

DNS 解析による二次流の発生機構の解明

STUDY ON GENERATION MECHANISM OF SECONDARY CURRENTS IN OPEN-CHANNEL FLOW BY DIRECT NUMERICAL SIMULATION

林 俊一郎¹・大本 照憲²

Syunichiro HAYASHI and Terunori OHMOTO

¹正会員 熊本県土木部 (〒862-8570 熊本市水前寺6-18-1)

²正会員 工博 熊本大学助教授 工学部環境システム工学科 (〒860-8555 熊本市黒髪2-39-1)

Fully developed three-dimensional turbulent flow over sand ribbons in an open-channel is computed to clarify the generation mechanism of secondary currents of the second kind by direct numerical simulation (DNS) using a regular grid under a generalized curvilinear coordinate system. Stable secondary currents and turbulent characteristics are reasonably reproduced. Detailed evaluation of each term in a mean vorticity transport equation revealed that the secondary currents of the second kind is generated principally by cross-planar turbulent shear stress ($-\overline{v^+ w^+}$), and that the anisotropy of the cross-planar turbulent normal stresses ($\overline{v'^2} - \overline{w'^2}$) restrains the generation of the secondary currents, where v^+ and w^+ represent vertical and spanwise velocity fluctuations normalized by friction velocity u_τ , respectively and overbar denotes the time average.

key words: DNS, sand ribbon, cellular secondary currents, open channel turbulence, numerical analysis

1. はじめに

大気では筋雲, 海洋ではラングミュア渦, 砂漠では風向に平行な砂丘 (Longitudinal Dune) そして河川では縦筋河床が発生するなど, せん断乱流には縞状のパターンを示すことが多く, これらの事象に共通の支配因子として主流方向に軸を持ち, 横断方向に境界層厚さの約2倍の長さスケールの間隔で並列する縦渦群の存在が挙げられる。また, 河川においては水深スケールの縦渦群は最大流速点の自由水面下への降下現象, 河床波, 掃流砂, 浮流砂などが横断方向に規則的に変化する要因となり, 乱流抵抗則, 熱や物質の移流・拡散問題, 水理構造物周辺の流れなどに重要な影響を及ぼすことが認められ, 定量的評価において工学的な課題を抱えている。流体力学の分野では, この二次流は非円形断面の直線開水路流れにおける乱れの非等方性に起因した Prandtl の第二種二次流として位置づけられ, その生成機構に関して数多くの研究が成されてきた¹⁾。実験的研究では²⁾, 主流方向に軸を持つ平均縦渦の収支式をもとに, そこに現れる移流項, 発生項, および粘性項について検討されているが,

いずれの項も副次的な微小量であり, さらに実測データに対して2階の空間微分演算子を作用させるため精度上の限界を持ち, 二次流の発生機構を解明するまでには至っていない。現在, これまでの点計測としてのレーザー流速計に加え, 近年の PIV や PTV のような面的な画像処理技術を駆使することにより新たな知見が得られることが期待される³⁾。

一方, 近年のコンピュータの目覚ましい発展は, 乱流現象の解明に新たなツールを提供している。とりわけ, 直接数値シミュレーション (DNS) と呼ばれる数値解析法は, 乱流モデルを一切含まない物理法則のみに基づく手法で, 基礎式であるナビエ・ストークス方程式の適用範囲の広さや信頼性の高さと相まって大きな期待が寄せられている。特に, DNS では瞬時構造を捉えることが可能なおうえ, 高次の乱流統計量が容易に計算できるなど, 従来の時間平均型乱流モデルや実験計測では困難であった諸々の情報を提供可能にする。このため, 二次流の生成機構をはじめ乱流現象の理解とメカニズムの解明に大いに寄与することが期待される⁴⁾。

これまでのところ, 縦筋河床を有する開水路流れを対象に Prandtl の第二種二次流の生成機構を扱った DNS 解

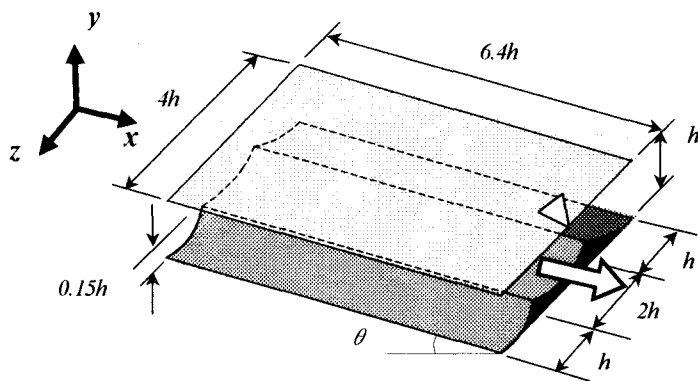


図-1 計算対象の概要

表-1 計算条件

Coupling algorithm	Fractional Step Method
Time advancement	3rd Adams-Bashforth Method
Grid system	Regular Grid System
Spatial scheme	5th-order Upwind Scheme (Convective term)
Grid numbers	64 × 65 × 65
Spatial resolution	$\Delta x^+ = 14.7$ ($x^+ = 942$)
	$\Delta y^+ = 0.1 \sim 5.8$ ($y^+ = 150$)
	$\Delta z^+ = 8.0 \sim 9.6$ ($z^+ = 600$)
Reynolds number	$Re_\tau = u_\tau h / \nu = 150$
Time step	$\Delta t = 2/1000 * h / u_\tau$

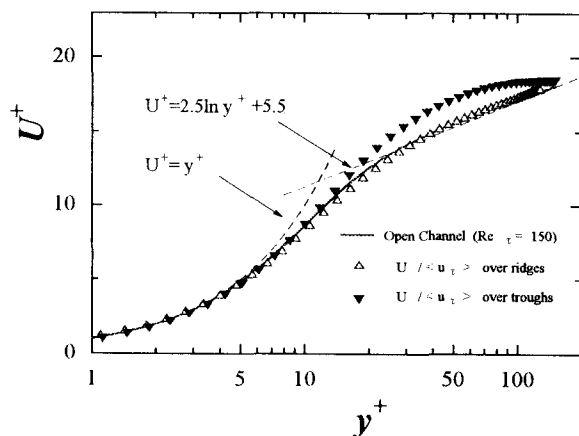


図-2 平均流速 U^+ の分布

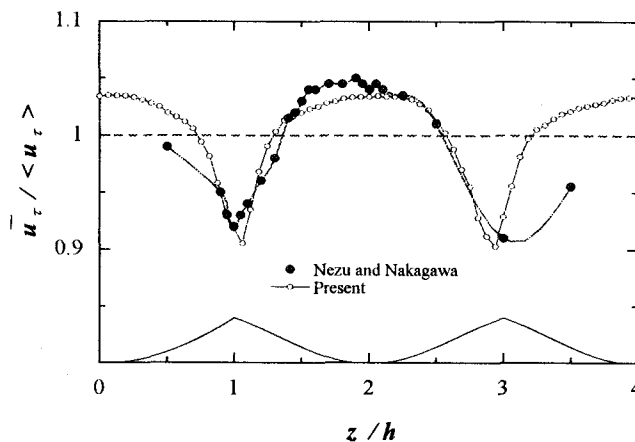


図-3 u_τ の横断分布

析は見受けられない。

本研究は、縦筋河床上の開水路乱流場へ DNS を適用し、その挙動特性や乱流特性量を把握するとともに、二次流の生成機構および二次流のレイノルズ応力への影響について検討することを目的とする。

2. 解析対象および計算方法

計算対象は、縦筋河床を有する完全発達した直線開水路乱流場とし、底面形状や河床高は平坦河床から発達した縦筋を参考に図-1 のように設定した⁵⁾。なお、流下方向とスパン方向に周期境界条件を与え側壁の効果がない流れ場とする。

基礎方程式には、任意境界への適合を可能とするため、式 (1)、(2) に示す 3 次元一般座標系へ写像したナビエ・ストークス方程式と圧力ポアソン方程式を用いるものとする。境界条件には、底面において流速にノンスリップ条件、自由水面では流速 u, w にスリップ条件、 v に 0 を与え、圧力はノイマン条件とする。その他の計算条件やアルゴリズムなどについては、表-1 および既報^{6)~8)}のとおりである。

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\xi_k}{x_j} \frac{\partial u_i}{\partial \xi_k} = - \frac{\partial \xi_j}{\partial x_j} \frac{\partial p}{\partial \xi_j} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial \xi_j}{\partial x_i} \frac{\partial \xi_k}{\partial x_i} \frac{\partial^2}{\partial \xi_j \partial \xi_k} + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} \frac{\partial}{\partial \xi_j} \right) u_i \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial \xi_j}{\partial x_i} \frac{\partial \xi_k}{\partial x_i} \frac{\partial^2}{\partial \xi_j \partial \xi_k} + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} \frac{\partial}{\partial \xi_j} \right) p = \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{\xi_j}{x_i} \frac{\partial u_i}{\partial \xi_j} \right) - \frac{\partial \xi_k}{\partial x_i} \frac{\partial \xi_l}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial \xi_k} \frac{\partial u_i}{\partial \xi_l} + u_j \frac{\xi_k}{x_j} \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left(\frac{\partial \xi_l}{\partial x_i} \frac{\partial u_i}{\partial \xi_l} \right) + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial \xi_j}{\partial x_i} \frac{\partial \xi_k}{\partial x_i} \frac{\partial^2}{\partial \xi_j \partial \xi_k} + \frac{\partial^2 \xi_j}{\partial x_i \partial x_i} \frac{\partial}{\partial \xi_j} \right) \left(\frac{\partial \xi_m}{\partial x_i} \frac{\partial u_i}{\partial \xi_m} \right) \quad (2)$$

3. 結果と考察

以下では、十分に発達した乱流状態における 500,000 ステップ ($\Delta t = 2/1000 * h / u_\tau$) の時間平均結果を考察する。以後、時空間平均された摩擦速度 $\langle u_\tau \rangle$ と動粘性係数 ν で無次元化された物理量は上付添字に+を用い表示する。

図-2 は、平均流速分布 U^+ の鉛直分布を見たものである。なお、対象流れ場は河床面がスパン方向に上下しているため、各位置での河床高を z^* とした場合、河床面からの

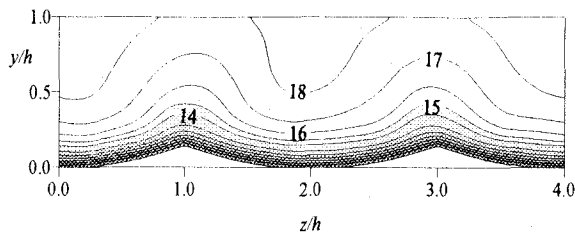


図-4 主流速 U^+ の分布

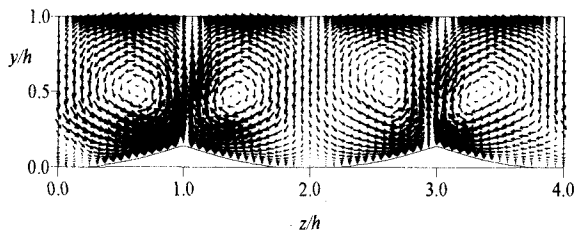


図-5 二次流 V^+, W^+ のベクトル図

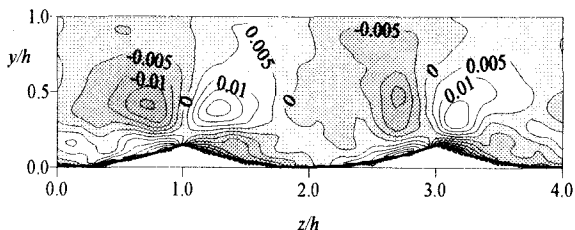


図-6 渦度 ω_x^+ の分布

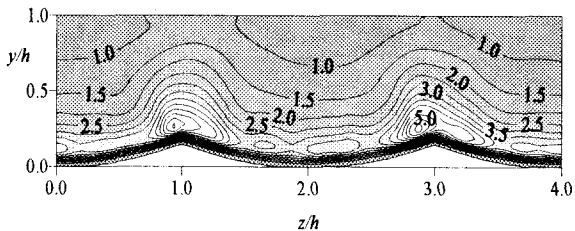


図-7 乱れエネルギー k^+ の分布

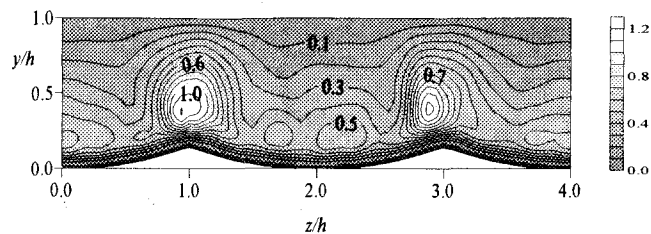


図-8 $-u^+v^+$ の分布

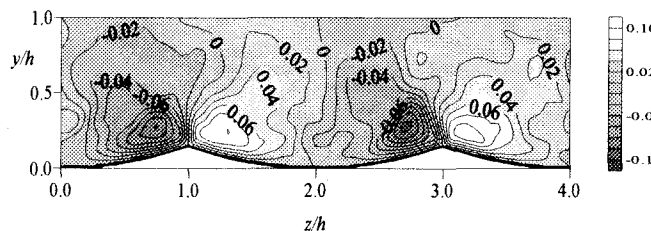


図-9 $-v^+w^+$ の分布

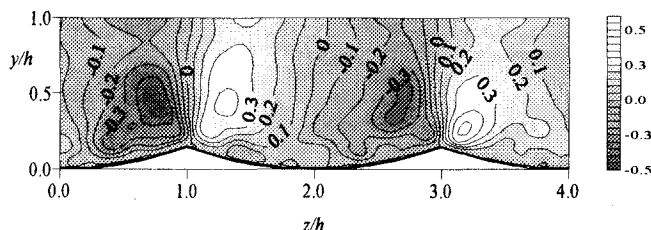


図-10 $-u^+w^+$ の分布

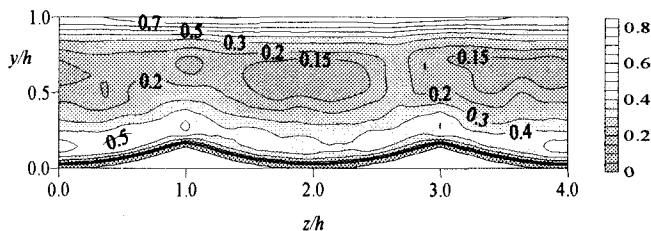


図-11 $(w^{+2} - v^{+2})$ の分布

高さは $y^+ (=u_* (y - z^*) / \nu)$ により表示する。これより、ridge 上 ($z/h = 1.3$) での流速分布は底面が平坦な開水路流れと同じく対数則分布によく一致している一方、trough 上 ($z/h = 0.2, 2.4$) では対数則領域において高速側へシフトするなど、ridge と trough の存在により主流速分布に大きな流速差が生じていることを捕らえている。

図-3 は、摩擦速度の横断分布を Nezu and Nakagawa⁹⁾ の実験結果と比較したものである。どちらも ridge 上で最小値を示した後、trough へ向かい漸増するなど河床に働くせん断応力に違いがあることを示している。なお、Nezu and Nakagawa は台形槽粗度を ridge に見立て、対数則から摩擦速度を評価しているのに対し、本計算では河床面での速度勾配から評価するなど違いはあるものの概ね良い一致が見られる。

主流速 U^+ および二次流ベクトル (V^+, W^+) の横断分布をそれぞれ図-4 および図-5 に示す。図-4 より主流速は、trough 上では高速域、ridge 上では低速域にあたり、

その等値線は釣鐘状に突き出た分布形状を示す。なお、ridge を中心に主流速が左右対称となっていないのは平均時間の不足が原因と思われる。また、図-5 より二次流ベクトルは trough 上で下降流、ridge 上で上昇流が発生し、主流速の空間分布と二次流の基本的関係が良好に再現されていることが分かる^{10), 11)}。図-6 は、主流方向の渦度成分 ω_x^+ の等値線を示したものである。水深スケールの縦渦がその向きを交互に変えて配列し、縦渦の中心は二次流のそれとは一致せず、ridge により近づいた位置に在ることが分かる。このことは、Smith & Schwartz¹²⁾ によって示された粘性底層内に発生する縦渦の挙動と類似し、縦渦間の相互作用から上昇流が生じている位置へ接近するためである。また、水深スケールの縦渦がその中心を底面付近にとどめるのは、縦渦列の安定性に与える境界の影響を明らかにした渦糸モデルの解析¹³⁾ から分かるように、境界としての水面の影響が効いたためである。

次に、乱流特性量の計算結果を図-7～図-11 に示す。乱

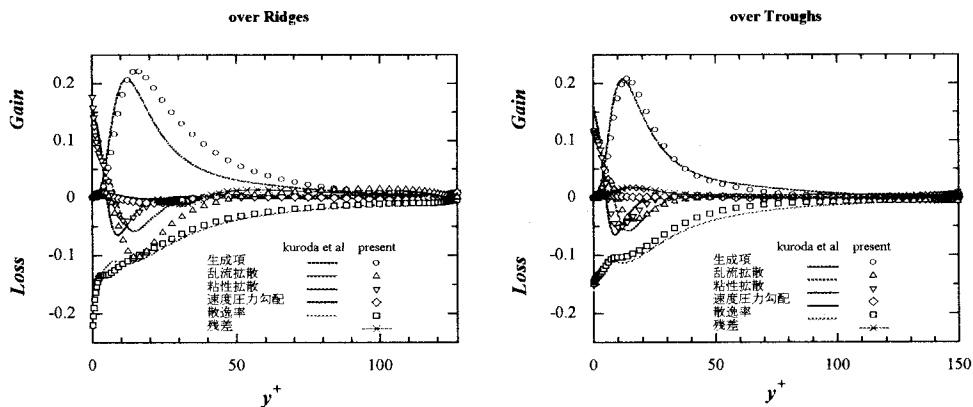


図-12 乱れエネルギーの収支

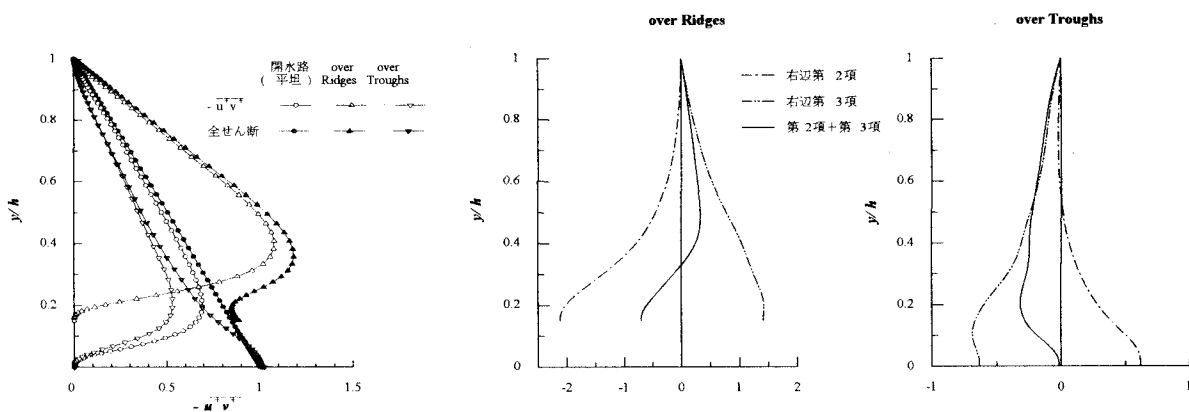


図-13 レイノルズ応力と全せん断応力の分布

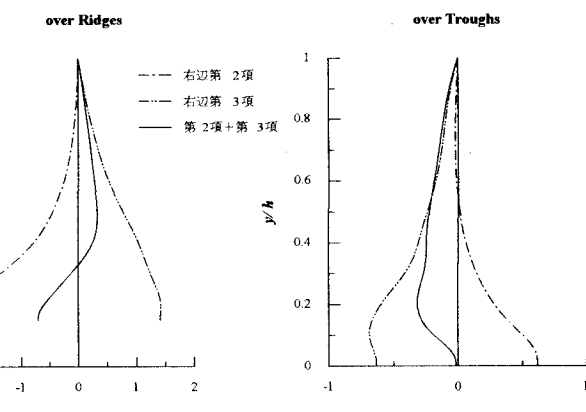


図-14 運動方程式の付加応力項の積分

れエネルギー k' は、上昇流部の ridge 上で極大値、下降流部の trough 上で極小値を取るなど、その空間分布は実測データ¹⁰⁾と良好に一致する。レイノルズせん断応力の各項および乱れエネルギーの生成項の大小関係は、

$$\begin{aligned} \left| -\overline{u'v'} \right|_{\max} &\cong 2 \left| -\overline{u'w'} \right|_{\max} \cong 10 \left| -\overline{v'w'} \right|_{\max} \\ \left| -\overline{u'v'} \frac{\partial U^+}{\partial y^+} \right|_{\max} &\cong 10 \left| -\overline{u'w'} \frac{\partial U^+}{\partial z^+} \right|_{\max} \cong 200 \left| -\overline{v'w'} \frac{\partial W^+}{\partial y^+} \right|_{\max} \cong 250 \left| -\overline{v'w'} \frac{\partial V^+}{\partial z^+} \right|_{\max} \end{aligned}$$

となっており、乱れエネルギーの生成に対して $-\overline{u'v'}$ および $-\overline{u'w'}$ が支配項となり $-\overline{v'w'}$ は無視できる。乱れの非等方性を示す $(\overline{w'^2} - \overline{v'^2})$ は、水面および河床付近で大きな正の値をとるが、非等方化が強まるのは $\overline{v'^2}$ に対する境界の拘束が効いたためであり、横断方向には trough 上で若干小さくなる傾向がある。安定した二次流の存在する流れ場における乱れエネルギーの収支式は、次の式(3)により表される。

$$\begin{aligned} U_j^+ \frac{\partial}{\partial y_j^+} \left(\frac{\overline{u_i^+ u_i^+}}{2} \right) &= -\frac{\partial}{\partial x_j^+} \left(\overline{u_j^+ p^+} + \frac{\overline{u_i^+ u_i^+ u_j^+}}{2} - \frac{2}{\text{Re}_\tau} \overline{u_i^+ s_{ij}^+} - \overline{u_i^+ u_j^+ S_{ij}^+} \right) \\ &\quad - \frac{2}{\text{Re}_\tau} \overline{s_{ij}^+ s_{ij}^+} \end{aligned} \quad (3)$$

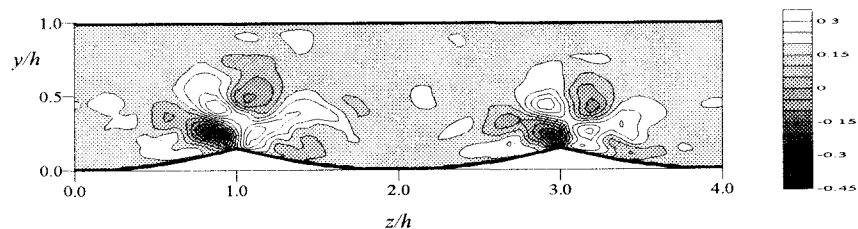
$$\text{ただし, } s_{ij}^+ \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i^+}{\partial x_j^+} + \frac{\partial u_j^+}{\partial x_i^+} \right), \quad S_{ij}^+ \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i^+}{\partial x_j^+} + \frac{\partial U_j^+}{\partial x_i^+} \right)$$

ここに、左辺が二次流による乱れエネルギーの移流項、

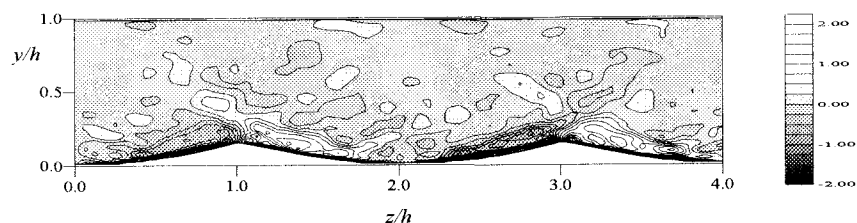
右辺第一項が拡散項、第二項が生成項、第三項が散逸項である。乱れエネルギーが極値を取る ridge および trough 上における各項の鉛直分布を示したものが図-12 である。なお、同図には比較のために平行平板間流れの DNS 結果¹⁴⁾も併せてプロットしている。乱れエネルギーの収支式の各項について、二次流が発達した縦筋河床上の流れと平行平板間流れを比較すれば、生成項と乱流拡散項が ridge 上で異なる他は、大きな違いは認められない。ridge 上で生成項が大きくなるのは、図-8, 13 から明らかなようにレイノルズせん断応力 $-\overline{u'v'}$ が ridge 近傍で大きくなるためである。また、乱流拡散項が平行平板間流れと異なるのは、二次流が三次の高次モーメントに影響するためであり、興味深い結果となっている。二次流のレイノルズ応力への影響は、中川ら¹⁰⁾により考察されている主流方向のレイノルズ運動量方程式を鉛直方向に積分した以下の式(4)によって検討する。

$$\begin{aligned} -\overline{u'v'} + \frac{1}{\text{Re}_\tau} \frac{\partial U^+}{\partial y} &= \left(1 - \frac{y}{h} \right) - \int_y^h \left(V^+ \frac{\partial U^+}{\partial y} + W^+ \frac{\partial U^+}{\partial z} \right) dy \\ &\quad + \int_y^h \frac{\partial}{\partial z} \left(-\overline{u'w'} \right) dy \end{aligned} \quad (4)$$

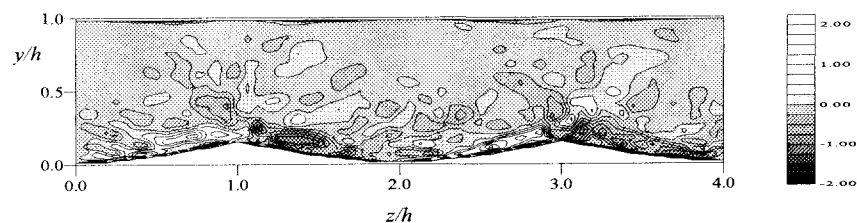
ここで、 h は水深とする。二次元等流場では右辺第一項によりせん断応力は直線分布を示す。しかし、二次流の



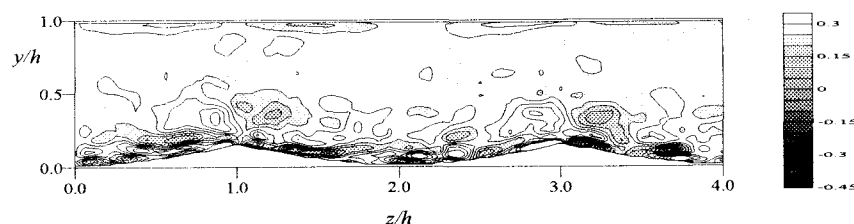
(A) 移流項 $(V^+ \frac{\partial \omega_x^+}{\partial y^+} + W^+ \frac{\partial \omega_x^+}{\partial z^+}) \times 10^3$ の空間分布



(B) 垂直成分項 $\frac{\partial^2}{\partial y^+ \partial z^+} (\overline{v^{+2}} - \overline{w^{+2}}) \times 10^3$ の空間分布



(C) せん断成分項 $(\frac{\partial^2}{\partial z^{+2}} - \frac{\partial^2}{\partial y^{+2}}) \overline{v^+ w^+} \times 10^3$ の空間分布



(D) 粘性拡散項 $\frac{1}{Re_\tau} (\frac{\partial^2 \omega_x^+}{\partial y^{+2}} + \frac{\partial^2 \omega_x^+}{\partial z^{+2}}) \times 10^3$ の空間分布

図-15 渦度輸送方程式の空間分布

存在する流れ場ではせん断応力に移流項の右边第二項および乱流拡散項の右边第三項が付加する。ridge および trough 上における右边第二項および第三項の計算結果を、相対水深を縦軸とした図-14 に示す。右边第二項は、上昇流部でせん断力を弱め、逆に下降流部ではせん断力を強める働きがある。乱れによる横断方向の運動量輸送を表す右边第三項は、右边第二項とは逆符号を示し、せん断応力を ridge 上では強め、trough 上では弱める働きのあることが分かる。また、右边第二項と第三項の和は、ridge 上では $y/h=0.4$ 付近で極大値、 $y/h=0.15$ (頂部) で

極小値を取り、また、trough 上では $y/h=0.2$ 付近で極小値を取る。このことは、図-8.13 のレイノルズせん断力 $-\overline{u^+ v^+}$ の空間分布を説明し、さらには底面せん断力が上昇流部で小さく、下降流部で大きくなること^{(10), (11)} にも対応している。

4. 二次流の発生機構

主流方向に軸を持つ平均渦度成分 ω_x^+ の収支式は、Brundrett & Baines⁽¹⁵⁾ に従い、次の式(5)で表される。

$$U_j \left(\frac{\partial \omega_x^+}{\partial x_j} = \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (\overline{v^{+2}} - \overline{w^{+2}}) + \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) (\overline{-v^+ w^+}) \right. \\ \left. + \frac{1}{\text{Re}_\tau} \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \omega_x^+ \right) \quad (5)$$

左辺の移流項、右辺第一項のレイノルズ法線応力差、第二項のレイノルズせん断応力および第三項の粘性拡散の計算値を図-15に示す。計算結果は瀬津・中川¹⁶⁾による実験結果とよく一致しており、 ω_x^+ の絶対値が大きい領域で、右辺第一項と第二項が卓越し、互いに逆符号を取りバランスしていること、ならびに移流項および粘性拡散項は相対的に小さく無視できることが分かる。レイノルズせん断応力 $-\overline{v^+ w^+}$ は、他のレイノルズせん断応力項に較べて微少量でありエネルギー収支においては無視できるが、空間2階微分係数は相対的に大きな値をとり、 ω_x^+ の収支式においては支配項となる。さらに、 ω_x^+ の符号はレイノルズせん断応力 $-\overline{v^+ w^+}$ の空間2階微分係数の符号と一致し、法線応力差 $(\overline{v^{+2}} - \overline{w^{+2}})$ の空間2階微分係数の符号とは逆の符号をとることが認められる。即ち、DNSの計算結果から、二次流の発生原因として定説化されてきたレイノルズ応力差 $(\overline{v^{+2}} - \overline{w^{+2}})$ は二次流を抑制する働きを持ち、レイノルズせん断応力 $-\overline{v^+ w^+}$ が二次流を発生させる駆動力としての作用を持ち、両者がバランスして安定な二次流が形成されたものと考えられる。

5. まとめ

本研究では、縦筋河床を模擬した固定波面上における流れ場を直接数値シミュレーションによって再現し、縦筋河床上の乱流特性量、乱れエネルギーの収支、二次流のレイノルズ応力への影響および二次流の発生機構について検討した。得られた知見は、以下のとおりである。

- 1) 本シミュレーションによって縦筋河床上の流れ場が良好に再現され、計算結果については平均特性量はもとより、乱流特性量も従来の計測結果と概ね一致することが認められた。
- 2) 乱れエネルギーの収支が ridge と trough 上で検討され、trough 上では収支式の各項が平行平板間流れのそれとほぼ一致する一方、ridge 上では乱れエネルギーの生成項と乱流拡散項が二次流の影響を受け平行平板間流れと異なる。
- 3) 二次流のレイノルズせん断応力 $-\overline{u^+ v^+}$ への影響について運動量輸送方程式をもとに検討した結果、上昇流は $-\overline{u^+ v^+}$ を弱め、下降流は $-\overline{u^+ v^+}$ を強めるために底面せん断力が trough 付近で大きく、ridge 付近で小さくなること、さらに乱れによる横断方向の運動量輸送 $-\overline{u^+ w^+}$ は $-\overline{u^+ v^+}$ を ridge 上方で強め、trough 上方では弱めることが再現された。
- 4) 二次流の発生機構について主流方向の平均渦度成

分の収支式をもとに検討した結果、二次流の発生原因として定説化されてきたレイノルズ法線応力差 $(\overline{v^{+2}} - \overline{w^{+2}})$ は二次流を抑制する働きを持ち、一方、レイノルズせん断応力 $-\overline{v^+ w^+}$ が二次流を発生させる主因で駆動力としての作用を持ち、両者がバランスして縦筋上に安定した二次流が形成されるものと考えられる。

参考文献

- 1) Bradshaw, P.: Turbulent secondary flows, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, No.19, pp.53-74, 1987.
- 2) 芦田和男編：洪水流の三次元流況と流路形態に関する研究，土木学会水理委員会，1982.
- 3) 小林敏雄，岡本孝司，佐賀徹雄：Particle Image Velocimetry の展開，可視化情報，Vol.20, No.77, 2000.
- 4) A. Huser & S. Biringen: Direct numerical simulation of turbulent flow in a square duct, *J. Fluid Mech.*, Vol.257, pp.65-95, 1993.
- 5) 大本照憲，平野宗夫：縦筋河床の形成領域と掃流力の分布特性に関する研究，土木学会論文集，No.399/II-10, pp.75-841, 1988.11.
- 6) 林俊一郎，大本照憲，矢北孝一，平川隆一：風上差分スキームを用いた直接数値シミュレーションの基礎的研究，応用力学論文集，Vol.2, pp.599-608, 1999.
- 7) 林俊一郎，大本照憲，矢北孝一，平川隆一：一般座標系 Regular 格子による開水路乱流の DNS，水工学論文集，第 44 巻，pp.593-598, 2000.
- 8) 林俊一郎，大本照憲，矢北孝一，平川隆一：一般座標系風上 DNS による開水路乱流の構造解析，応用力学論文集，Vol.3, pp.763-774, 2000.
- 9) Nezu, I. & Nakagawa, H.: Cellular Secondary Currents in Straight Conduit, *J. Hydraulic Eng.*, ASCE, Vol.110, No.2, pp.373-193, 1984.
- 10) 中川博次，瀬津家久，富永晃宏：2 次流を伴う流れの乱流構造について，第 26 回水理講演会論文集，pp.469-474, 1982.
- 11) 大本照憲，平野宗夫，M.S.Pallu：縦筋河床上の三次元乱流構造について，第 33 回水理講演会論文集，pp.529-534, 1989.
- 12) C.R. Smith & S.P. Schwartz: Observation of streamwise rotation in the near-wall region of a turbulent boundary layer, *Phys. Fluids*, 26, No.3, pp.641-652, 1983.
- 13) 大本照憲，平野宗夫：縦渦列の安定機構とその制御について，水工学論文集，第 37 巻，pp.495-501, 1993.
- 14) 笠木伸英：直接数値シミュレーションによる乱流輸送現象のデータベース構築に関する研究，平成 3 年科学研究費補助金（総合研究 A）研究成果報告書，1992.
- 15) Brundrett, E. & Baines, W.D.: The production and diffusion of vorticity in duct flow, *J. Fluids Mech.*, Vol.19, pp. 375-394, 1964.
- 16) 瀬津家久，中川博次：渦度輸送方程式による並列らせん流の実験的研究，第 26 回水理講演会論文集，pp.641-646, 1982.

(2000. 10. 2 受付)