

移動床における砂粒子間干渉による砂面擾乱の発生

SAND-BED INSTABILITY DUE TO INTER-PARTICLE COLLISIONS ON MOVABLE BED

後藤仁志¹・原田英治²・酒井哲郎³

Hitoshi GOTOH, Eiji HARADA and Tetsuo SAKAI

¹正会員 工博 京都大学助教授 工学研究科土木工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

²学生会員 工修 京都大学大学院博士後期課程 工学研究科土木工学専攻 (同上)

³フェロー 工博 京都大学教授 工学研究科土木工学専攻 (同上)

The existence of the regular sinusoidal disturbances on a sand surface is the essential assumption of the sand-bed instability analysis. While the physical experiments have shown the existence of the irregularly wavy bed under the developing process of sand waves. The new concept of the sand-bed instability, such as the Movable Bed Simulator based on the Distinct Element Method, is introduced herein. The deformation of the sand surface tracked by the Movable Bed Simulator shows the formation of the array of small mounts from the randomly disturbed bed surface. The merging process of the sand waves is also simulated by the present model. The mechanism of the transition from an irregular bed configuration to a regular one is considered by tracking detailed motion of the individual sediment particles at the moment of small-mounts generation.

Key Words: sand-bed instability, irregularly wavy bed, Movable Bed Simulator, Distinct Element Method

1. 緒 言

1960年代にKennedy¹⁾により提唱された砂面不安定解析は、今日でも移動床砂面に形成される河床波の存在を説明する有力な理論として受け入れられ、定説化している。不安定解析は、流れ・流砂・河床形状の3者相互作用系に出現する遅れ機構(空間的位相差)を巧妙かつ簡潔に表現したモデルであり、その後多くの研究者によって改良が施され、適用が重ねられてきた。ところで、不安定解析では、ある波長の規則波(微少擾乱)が砂面に存在している状態を想定し、この規則波が所与の水理条件の下に増幅するか減衰するかを推定するが、実際の河床は不規則凹凸に覆われており、この仮定は一般的には満足されていない。

これに関して、中川・辻本^{2, 3)}は、非平衡流砂理論に基づいて、平坦河床から不規則な砂面凹凸が発生する過程および不規則性を有する河床凹凸から比較的規則的な河床波が選択的に増幅する過程を説明した。このことにより、それ以前には直感的にしか理解されていなかった河床波の初期生成過程が数理的に理解されるようになった。中川・辻本は、単一

砂粒子の確率論的運動(不規則な離脱と落下の反復)に基づく非平衡流砂モデルを導入して、砂粒子の離散的運動の意義を明らかにしたが、解析的モデル故に簡潔な記述が導入されており、粒子間の相互作用や砂粒子の輸送距離(step length)に対する河床形状の影響は考慮されていない。

本研究では、この点に鑑み、粒子間相互干渉を伴いつつ流送される砂粒子群の挙動を追跡し、粒子間相互作用に起因する砂面凹凸形状の生成という従来とは異なった視点から砂面不安定現象を考察する。

2. 砂面不安定解析

不安定解析では、一定波長の波が規則正しく配列された状態を初期砂面擾乱として、これが所与の水理条件に対して増幅するか減衰するかを検討し、増幅率が最大となる擾乱が最終的に砂面を覆うと考え、卓越波長を求める。Kennedy¹⁾以来数多く試みられた砂面不安定解析では、平衡流砂量式が用いられたため、流砂の非平衡性に伴う遅れ機構の物理的意味が必ずしも明確ではなかったが、中川・辻本²⁾により非平衡流砂量式が導入されたことにより、流

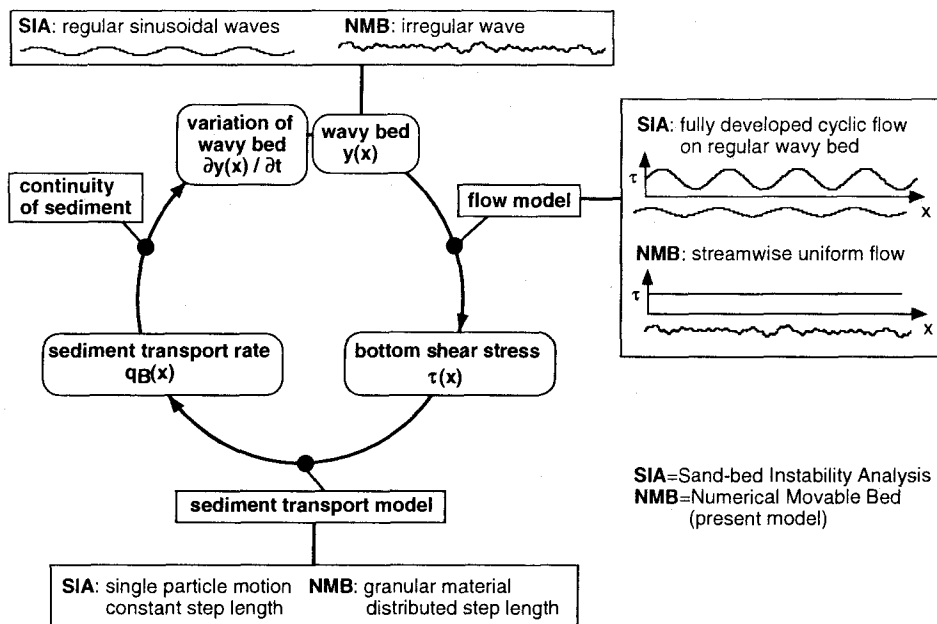


図-1 砂面不安定解析の構成

れ・流砂・河床形状の3者相互作用系に出現する遅れ機構という不安定解析の物理的背景が明確化された。中川・辻本²⁾は、完全に平坦な河床からですら不規則砂面擾乱が発生することを単一砂粒子の確率論的運動（不規則な離脱と落下の反復）に基づいて説明したが、不規則擾乱が規則性を帯びる過程については説明するに至っていない。その後、中川・辻本³⁾は、不規則性を有する河床凹凸から比較的規則的な河床波が選択的に増幅することを流砂の非平衡性に起因する河床波群の伝播過程の解析によって示しているが、『不規則な砂面凹凸を形成する種々の波長の河床上の流れは砂面の不規則性の影響を受けず、規則的で周期的な変動を繰り返す』という流れ場の規則性が前提条件として導入されている。

図-1に、砂面不安定解析の構成を示す。A) 河床（波状路床）、B) 底面せん断力、C) 流砂量の3つの特性量が、a) 流れ場、b) 土砂輸送（流砂）、c) 流砂の連続性の3つのサブシステムにより関連づけられ、閉じた系を構成している。本稿の解析は以下の3つの点で既往の砂面不安定解析と異なる。(1)既往の解析で規則的な砂面擾乱が前提とされているのに対して、本稿の解析では砂粒径の10%程度の不規則擾乱を砂面の初期条件とする。(2)既往の解析では規則的な砂面擾乱上に規則的に繰り返す流れの空間的变化が仮定されるのに対して、本稿では微小不規則擾乱上で一様な流れ場を想定する。(3)既往の研究では単一粒子追跡に基づいたstep length一定型の取り扱い（中川・辻本³⁾）が成されてきたが、本稿では粒子群の運動を粒子間干渉を考慮しつつ解析するので、step lengthの分布も取り扱える。

本稿のモデルで導入されている最も大きな仮定

は、一様流れの仮定である。確かに、不規則擾乱上の流れは擾乱の影響で不規則性を帯びるであろうが、微小擾乱ならば1次近似的に一様流れの仮定が許容されるであろう。なお、このような流れ場の仮定により、本稿の解析対象が砂面凹凸の初期発生機構に限定されることには注意を要する。

3. シミュレーションモデルの概要

ここでは、個別要素法型の数値移動床を用いる。砂粒子*i*の並進および回転の運動方程式は、

$$\rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{d\mathbf{u}_{pi}}{dt} = \mathbf{F}_{pint} + \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_{gr} \quad (1)$$

$$\mathbf{F}_{pint} = \begin{bmatrix} \sum_j \left\{ -f_n \cos \alpha_{ij} + f_s \sin \alpha_{ij} \right\}_j \\ \sum_j \left\{ -f_n \sin \alpha_{ij} + f_s \cos \alpha_{ij} \right\}_j \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{F}_D = C_{FD} \begin{bmatrix} U + u - u_{pi} \\ v - v_{pi} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{F}_{gr} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\rho \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) A_3 d^3 g \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$C_{FD} = \frac{1}{2} \rho C_D \sqrt{(U + u - u_{pi})^2 + (v - v_{pi})^2} A_2 d^2 \quad (5)$$

$$\frac{\pi d^5}{32} \frac{d\omega_{pi}}{dt} = \frac{d}{2} \cdot \sum_j \{f_s\}_j \quad (6)$$

$$C_D = C_{D\infty} + \frac{24\nu}{d \cdot \sqrt{(U+u-u_{pi})^2 + (v-v_{pi})^2}} \quad (7)$$

と書ける⁴⁾。ここに、 $\mathbf{u}_{pi}$ ：粒子の速度ベクトル、 $\mathbf{F}_{pint}$ ：粒子間相互作用力ベクトル、 $\mathbf{F}_D$ ：抗力ベクトル、 $\mathbf{F}_{gr}$ ：重力ベクトル、 ρ ：水の密度、 σ ：砂の密度、 U ：水平方向(x)の平均流速成分、 u, v ：水平方向および鉛直方向の流速変動成分、 g ：重力加速度、 u_p, v_p ：粒子の水平方向および鉛直方向の速度成分、 ω_p ：粒子の回転速度、 f_n, f_s ：砂粒子 ij 間の法線(n)および接線(s)方向の作用力、 α_{ij} ：砂粒子 ij の接触角、 C_M ：付加質量係数($C_M=0.5$)、 C_D ：抗力係数($C_{D\infty}=0.4$)、 A_2, A_3 ：砂の2次元および3次元形状係数($A_2=\pi/4; A_3=\pi/6$)、 d ：砂粒径、 ν ：動粘性係数である。

各要素の接点には、法線方向および接線方向に弾性スプリング(バネ定数 k_n, k_s)および粘性ダッシュボット(粘性定数 η_n, η_s)を配置して相互作用を表現する。要素 ij 間の法線および接線方向の作用力 f_n, f_s は、

$$\begin{cases} f_n(t) = e_n(t) + d_n(t) \\ f_s(t) = e_s(t) + d_s(t) \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} e_n(t) = e_n(t - \Delta t) + k_n \cdot \Delta \xi_n & ; & d_n(t) = \eta_n \cdot \Delta \dot{\xi}_n \\ e_s(t) = e_s(t - \Delta t) + k_s \cdot \Delta \xi_s & ; & d_s(t) = \eta_s \cdot \Delta \dot{\xi}_s \end{cases} \quad (9)$$

と書ける。ここに、 e_n, e_s ：法線および接線方向のバネによる抗力、 d_n, d_s ：法線および接線方向のダッシュボットによる抗力、 $\Delta \xi_n, \Delta \xi_s$ ：時間 Δt 間の法線および接線方向変位である。また、非粘着性材料を対象とすることから、法線方向には引っ張りに抵抗しないジョイントを、接線方向には一定の限界を越える力が作用すると滑動するジョイントをそれぞれ配置した。また、粒子間相互作用に関するモデル定数については、i) 1自由度振動系の差分解の収束性と安定性、ii) 縦弾性係数とせん断弾性係数の関係、iii) Voigtモデル1自由度振動系の臨界減衰の条件を基準に既存の流砂量の実験結果とモデルの予測が一致することを目標に最適化設定した⁵⁾。モデル定数は $k_n=1.01 \times 10^2$ (N/m)； $k_s=3.91 \times 10^1$ (N/m)； $\eta_n=5.95$ (Ns/m)； $\eta_s=3.69$ (Ns/m)； $\mu=0.58$ 、計算時間間隔は $\Delta t=2.0 \times 10^{-5}$ sと設定した。

流れの平均流速成分 U については、計算対象粒子を粗度とした粗面对数則を用いて与え、 $d/4$ の原点補正を行った。また、流速変動成分については、乱れ強度を柵湍⁶⁾による指数関数表示を用いて与え、Monte Carlo法で変動時系列を模擬した。

計算粒子数は、約4000個で、流れ方向に約1000個の粒子を計4段にわたって積み重ねて移動床を模擬した。

粒径は $d=0.5$ cm、砂の比重は $\sigma/\rho=2.65$ であり、設定された計算領域は、厚さ約2 cm、長さ約5 mの移動床に相当する。計算領域の上下流端は周期境界とした。計算は、無次元底面せん断力 $\tau_*=0.15$ の場合を対象に実施した。なお、粒径が既往の水理実験で用いられてきたものより大きく設定されているため、砂粒Reynolds数を算定すると $Re_s=550$ となり、duneの発生条件に対応した計算条件となる。計算条件および計算結果の定量的な意味での妥当性を確認するため、本モデルの砂粒子の運動から流砂量を計算し、既往の実験値とともにプロットしたのが、図-2である。本研究で対象とする微小砂漣は、移動床実験では軽微な凹凸を伴う平坦床(あるいは平坦床と砂漣床の遷移域)として区別される程度のものであるから、一般的な流砂量の実験値と比較することとした。本モデルの計算値は既往の実験値の分布域内に存在し、本モデルで計算される移動床の状態が少なくともマクロには定量的な面でも妥当であることが確認できた。

4. 砂面擾乱の発生および初期発達過程

図-3は、本モデルで計算された移動床砂面の時間的推移を示しており、計算開始から0.2 sごとの砂面の状態が表示されている。ここで用いた数値移動床では、最下層の粒子をランダムに配置し、河床構成粒子のランダムな配列特性を模擬しているもので、初期の粒子配列は砂粒径の10%程度の不規則な凹凸を伴っている。

計算開始直後の時刻 $t=0.2$ sには、不規則な微小凹凸が河床を覆っているが、これは初期配列状態での凹凸と同程度のものである。この状態は長くは持続せず、

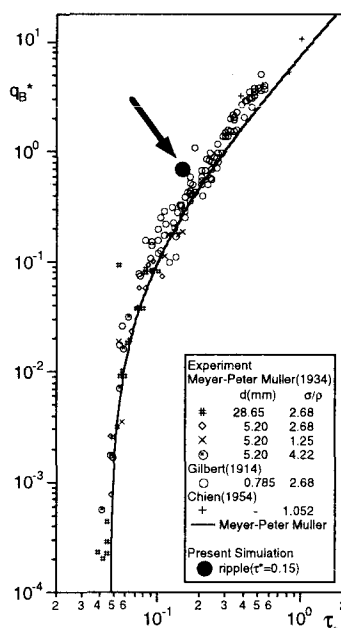


図-2 流砂量

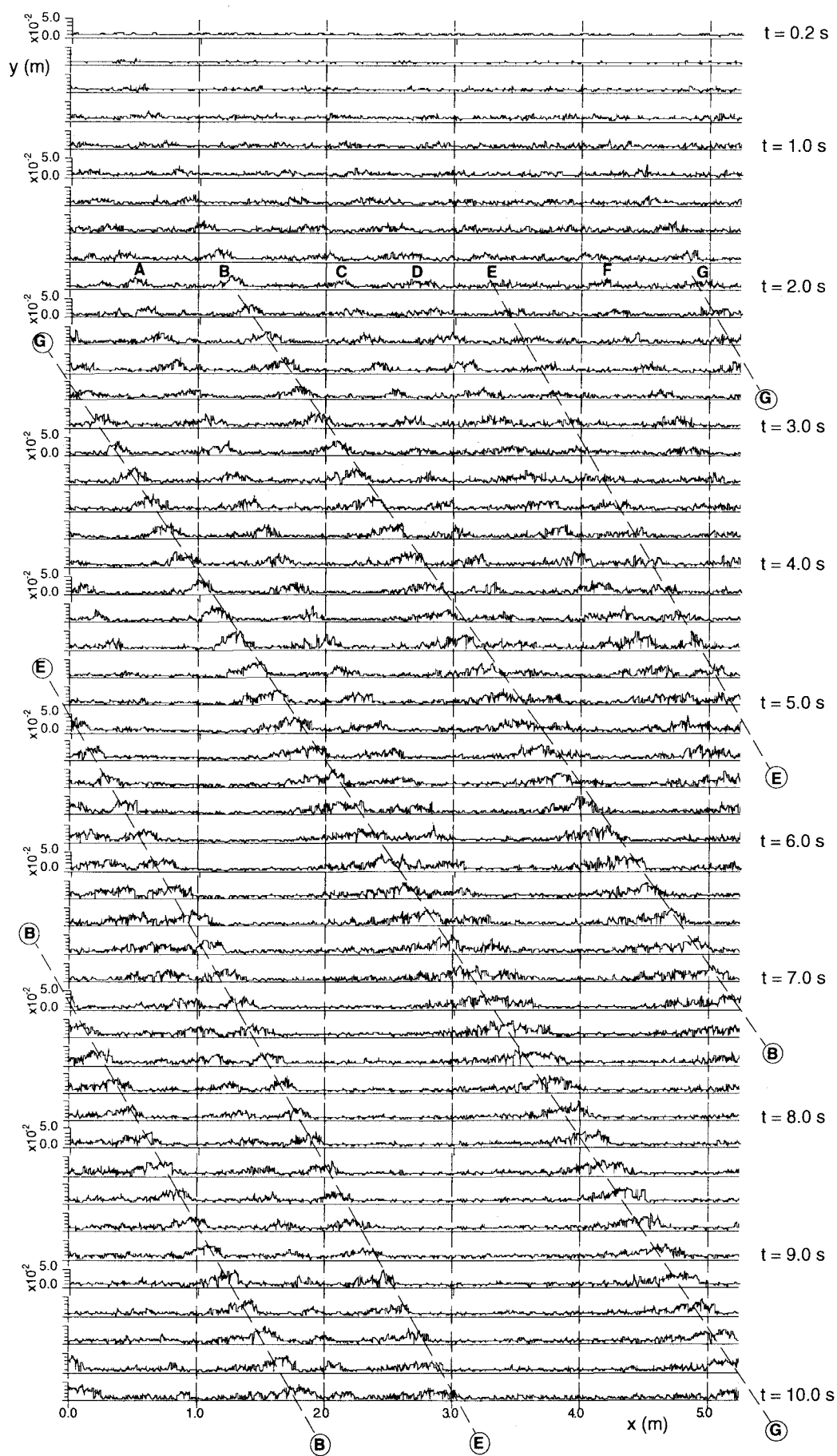


図-3 砂面形状の時間的变化

時刻 $t=0.6\text{ s}$ には凹凸の程度の顕在化が確認できる。この傾向は持続して、凹凸は短時間に急速に発達し、時刻 $t=1.2\text{ s}$ には幾つかのピーク（砂漣出現の兆し）が見られるようになる。これらの多くのピークは相互干渉しつつ急激に統合されて、時刻 $t=2.0\text{ s}$ には顕著な7つのピーク（図中にA～Gと表示）を形作る。これらのピークの波高は砂粒径の3,4倍程度と僅かであるが、これらピークが一旦形成されて後は、計算初期のようなランダム凹凸を伴う平坦河床が再度出現することなく、砂粒径の3,4倍程度の波高を有する砂漣の追いつき合体の過程を通じて砂漣の平均波長が増加する。なお、計算を終えた時刻 $t=10\text{ s}$ に存在する砂漣ピークB, E, Gの3者に関してはその移動過程を破線で記入している。ピークを包絡するように引いた直線の勾配が小さいほどピークの伝播速度が大きい。時刻 $t=10\text{ s}$ に存在する砂漣ピークの伝播速度は多少のばらつきはあるもののほぼ同レベルとなっている。詳細を見ると、ピークB, Gと比較してピークEを包絡した直線の勾配がやや大きくなっていることから、ピークB, E間の間隔が減少し、ピークE, G間の間隔が増加する傾向によるものと考えられる。時刻 $t=10\text{ s}$ に存在する砂漣と比較して、時刻 $t=10\text{ s}$ 以前に消滅する砂漣のピークは伝播速度が大きく異なっている。ピークAは、後方から進行してくるピークGに追いつかれて吸収される。ピークCも同様に伝播速度が遅く、後方から来るピークBに吸収される。ピークFについては、時間 $t=2.0\text{--}4.0\text{ s}$ における伝播速度は後方のピークEとそれほど差がないものの、時刻 $t=4\text{ s}$ を経過したあたりから急速に減速して、後方のピークEに吸収される。時刻 $t=10\text{ s}$ 以前に消滅する砂漣ピークの中で最も複雑な挙動を示すのがピークDである。時刻 $t=2.0\text{ s}$ を経過した時点での移動速度は、ピークEより早く、時刻 $t=6.0\text{ s}$ 付近でピークEの直後まで迫るものの追いつけず、徐々に減速し、時刻 $t=10\text{ s}$ には後方のピークBに追いつかれて吸収されようとしている。

個々のピークの移動速度に差が生じる機構を知るには、個々のピークを形成する砂粒子の運動特性の相違を詳細に分析する必要があるが、大略的な説明として以下の仮説が想定できる。ある程度以上の波高に達した砂漣は、頂部に存在する砂粒子が大きい流速にさらされることにより流れから大きな駆動力を獲得して速い速度で移動する。これに対して、波高が低い砂漣は流れから獲得する駆動力が小さく、底面凹凸等の影響で速度の増減を受け易く、移動速度は波高の大きい砂漣よりも遅くなる。時刻 $t=10\text{ s}$ に存在する砂漣はピークEの初期を除くと比較的早期に大きな波高を獲得しており、その後は底面凹凸による速度増減などの影響を受け難く、安定した移動状態を呈している。この事実は、先に示した仮説を支持するものと考えられる。

図-4は、本モデルで計算された移動床砂面の波数

スペクトルを示している。図中には、中川・辻本²⁾が砂粒子の不規則な離脱と落下の反復により形成される初期砂面擾乱を対象に計測した波数スペクトルを併示している。計算開始時から1.0 s後および2.0 s後の波数スペクトルは、低波数域で平坦で、 $k=0.01\text{--}0.02$ のあたりでピークを示し、高波数に移行するにつれて振動しつつ減衰する。このような特性は、中川・辻本の実験による波数スペクトルと少なくとも定性的には一致する。変動強度（スペクトル分布の積分値）については、実験による波数スペクトルは計算開始時から1.0 sと2.0 sの中間に対応する。この時間帯の底面形状を図-3で見ると、不規則な河床凹凸が支配的で、砂粒子の不規則な離脱と落下の反復により形成される初期砂面擾乱が出現しているものと解釈できる。時刻5.0 sの波数スペクトルは、低波数領域で顕著に増加しているが、図-3で見るとこの時刻には砂漣の統合がかなり進行しており、これが低波数領域での増加をもたらしたものと考えられる。

河床面の時間的推移を見ると、通水から数秒で小規模な凹凸がある程度規則的に配列され、その凸部（ピーク）が統合されて砂漣波長が増加する。ここで疑問なのは、凸部形成のきっかけ（トリガー）は何であるのかということである。そこで、凸部形成の前後の瞬間像を連続的に表示したのが、図-5である。この図では、時間の経過とともに $x=1.96\text{--}1.98\text{ m}$ の近辺に凸部が形成されるが、その下手側（ $x=1.97\text{--}2.02\text{ m}$ ）には整然と細密状態に配列された粒子群が存在する。砂層表層の砂粒子は水流のせん断力により左から右へと移動するが、下手側に規則正しい配列が存在するとその部

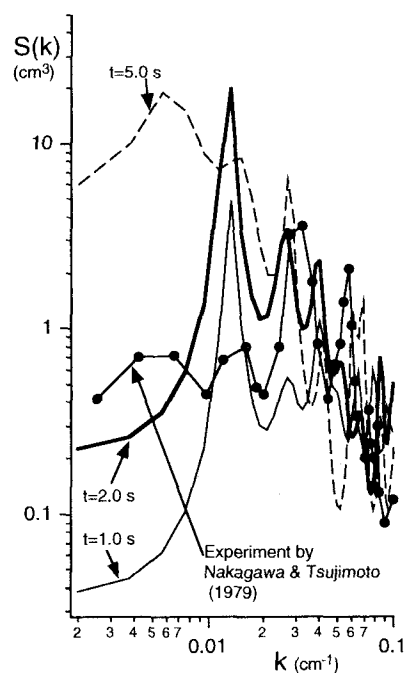


図-4 砂面の波数スペクトル

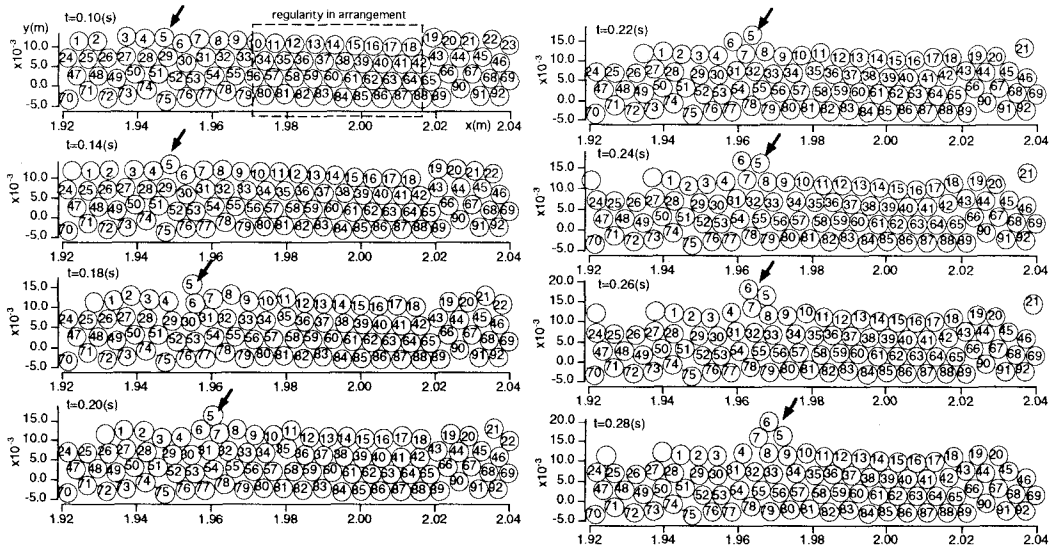


図-5 凸部形成過程

分での移動抵抗が増大する。移動抵抗の増大は上手側の粒子の移動を妨げ、さらに $x=1.92-1.96$ mの領域では粒子配列が不規則で表層粒子の配列の凹凸も大きく、上手側から流入してくる表層粒子に押された粒子の一部($t=0.14$ sの粒子 No.5)が上層に押し上げられて凸部を形成する。これに続いて、粒子 Nos.6,7も表層に押し出され、結果として粒径の2倍程度の波高のピークが形成される。さらに $t=0.28$ sを見ると、形成されたピークの上手側に凹部が見られる。このように、凸部形成の機構は、河床構成粒子の疎密と関連する。すなわち、比較的密で規則的な粒子配列と比較的疎で不規則な粒子配列が交互に存在する場で表層がほぼ一様なせん断力を受けると、不規則な構造部分が先に破壊され、その部分の表層を構成していた粒子が押し出されて凸部を形成すると言うことができる。

以上のように、凸部形成のきっかけを砂層の粒子配列自体に求めることで、通水後極めて短時間で出現する小規模な凸部については説明が可能であり、先に示した砂粒子移動の瞬間像もこの機構の妥当性を物語っている。表層が散発的に離脱落下を繰り返すような流砂量の少ない場合は別として、表層1層程度が完全移動状態にある場合には、ここで示したような凸部形成機構が支配的になるものと考えられる。

5. 結 語

本研究では、個別要素法型の数値移動床により砂面不安定解析を実施して、小規模な砂漣の発生過程および砂漣の統合による初期的な波数選択過程の再現が可能であることを示した。

これまでの砂面不安定解析で前提条件とされてきた規則的砂面凹凸が、ランダムな微小凹凸の状態から出現することを、砂層の粒状体的特性(砂粒子間相互作用)を考慮しつつ粒子追跡を行うことで実証した。軽微な微小凹凸の存在状態を初期条件として、微小凹凸の増幅と小規模砂漣の形成、さらには砂漣の統合による砂漣波長の増加という一連のプロセスが、場所的に一様な流れ場の下でも砂層の粒状体的特性を陽に取り扱えば再現できることが明らかとなった。このことは、流れ・流砂・河床形状の3者相互作用系の中で、流砂系が凸部形成のトリガー的な役割を演じていることを示している。

従来の砂面不安定解析では一般に、力学的考察なしに規則的砂面凹凸の存在を前提としてきたが、本稿の結果は、この前提条件の妥当性を移動床の力学特性の面から示したものと解釈できる。

参考文献

- 1) Kennedy, J. F.: The mechanics of dunes and anti-dunes in erodible-bed channels, Jour. Fluid Mech., Vol. 16, Part 4, pp.521-544, 1963.
- 2) 中川博次・辻本哲郎：砂礫の運動に伴う移動床砂面の擾乱発生過程, 土木学会論文報告集, 第291号, pp.53-62, 1979.
- 3) 中川博次・辻本哲郎：河床波発生初期における波数選択的増幅機構, 土木学会論文報告集, 第321号, pp.63-69, 1982.
- 4) 後藤仁志・酒井哲郎：表層せん断を受ける砂層の動的挙動の数値解析, 土木学会論文集, 第521号/II-32, pp.101-112, 1995.
- 5) 後藤仁志, 原田英治, 酒井哲郎：数値移動床による混合粒径流砂の流送過程のシミュレーション, 水工学論文集, 第44巻, pp. 665-670, 2000.
- 6) 柳津家久：開水路乱流の乱れ強度に関する研究, 土木学会論文報告集, 第261号, pp.67-76, 1977.

(2000. 10. 2受付)