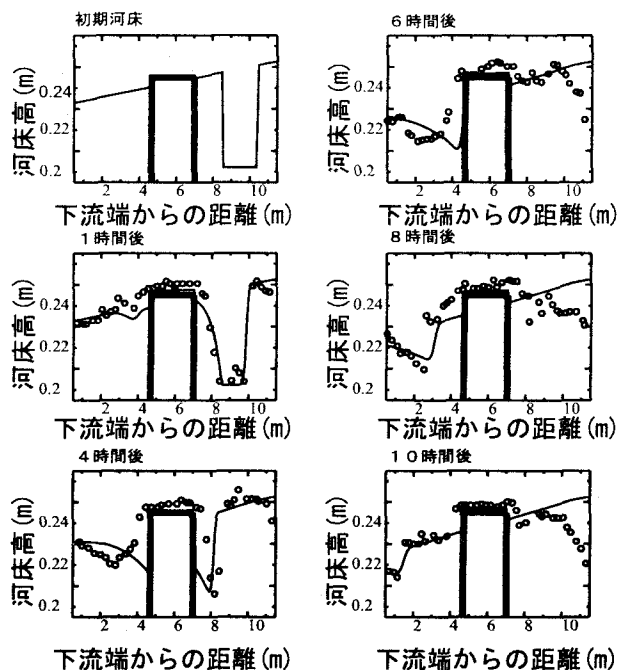


図 2: 河床変動計算結果と実験結果の比較 [方法-I]

ぶ). これに対して, (7) 式による流砂量の補正および, これを用いた (10) 式を使わずに, 通常の流砂連続式

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)B} \frac{\partial (q_b B)}{\partial x} = 0 \quad (16)$$

を用いて, 固定物が河床上に現れた場合には, (16) 式の $\partial z_b / \partial t$ がゼロとなるように q_b を定めるというオーソドックスな方法 (以下 [方法-II] と呼ぶ) も考えられる. そこで, ここではこれら 2 つの方法を Struiksma³⁾ による水路実験の結果と比較することとする. 実験は, 延長 11.5m, 幅 0.2m, 勾配 1/500 の直線水路に粒径 0.5mm の均一砂を用いて行われている. 移動床水路の中央部に縦断方向延長 2.5m の固定部を設け, 固定部の上流部に長さ 2m, 深さ 4cm のトレンチを設けた状態を初期状態とし, $Q = 9.2 \text{ l/s}$ の一定流量が通水され, 実験中には固定部上流のトレンチが固定部を乗り越えて固定部の下流へ移動する様子が計測されている.

図-2 および図-3 はそれぞれ上記の [方法-I] および [方法-II] による計算結果と実験結果の河床変動量の比較である. ここで, 図-2 の [方法-I] による計算においては前述のように固定物が露出した場合には計算不能となるため, 仮想的に固定物の上に厚さ 1mm の移動層を設けて計算を行った. また, 計算に用いた Δx は両者ともに 10cm とし, Δt はそれぞれ計算のタイムステップ毎にすべての計算点で [方法-I] では (14) 式を, [方法-II] では (15) 式を満たすようにしながら計算を行った.

計算結果：—— 実験データ：○ 固定物の形状：——

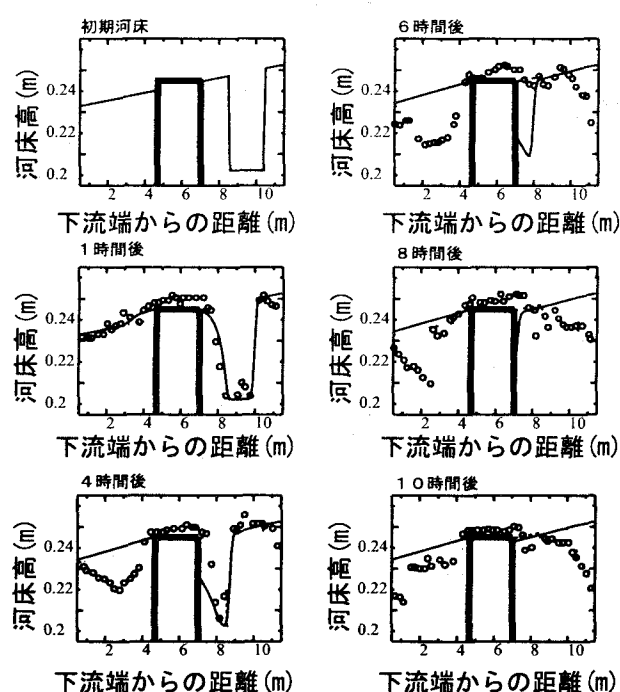


図 3: 河床変動計算結果と実験結果の比較 [方法-II]

両者ともに固定物上流のトレンチの形状変化は良好に再現されているが, この影響が固定物を通過して固定物の下流に移動して行く様子は, [方法-I] の場合のみ良好に再現されている. これは, 固定物の影響を含む河床変動を正しく計算するためには, 単に連続式を満足するように便宜的に流砂量を設定するだけでは不十分であり, 固定物を通過する河床変動の伝播特性を正しく表現するような計算方法が必要であることを示唆するものである.

5. 実河川の河床変動計算への応用例

石狩川は流路延長約 268km の 1 級河川であるが, 河口から約 130km ~ 150km の区間は神居古澤と呼ばれる山間狭窄区間となっており, 河床および河岸は岩盤が露出した固定床となっている. 清水¹⁾ は石狩川の縦断分布の形成要因を検討するために 1 次元河床変動計算モデルを用いて長期間の河床変動計算を実施しているが, この, 狭窄固定床区間を含む計算は行っておらず, 計算は河口から 130km までの部分のみとなっている. このような狭窄部あるいは露岩部は実河川において頻繁に見られる河道特性であり, このような区間を含む計算モデルの確立は河川工学上重要である. そこで, ここでは前記の手法を狭窄固定床部分を含む石狩川に適用可能かどうかを検討する.

図-4 は石狩川の過去の横断測量データより読み取った

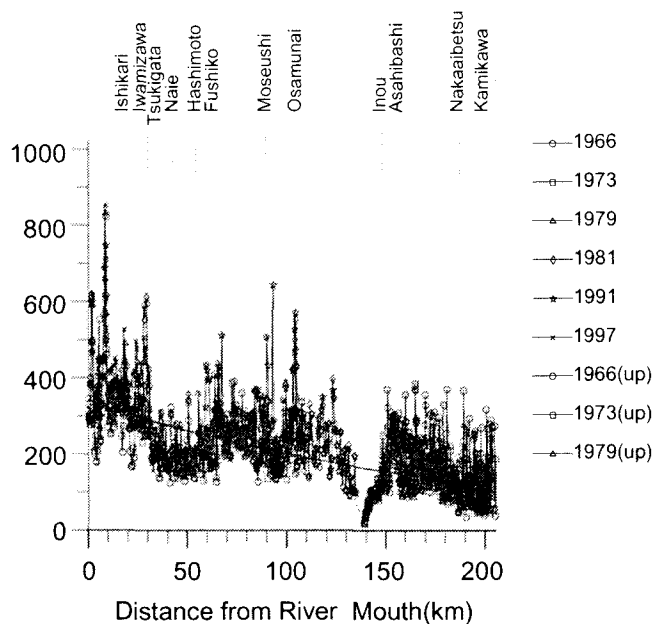


図 4: 石狩川の低水路幅縦断面図

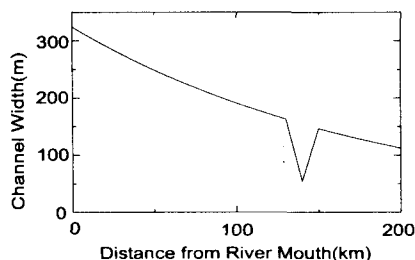


図 5: 計算に使用した河幅 (130~150km が狭窄部)

低水路幅の縦断面図である。図によれば河口から約 140km 付近が狭窄部となっており、この部分が神居古澤の狭窄部である。図中の実線は次式による近似式で、狭窄部ではこの近似式より大幅に狭くなっているが、この部分を除いてはこの近似式でこの低水路幅の分布を表現可能である。

$$B = 324.2 \exp(-0.0053K_p) \quad (17)$$

ただし、 B は低水路幅 (単位:m) で K_p は河口から上流に向かった距離 (単位:km) である。なお、図-5 は後に行う石狩川の河床変動計算に用いる低水路幅であり、(17) 式に狭窄区間で河幅が急変する特性を付加したものである。

図-6 は石狩川の過去の測量データに基づく低水路平均河床高の縦断面図である。この図のスケールでは異なる年代のデータもほぼ同一線上にプロットされ、判別は難しいが、過去 20 年間での大きな河床変動は見られない。図中にはデータと重なってしまっているのが判別しづらいが、次式で表される平均河床高の近似式を併記

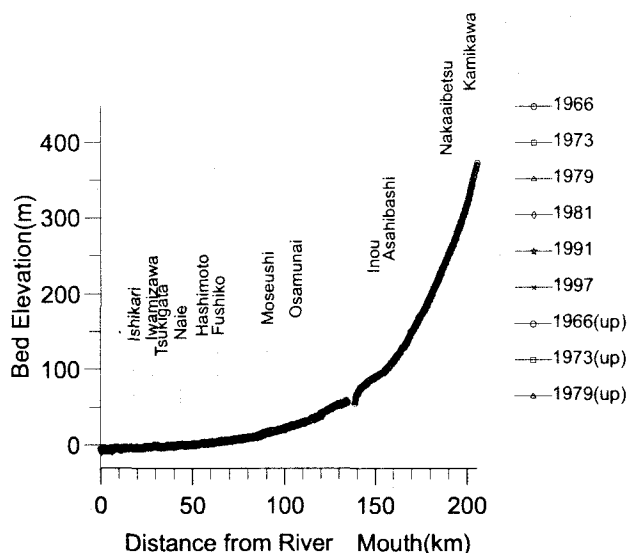


図 6: 石狩川の平均河床高縦断面図

してある。また、河口から 140km 付近の狭窄部では次式による近似では、誤差が大きいため河床形状に合わせて補正を加えている。

$$Z_b = 2.49 \exp(0.0245K_p) - 7 \quad (18)$$

ただし、 Z_b は平均河床高 (単位:m) である。

図-7 は過去の河床材料調査による d_{10} 、 d_{50} および d_{90} の縦断面図である。これも、狭窄部を除いては以下の近似式で近似可能である。

$$d_{10} = 0.17 \exp(0.014K_p) \quad (19)$$

$$d_{50} = 0.39 \exp(0.027K_p) \quad (20)$$

$$d_{90} = 1.45 \exp(0.026K_p) \quad (21)$$

ただし、 d_{10} 、 d_{50} および d_{90} はそれぞれ 10%、50% および 90% 粒径である。

本例のように河川の長い区間を扱う河床変動計算の場合には、河床材料の粒度分布や流砂形態 (掃流・浮遊) も縦断的に大きく異なるため、混合粒径による扱いや浮遊砂の考慮が不可欠であることは明らかである。

また、計算は流れを常流としてあつかえる条件下で行なっている。

5.1 固定部を考慮しない計算

図-8 は 130km から 150km 部分が固定床であることを全く考慮せずに、単純に河幅のみが図-5 のように狭窄区間となっているとした条件で行った河床変動計算の結果 (初期河床からの変動量) である。計算方法や計算条件は清水¹⁾によるものと同じであり、計算期間も清水¹⁾と同様に過去 20 年間 (1976 年～1995 年) の日流量を

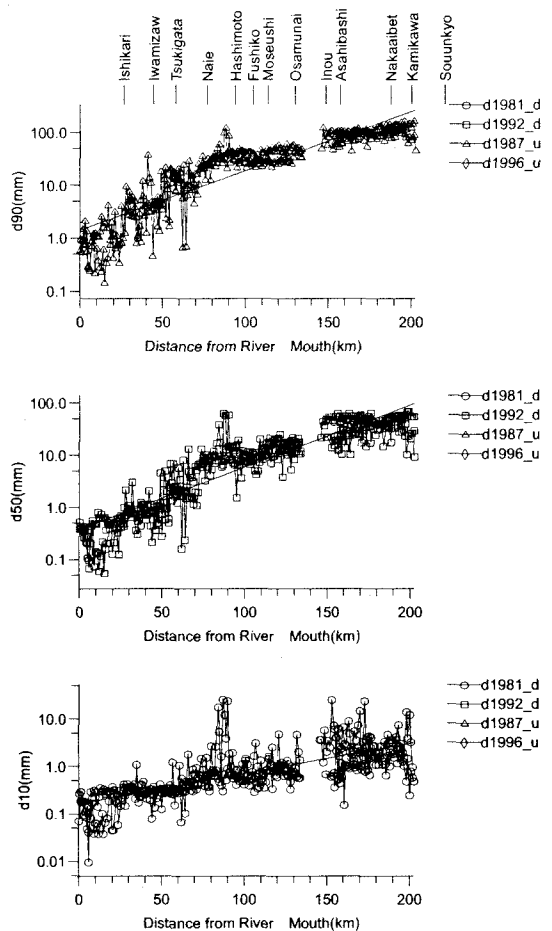


図 7: 石狩川の河床材料粒径 d_{10} , d_{50} , d_{90} 縦断面図

用いたものである。また、河床高の初期条件はそれぞれ (18) 式で、河床材料の粒度分布の初期条件は (19)~(21) 式に示した d_{10} , d_{50} および d_{90} の値から対数正規分布を仮定することにより任意の地点の任意の粒径に対する粒度構成比を与えた。粒度分布は粒径が 0.074mm から 100mm までの間で 10 のクラスに分割して行った。

当然ではあるが、図-8 の結果は狭窄区間が固定床であることは考慮されていないため、固定部区間の河床が低下するという実現象ではありえない計算結果となり、合理的な結果とは言えない。図-9 は計算結果に基づく年平均流砂量 Q_t ($\text{m}^3/\text{年}$) の縦断分布である。灰色の部分が浮遊砂で黒色の部分が掃流砂である。140km 付近の狭窄部で掃流砂が異常に多く計算されていることがわかる。

5.2 固定部で河床材料を大きくした場合の計算

混合粒径での計算を行う場合には、固定床部分を敢えて固定床とする条件を設定しなくても、この部分の河床材料の粒度分布を、想定される流れでは絶対に移動（浮上）しないような大きな粒度のみの構成とすることにより結果的に固定床の条件を与えているのと同じになると考えられる。そこで、河口から 130km~150km の区

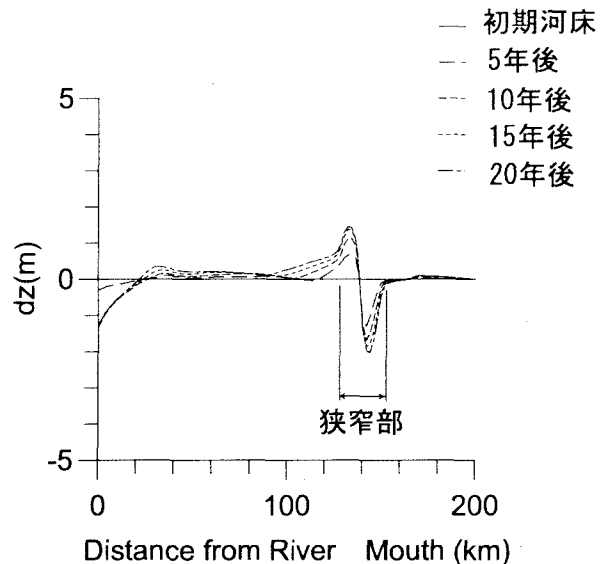


図 8: 石狩川の河床変動計算結果（固定部を考慮せずに行った計算）

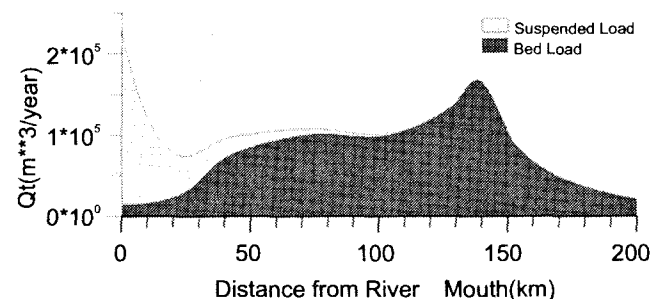


図 9: 石狩川の年平均総流砂量計算結果縦断面図（固定部を考慮せずに行った計算）

間では河床材料の初期粒度分布を極端に大きな粒径のみとして計算を試みる。具体的にはこの区間の粒度分布を計算上で扱う最大粒度クラスの 100mm のみとし、それ以下の粒度構成比率をゼロとして計算を行う。この条件で行った計算結果を図-10 および図-11 に示す。いずれも、図-8 , 9 に比べ、狭窄区間の入り口における一方的な河床低下傾向は改善されているが、河床材料の急変に起因すると思われる微小な振幅や、狭窄部の出口付近で見られる不自然な堆積は依然として残っており、この場合も固定区間での実現象をうまく再現できているとはいえない。

5.3 固定部を考慮した計算

最後に全章と同様に固定床部分に仮想的に薄い移動層を設け、流砂量は (7) 式のように移動層の厚さによって補正しながら計算を行う方法を試みる。ここでの流砂量は掃流砂に対しては粒径別の芦田・道上の式⁵⁾を、浮遊砂については粒径別の板倉・岸の式⁶⁾を用いているため、それぞれ粒径別無次元掃流力によって計算され

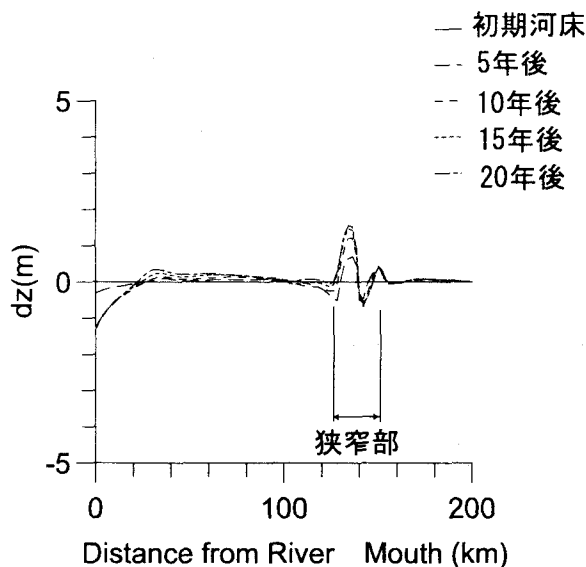


図 10: 石狩川の河床変動計算結果 (固定部の粒径を大きくして計算した場合)

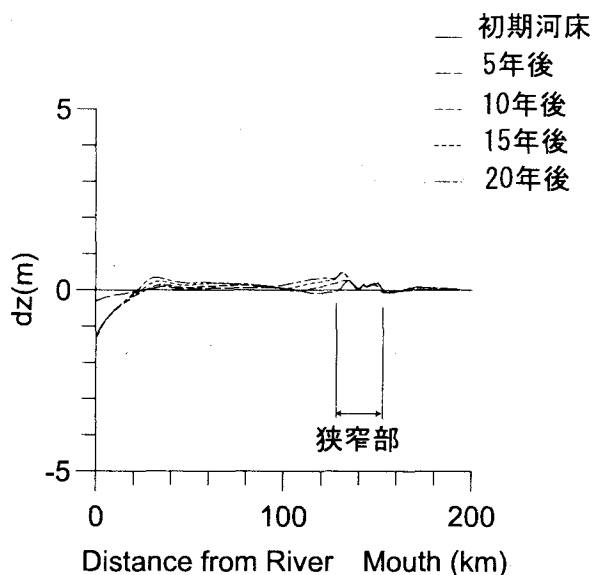


図 12: 石狩川の河床変動計算結果 (固定部の存在を考慮した計算)

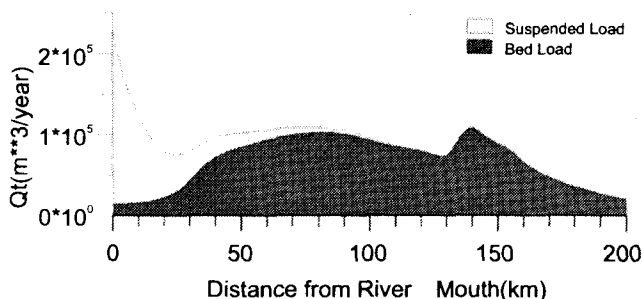


図 11: 石狩川の年平均総流砂量計算結果縦断面図 (固定部の粒径を大きくして計算した場合)

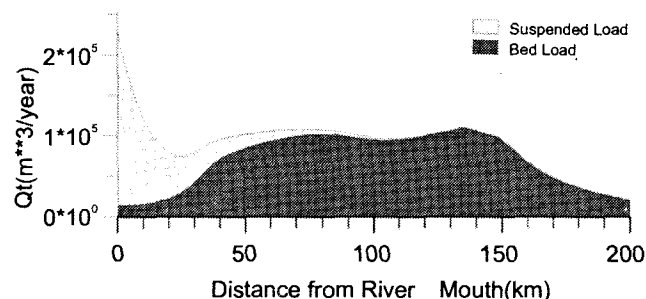


図 13: 石狩川の年平均総流砂量計算結果縦断面図 (固定部の存在を考慮した計算)

る掃流砂量および浮遊砂量に対して (7) 式で示した補正を加え、河床変動計算に用いることとした。なお、固定部に設けた仮想の移動層の厚さは 1cm とした。この結果を図-12 および図-13 に示す。河床変動および流砂量の縦断面分布ともにスムーズな計算結果となっており、固定部区間でも流砂量をうまく通過させていることが分かる。

おわりに

本研究では、河床の 1 部に固定部が存在する場合の 1 次元河床変動計算モデルの検討を行った。計算は均一粒径・掃流砂による実験水路および混合粒径・浮遊、掃流砂による実河川 (石狩川) で行った。その結果、固定床を含む計算方法として、Struiksmas³⁾ によって提案されている方法は、実験結果との照合では優れているが、実河川への適用の際には、用いた補正係数やパラメータには検討の余地があることが確認された。今後、実河川での混合粒径や常射流の遷移の影響を含めた、より柔軟な計算法の確立を課題としたい。

参考文献

- 1) 清水康行: 沖積河川の縦断面形と河床材料分布形の形成について, 土木学会論文集, No.521/II-32, pp.69-78, 1995.8.
- 2) 坊野聡子, 清水康行, 黒木幹男, 藤田睦博, 吉田義一: ダムを含む河川の流砂と河床変動に関する研究, 土木学会論文集, No.656/II-52, pp.61-72, 2000.8.
- 3) Struiksmas, N.: Mathematical modelling of bedload transport over non-erodible layers, *River, Coastal and Estuarine Morphodynamics*, pp.89-98, 1999.9.
- 4) 黒木幹男, 岸力, 清水康行: 河床変動の数値計算法に関する研究, 第 17 回自然災害総合シンポジウム論文集, 1980.
- 5) 芦田和男, 道上正規: 移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第 206 号, pp.59-69, 1972.
- 6) Itakura, T. and Kishi, T.: Open channel flow with suspended sediments. *Proc. of ASCE, HY8*, pp.1325-1343, 1980.

(2000. 10. 2受付)