

混合粒径流砂の動的粗粒化過程の数値解析

SIMULATION OF PAVEMENT FORMATION

IN GRADED SEDIMENT TRANSPORT USING MOVABLE -BED SIMULATOR

原田英治¹・後藤仁志²・酒井哲郎³・羽間義晃⁴

Eiji HARADA, Hitoshi GOTOH, Tetsuo SAKAI and Yoshiteru HAMA

¹学生会員 工修 京都大学大学院博士後期課程 工学研究科土木工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

²正会員 工博 京都大学助教授 工学研究科土木工学専攻 (同上)

³フェロー 工博 京都大学教授 工学研究科土木工学専攻 (同上)

⁴学生会員 京都大学大学院修士課程 工学研究科土木工学専攻 (同上)

Natural river bed is characterized by a sorting of graded sediment, hence the estimation of the transport rate of a graded sediment is a key of the erosion control in a river. Although some amount of studies have been performed on the sorting of graded sediment, the detailed mechanism from a microscopic viewpoint, such as sediment particle diameter scale, remains as an unsolved question. In this paper, the sorting of graded sediment is simulated by the Movable Bed Simulator, which is the numerical code of granular material based on the Distinct Element Method. A mobile armor, or a pavement, with equilibrium condition is reproduced, then the mechanism of the mobile armor development is investigated from several different point of view based on the results of simulation. Finally, the fractional transport rate of graded sediment is calculated and compared with the previous experimental data.

Key Words: *graded sediment, sorting, mobile armor, pavement, fractional transport rate, Distinct Element Method, Movable Bed Simulator*

1. 緒 言

河床は様々な粒径の砂から構成されており, 自然の河床の振舞いを把握する上で, 混合砂の理解が非常に重要となる. 混合砂から成る移動床では, 水流の流速分布の座標原点および粗度の評価, 粒子配列に依存する遮蔽効果の評価など複雑な要因の検討が必要となるが, 従来の多くの研究では簡便性を重視し, 均一砂の知見を粒径階ごとに適用する便宜的方法が用いられてきた.

例えば, 粗度に関しては平均粒径や65%粒径を用い, 流砂量に関しては, 均一砂の流砂量式にEgiazaroff式¹⁾に代表される混合砂の粒径別移動限界式を組み合わせ粒径別流砂量を求めるのが, 一般的な取り扱いである.

Parker²⁾は, 実験・観察により全粒径階の移動状態で表層が粗粒化するpavement (動的粗粒化) の存在を指摘した. pavementについて, 辻本・本橋³⁾は, 粒径別移動量の評価を基礎とした非平衡流砂量式を

用いたモデルにより, Parkerらの観察・実験データの特性を解析的に説明している. また, 鈴木ら^{4, 5)}は, 水路実験に基づきpavementについて考察し, 平衡状態の粗粒化の主たる機構として, 小粒径粒子の他の粒子間隙への潜り込みによる河床表層付近の鉛直分級を検討する必要があるとしている.

本研究では, 動的粗粒化の過程を粒子運動の数値シミュレーションを用いて再現し, その物理機構を考察する. 数値シミュレーションでは, Cundall⁶⁾の個別要素法に基づいた粒状体モデルを用い, 粒径階間干渉を陽に記述する. なお, 同様のシミュレーションはSchmeeckle⁷⁾によっても行われているが, 単に粒子運動のスナップショットを得るに留まらず, 移動床表層と下層の粒子の交換率など鉛直分級過程を定量的かつ具体的にとらえる指標に着目し, 数値移動床が混合砂のメカニズム解明に如何に有効であるかを示すことに特に留意した.

2. シミュレーションの概要

(1) 粒子系のモデル化

砂粒子の運動は、個別要素法に基づきモデル化される。砂粒子 i の並進および回転の運動方程式は、

$$\rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d_k^3 \frac{du_{pi}}{dt} = \mathbf{F}_{pint} + \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_{gr} \quad (1)$$

$$\mathbf{F}_{pint} = \begin{bmatrix} \sum_j \{ -f_n \cos \alpha_{ij} + f_s \sin \alpha_{ij} \} \\ \sum_j \{ -f_n \sin \alpha_{ij} + f_s \cos \alpha_{ij} \} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{F}_D = \frac{1}{2} \rho C_D \sqrt{(U - u_{pi})^2 - (V - v_{pi})^2} A_2 d_k^2 \begin{bmatrix} U - u_{pi} \\ V - v_{pi} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{F}_{gr} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\rho \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) A_3 d_k^3 g \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\frac{\pi d_k^5}{32} \frac{d\omega_{pi}}{dt} = \frac{d_k}{2} \sum_j \{ f_t \}_j \quad (5)$$

$$C_D = C_{D\infty} + \frac{24\nu}{d_k \cdot \sqrt{(U - u_{pi})^2 - (V - v_{pi})^2}} \quad (6)$$

と書ける⁸⁾。ここに、 $\mathbf{u}_{pi}$ ：粒子 i の速度ベクトル（ u_{pi}, v_{pi} ：水平方向および鉛直方向の速度成分）， $\mathbf{F}_{pint}$ ：粒子間相互作用力ベクトル， $\mathbf{F}_D$ ：抗力ベクトル， $\mathbf{F}_{gr}$ ：重力ベクトル， ω_{pi} ：粒子 i の回転速度， f_n, f_s ：砂粒子 i, j 間の法線(n)および接線(s)方向の作用力， α_{ij} ：砂粒子 i, j の接触角， C_M ：付加質量係数($C_M=0.5$)， C_D ：抗力係数($C_{D\infty}=0.4$)， A_2, A_3 ：砂の2次元・3次元形状係数($A_2=\pi/4$ ； $A_3=\pi/6$)， d_k ：粒径階 k の砂粒径， σ ：砂粒子の密度， ρ ：水の密度， g ：重力加速度， ν ：動粘性係数である。

計算時間ステップ毎に、全ての粒子について接触判定が行われ、接触状態にある粒子については、粒子間相互作用力 f_n, f_s を計算する。バネ・ダッシュポット系で表現される個々の砂粒子間の相互作用に必要なモデル定数（砂粒子の接触点における接線・法線方向のバネ定数 k_n, k_s および粘性定数 η_n, η_s 、接触点の接線方向へのせん断抵抗を表現するための摩擦係数 μ ）は、一方向流の作用下における底面せん断力と流砂量の関係が再現できるように設定した⁸⁾。

(2) 流れ系のモデル化

砂粒子に作用する駆動力を適切に評価するために

表-1 粒径階の構成

class i	d_i (mm)	n_i	d_i/d_m	$f_0(d_i)$
1	0.05	200	0.472	0.0750
2	0.10	100	0.943	0.1499
3	0.20	109	1.887	0.6537
4	0.30	9	2.830	0.1214

は、流れ場のモデル化は不可欠である。流れ場のモデル化には、空間的非一様性、乱流特性や粒子混入による流れ場の変化等、流れ場を詳細に記述するため検討を要する事項が少なくない。しかし、ここでは、粒子運動の記述に重点を置き、流れ場に関しては簡便な取り扱いとした⁹⁾。平均流速分布は粗面对数則で与え、対数則の座標原点は表層近傍粒子（最高位置に存在する粒子の中心から河床を構成する最大粒径幅に存在する粒子）の平均中心座標で定義した。粗度係数には表層近傍粒子の平均粒径を用いることとした。乱れ強度は禰津¹⁰⁾による普遍関数表示

$$\frac{\sqrt{u'^2}}{u_*} = 2.30 \exp\left(-\frac{y}{h}\right); \quad \frac{\sqrt{v'^2}}{u_*} = 1.27 \exp\left(-\frac{y}{h}\right) \quad (7)$$

（水深 $h=20.0$ cmと仮定）で与え、Monte Carlo法で乱れの時系列を模擬し、遮蔽係数を導入して粒子配列による遮蔽効果を考慮した⁹⁾。

(3) 計算条件・計算手順

表-1に示す4粒径階から成る混合粒径砂を対象にシミュレーションを行った。表中の記号は、 d_i ：粒径， n_i ：粒子数， d_m ：平均粒径である。平均粒径は、 $d_m=0.106$ mm、標準偏差は $\sigma_d=0.068$ mmである。

計算の手順を以下に示す。最初に粒子と粒子が重ならないように少しずつ粒子間に間隙を設けて、表-1の混合粒径砂をランダムに配置する。その後、重力を作用させ、解析対象領域の粒子全体が安定するまでパッキングを行う。次に、底面せん断力を作用させ、粒子運動を追跡する。なお、解析対象領域の上下流は、周期境界としている。

粒子の比重は $\sigma/\rho=2.65$ 、計算時間ステップは、個別要素法が陽解法であることから、計算の安定性を考慮し $\Delta t=0.00002$ sとした。モデル定数は、 $k_n=4.24 \times 10^{-2}$ (N/m)， $k_s=1.63 \times 10^{-2}$ (N/m)， $\eta_n=5.95 \times 10^{-6}$ (Ns/m)， $\eta_s=3.69 \times 10^{-6}$ (Ns/m)， $\mu=0.58$ とした。

3. シミュレーション結果

最初に、本シミュレーションで用いる混合砂の平均粒径の砂から成る均一砂を用いてシミュレーションを実施して得られた底面せん断力と流砂量の関係

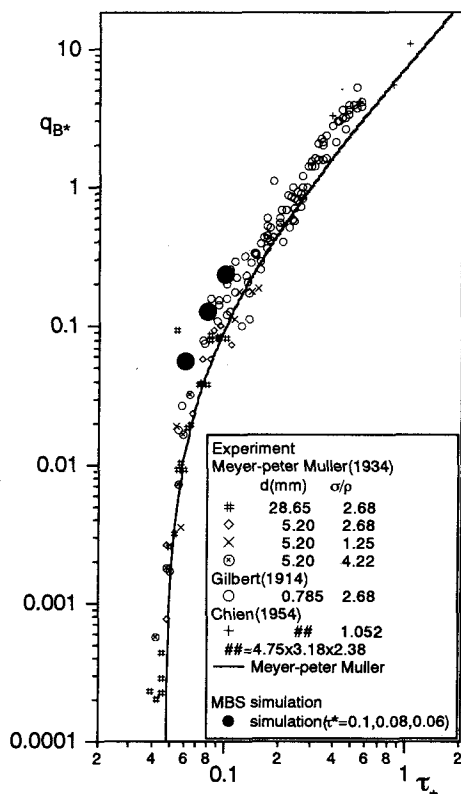


図-1 流砂量

を、図-1に示す。ここに、 q_{B*} ：無次元流砂量、 τ_* ：無次元掃流力である。シミュレーションから求めた流砂量は概ね既往の実験結果と一致し、モデル定数の設定の妥当性が確認された。

図-2に無次元掃流力 $\tau_*=0.08, 0.10$ の粒径別濃度重心の時間的推移を示す。 $\tau_*=0.08, 0.10$ の双方とも最小粒径 d_1 は、底面せん断力作用後、数秒で濃度重心が低下し始め、その後も徐々に低下が継続する。粒径階 d_2 は、 d_1 と同様、底面せん断力作用後に濃度重心が低下するが、その後は、小さきみな上昇・下降を繰り返す。 d_3 に関しては、底面せん断力作用後に僅かな上昇が見られ、その後は緩やかな変動を伴いつつ高い位置で安定する。最大粒径 d_4 については、 $\tau_*=0.08$ と 0.10 で顕著な違いが見られる。 $\tau_*=0.08$ では、ほぼ横ばい傾向であるのに対し、 $\tau_*=0.10$ では、明瞭な上昇・下降を繰り返している。このことは、 $\tau_*=0.08$ が、最大粒径 d_4 が殆ど動かない静的状態を、 $\tau_*=0.10$ が全粒径階が移動している動的状態に対応していることを示している。

図-3に $\tau_*=0.10$ の場合の粒子運動のスナップショットを示す。●で示された最小粒径 d_1 が時間とともに計算領域下層に潜り込む様子が明瞭に示されている。

次に、図-4のように計算領域を5つに分割し、各層毎の粒径階の占有率（個数比）と、パッキング終了時にある層に存在していた砂粒子が時間経過と伴にどの層に移動するのかを調べた。図-5に各層毎の粒径階の占有率の時系列を示す。第5層、4層では、最

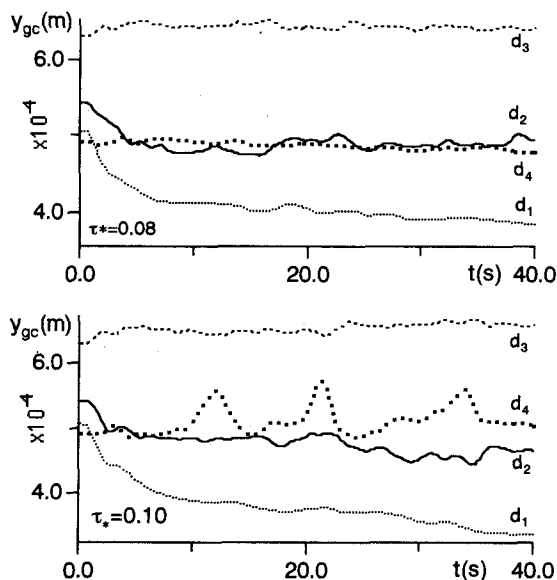


図-2 粒径別濃度重心の時系列

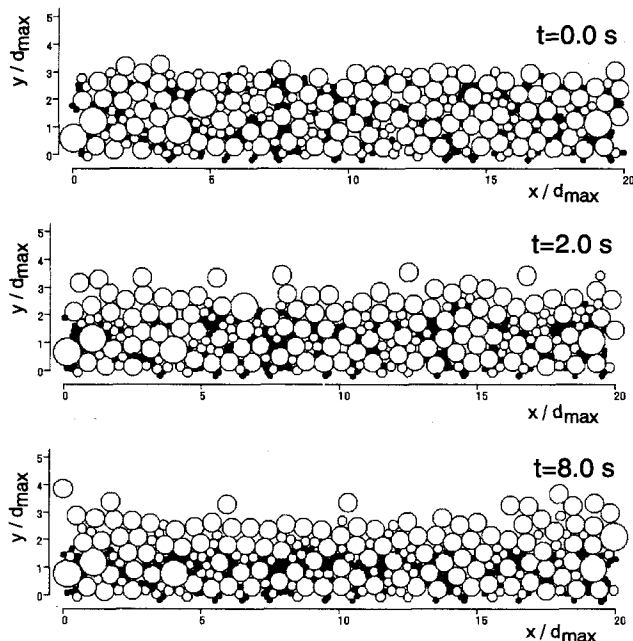


図-3 細粒子の沈降過程

小粒径 d_1 の占有率が底面せん断力作用後数秒で減少している。第3層でも最小粒径 d_1 の占有率は時間とともに減少するが、第4、5層と比較して緩やかな減少である。第3層以上の最小粒径 d_1 の占有率の減少に連動し、第2層、1層の最小粒径 d_1 の占有率は増加する。最小粒径 d_1 が潜り込んだ分だけ他の粒径の粒子は上層に押し出されることとなる。第5層に見られる10.0 s, 20.0 s付近での最大粒径 d_4 の占有率の増加は、この結果生じたものと解釈される。

図-6にパッキング終了時にある層に存在していた粒子が時間経過と伴にどの層に移動したかを示す。表層せん断を受けて粒子層の流動が生じると粒子混合が表層から下層に向かって伝播する。下層に向かうにつれて隣接する層との粒子の交換率が鈍化するが、これは、表層でのせん断によって供給されるエ

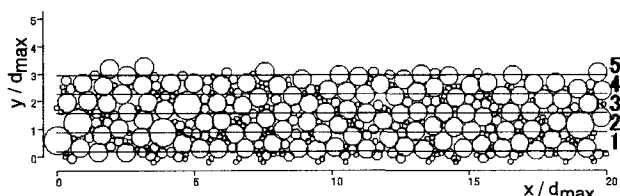


図-4 領域分割図

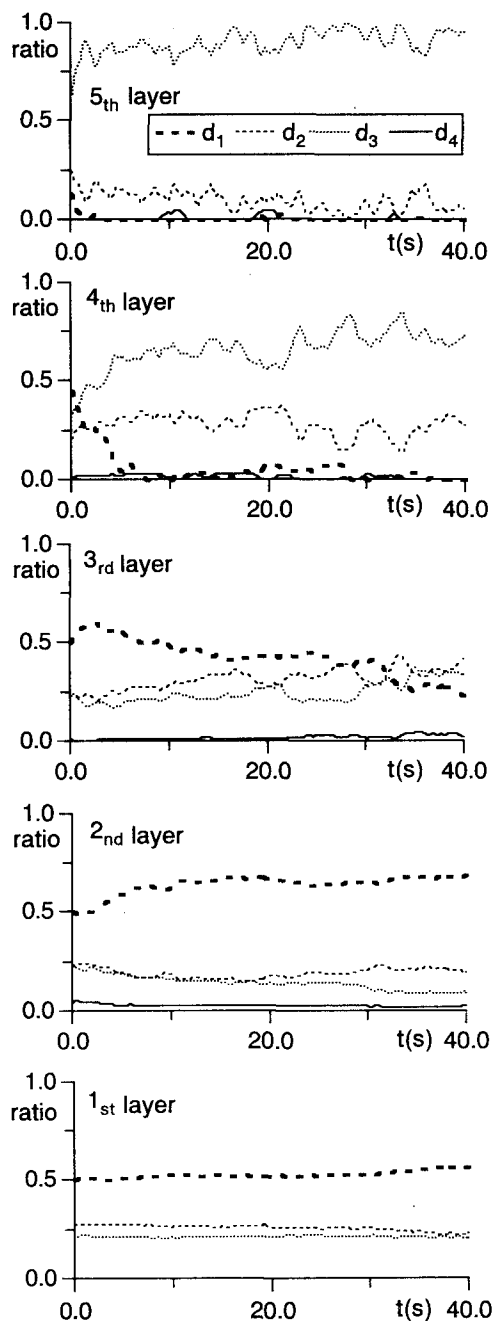


図-5 各層占有率の時系列

エネルギーが下層に向かうにつれ、粒子間衝突による損失の影響で減少する結果によると考えられる。図-7に、スナップショットを用いて粒子の交換を視覚的に示す。表送付近での混合が活発であること、それとは対照に下層粒子の運動が不活発であることが分かる。また、全粒径階移動状態において、大粒径粒子が上昇する様子を、図-8 に示す。大粒径

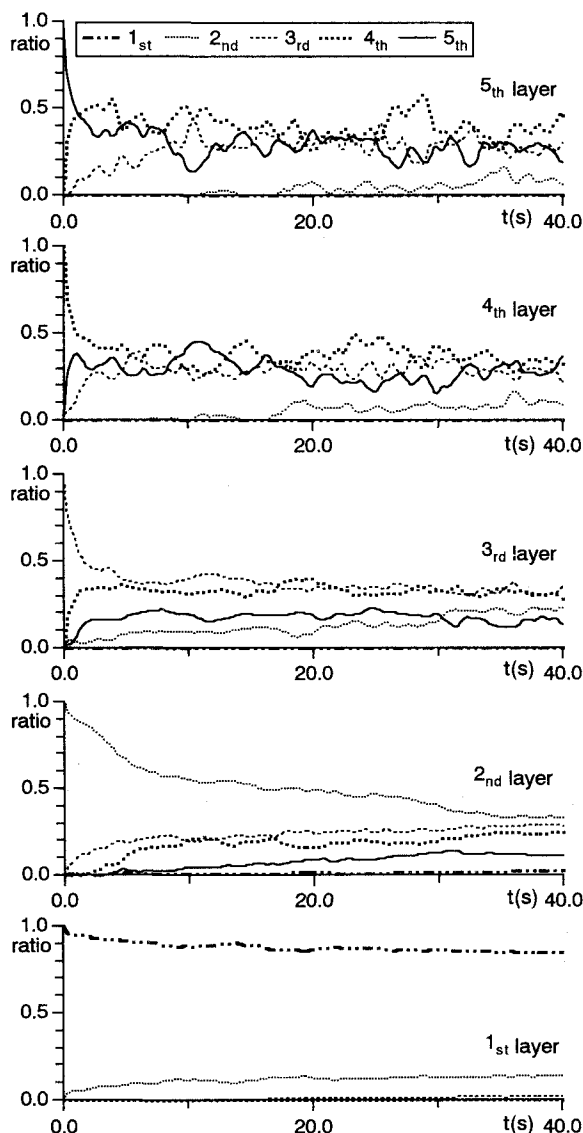


図-6 層間の交換率

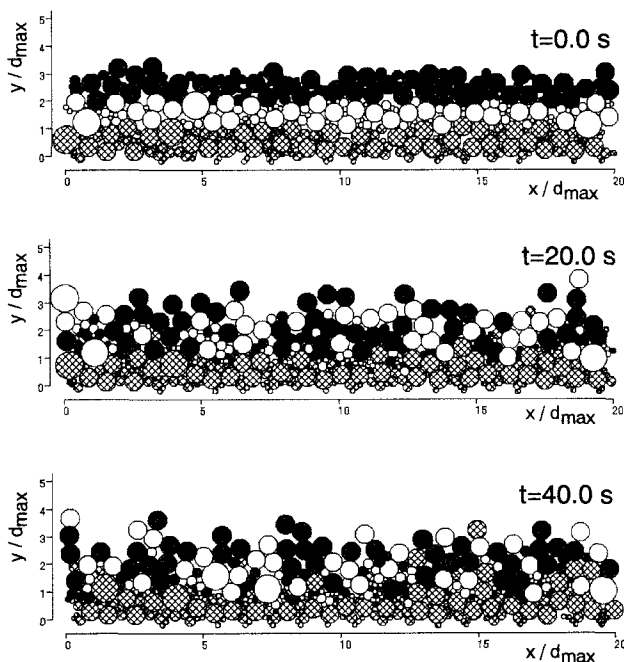


図-7 交換層厚のスナップショット

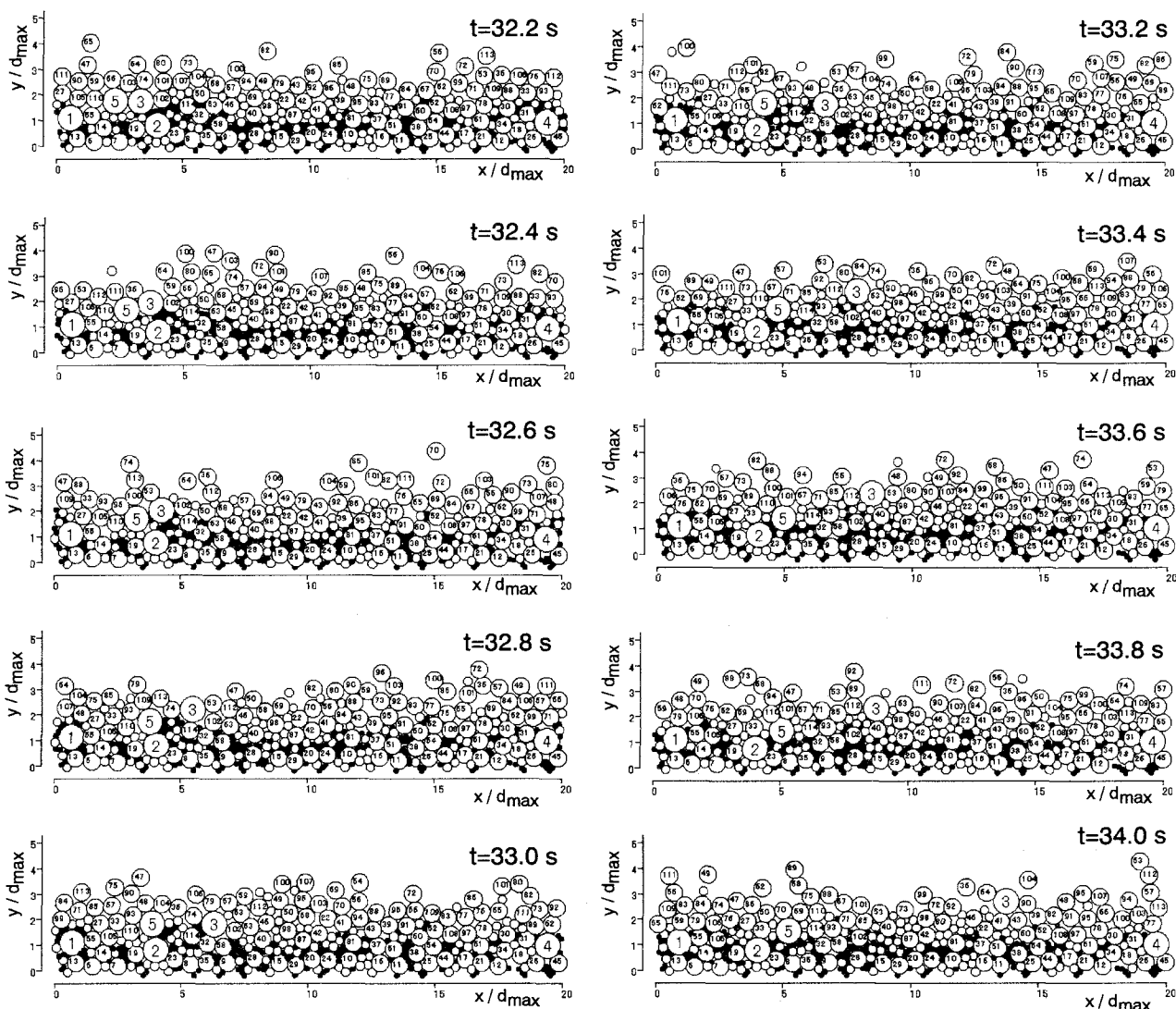


図-8 鉛直分級過程

粒子 d_4 , d_3 には番号をつけて表示する．最初，番号 3 と 5 の粒子は並んで存在しているが，番号 3 の粒子が $t=32.2 \sim 32.8$ s にかけて上昇する．これは，番号 3 と 2 の粒子の間に，最小粒径 d_1 (図中に●で表示) が上流側 (右側) に数個並んでいるため，粒子 5 と比較し，粒子 3 の抜け出し角が減少し，動き易くなったことによると考えられる．その後，粒子 3 は， $t=33.0 \sim 33.2$ s で再び沈み込むが， $t=33.4$ s で小粒子の d_1 , d_2 上に押し上げられた結果，動き易くなり再び上昇する．

次に粒径別流砂量について検討する．図-9 に各粒径についての流砂量と既往の研究の実験結果を併せて示す．さらに粒径比と粒径別流砂量の比較に焦点を当て，実験と数値計算から求められた粒径別流砂量 q_{B+i} と芦田・道上式¹¹⁾ で算定された粒径別流砂量 q_{am} の差を図-10 に示す．ここに， $f_o(d_i)$ は粒径 d_i の面積占有率である．

図-9,10 より，芦田・道上¹¹⁾ や平野¹²⁾，鈴木ら⁵⁾ の実験は，粒径と平均粒径の比 d_i/d_m が大きくなるにつ

れ芦田・道上の粒径別流砂量の曲線より流砂量の値が大きくなる傾向があることがわかる．同様に今回行った計算でも，粒径が d_3 のような大粒径になると芦田・道上の粒径別流砂量式より大きな流砂量が得られる傾向がある．一方，最大粒径 d_4 では粒径 d_3 のような芦田・道上の粒径別流砂量式からの大きな値を示すのは，底面せん断力が作用し始めてから表層に存在していた小粒径が下層に向かって潜り込んで表層が粒径 d_3 で覆われるようになり，水流によるせん断力を直接受け易くなることや，小粒径が潜り込んだ結果，大粒子の間隙が小粒子で埋められ，均一粒径砂で構成されている河床に比べ粒径 d_3 の抜け出し角が減少し，動き易くなるためと考えられる．逆に，小粒径 d_1 は，底面せん断力が作用し始めてから徐々に下層に潜り込むため，表層付近には

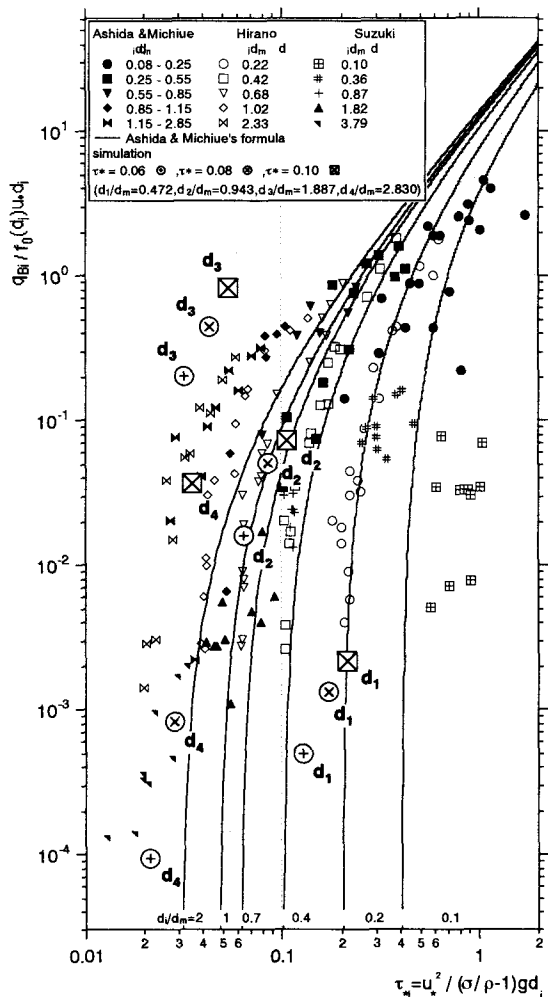


図-9 粒径別流砂量

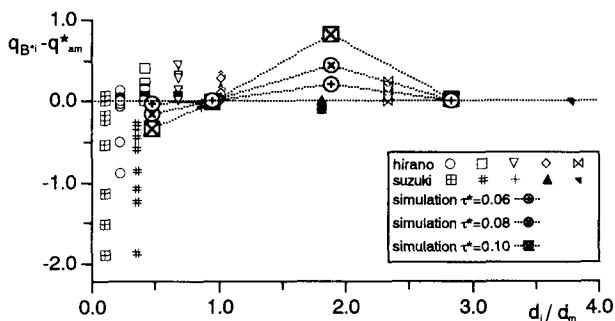


図-10 粒径別流砂量差

ほとんど存在なくなり、均一砂で構成されている河床での流砂量より小さい値を示すと考えられる。

4. 結 語

本研究では、混合粒径流砂の流送による鉛直分級現象を、粒状体モデルを用いたシミュレーションで再現し、分級機構に関して検討した。シミュレーションを通じて、粒径別の粒子の移動の様子、各層間の混合が定量的に把握できた。主要な結論は以下の通りである。

(1) ある程度大きな底面せん断力が河床に作用する

と、表層と下層との粒子の交換が活発化する。表層に存在していた小粒子は徐々に下層に潜り込み、比較的大きな粒子の粒子間の間隙を埋める。その結果、粒子の抜け出し角を減少させ、大粒径粒子の離脱・浮上を容易にする。

(2) 小粒径が、下層に潜り込むことが原因で表層の小粒子の占有率が低下し、小粒径の流砂量が減少する。

(3) 粒径 d_3 に関しては、芦田・道上の粒径別流砂量、既往の実験値より大きな値となっているが、この点に関しては、鉛直分級によって表層の d_3 の占有率が、極端に増加するためと考えられる。

参考文献

- 1) Egiazaroff, I. V.: Calculation of nonuniform sediment concentration, Jour. Hydraul. Div., ASCE, Vol. 91, HY4, pp. 225-246, 1965.
- 2) Parker, G.: 粗粒化について, 土木学会論文集, No.375/II-6, pp.17-27, 1986.
- 3) 辻本哲郎, 本橋健: 混合砂礫床の粗粒化について, 土木学会論文集, No.417/II-13, pp.91-98, 1990.
- 4) 鈴木幸一, 岩月章浩: 河床低下時の表層砂の鉛直分級と粗粒化, 水工学論文集, 第36巻, pp.105-110, 1992.
- 5) 鈴木幸一, 羽野敦之: 平衡流砂場での混合砂礫床表層砂の粒度変化と流砂量, 水工学論文集, 第35巻, pp.411-416, 1991.
- 6) Cundall, P. A.: A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky rock systems, Symp. ISRM, Nancy, France, Proc. Vol. 2, pp. 129-136, 1971.
- 7) Schmeeckle, W. M.: A dynamic boundary condition for bedload sediment transport in non-uniform, hydraulically rough turbulent boundary layers, 水工学論文集, 第43巻, pp.653-658, 1999.
- 8) 後藤仁志, 原田英治, 酒井哲郎: 数値移動床による混合粒径流砂の流送過程のシミュレーション, 水工学論文集, 第44巻, pp. 665-670, 2000.
- 9) 後藤仁志, 酒井哲郎: 河床構成粒子群との相互作用を考慮した流砂の流動過程の数値解析, 水工学論文集, 第41巻, pp. 819-824, 1997.
- 10) 瀬津家久: 開水路乱流の乱れ強度に関する研究, 土木学会論文集, 第216号, pp. 67-76, 1977.
- 11) 芦田和男, 道上正規: 混合砂礫の流砂量と河床変動に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 第14号B2, pp. 259-273, 1971.
- 12) 平野宗夫: Armoringを伴う河床変動について, 土木学会論文集, No.195, pp. 55-65, 1971.

(2000. 10. 2受付)