

低レイノルズ数型 $k-\varepsilon$ モデルとVOF法を用いた 非定常開水路流の数値計算

NUMERICAL ANALYSIS OF DEPTH-VARYING UNSTEADY OPEN-CHANNEL FLOWS WITH A LOW REYNOLDS NUMBER $k-\varepsilon$ MODEL AND VOF METHOD

瀬津家久¹・牛島省²・山上路生³・坂根由季子³

Iehisa NEZU, Satoru USHIJIMA, Michio SANJOU, Yukiko SAKANE

¹フェロー 工博 京都大学大学院教授 環境地球工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

²正会員 工博 京都大学大学院助教授 環境地球工学専攻

³学生員 京都大学大学院 環境地球工学専攻

Numerical analysis of unsteady open-channel flows was conducted by making use of low Reynolds number $k-\varepsilon$ model, involved with the anisotropic turbulence modeling, and VOF method. The distributions of ensemble averaged velocity and the values of turbulence have been obtained in the whole flow region from the wall to the time-depending free surface, and the values of these calculations coincide well with LDA database. In addition, the distribution of turbulent energy budget and the constituents of shear stress in depth-varying unsteady flows, which are difficult to be measured, have been calculated and the ability of this calculation about unsteady open-channel flows has been proved.

Key Words : *Unsteady Open-Channel Flows, low Reynolds number $k-\varepsilon$ model, VOF method*

1. はじめに

我が国は毎年洪水災害が頻繁に発生し、多くの被害を受けている。また時空間的な非定常性を有する洪水流は河川環境にも大きな影響を与えるため、防災上の水工設計だけでなく、環境面を重視する河川計画にとっても非定常開水路流の特性を把握しておくことは重要である。

このような非定常開水路流の乱れ特性などの内部構造は、近年の測定機器の高精度化によって、次第に明らかにされた。Nezu ら¹⁾は高精度のレーザー流速計 (LDA) を用いて粘性底層から自由表面までの全層にわたって非定常開水路流の測定を行い、非定常開水路流の内部特性を詳細に議論した。

しかしながら、実験による手法は非定常開水路流の研究に大きく貢献するものの、多大な時間と労力を要することや水深増加領域や底面近傍の測定が難しいことなどの問題点もある。特に比較的レイノルズ数が大きくなると摩擦速度の増加に伴い粘性底層の測定が制限される。

このような問題点を克服するためには、数値計算手法を非定常開水路流に適用する必要がある。従来の非定常開水路流を対象とした数値計算的研究は、洪水流の氾濫解析や実河川を対象とした非定常計算によくみられるが、これらはいずれも平面2次元的なもので非定常流の乱れ特性や水深方向速度分布といった内部特性を厳密に計算したものはみられない。

非定常開水路流れの鉛直方向の基本特性を理解することは、洪水流中の土砂輸送や拡散問題を考える上で重要であり、鉛直2次元もしくは3次元の数値計算モデルが必要である。そこで本研究では、乱流構造の把握が比較的容易である滑面流れを対象に粘性底層まで鉛直2次元の計算を行い、Nezu ら¹⁾のLDAによる実験結果と比較することで、数値計算による非定常開水路流れの特性解明の可能性を検討する。

本計算では低レイノルズ数型 $k-\varepsilon$ モデルと自由表面計算手法であるVOF法を用いることで、水深および速度が時空間的に変化する非定常開水路流の内部構造を計算した。さらに非等方乱流モデルの導入により乱れ強度やレイノルズ応力の挙動も算出した。

2. 計算方法と計算条件

(1) 計算ケース

本研究では、Nezu ら¹⁾のLDAの実験ケース (表-1) を中心に計算を行った。この実験結果 (LDA-data) を用いて本数値モデルの検証と考察を行う。流入流量は時間的にsin波のハイドロである。 α は瀬津ら¹⁾⁻⁴⁾が式(1)で定義している非定常パラメータで、非定常開水路流れの非定常性の大きさを表す指標である。ここでは実河川で観測される洪水流よりも非定常性が十分大きい流れ場を対象としている (実洪水流の10~100倍の α)。なお、 b および p はベース時

表-1 計算ケースと記号の説明

case	T_d	U_b	U_p	h_b	h_p	$\alpha (\times 10^{-4})$
S1	30	0.3	0.58	0.04	0.066	1.96
S2	60	0.3	0.58	0.04	0.066	0.98
S3	90	0.3	0.58	0.04	0.066	0.73
S4	120	0.3	0.58	0.04	0.066	0.49

$T_d(s)$: 増水期間

$U_b(m/s)$: ベース時の断面平均主流速

$U_p(m/s)$: ピーク時の断面平均主流速

$h_b(m)$: ベース時の水深 $h_p(m)$: ピーク時の水深

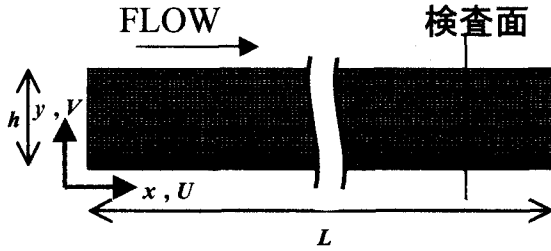


図-1 計算格子と座標系

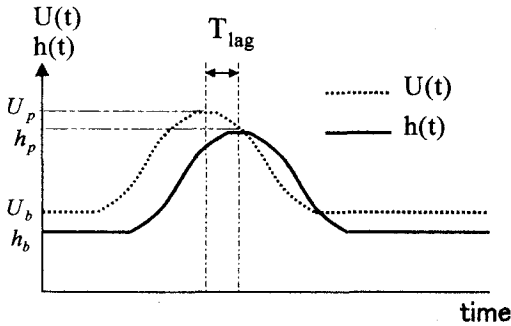


図-2 非定常開水路流れにおける流速と水深の時間変化の概念図

とピーク時を表す添字である。

$$\alpha \equiv \frac{1}{U_c} \frac{\partial h}{\partial t} \cong \frac{1}{U_c} \frac{h_p - h_b}{T_d} = \frac{V_s}{U_c} \quad U_c = \frac{U_b + U_p}{2} \quad (1)$$

(2) 計算方法

本研究では、次式で示されるAbe⁹⁾らの低レイノルズ数型 $k-\varepsilon$ モデルを用いて粘性底層を含む領域を計算した。さらに、乱れ強度と乱れエネルギーを計算するために非等方乱流モデルを導入した。非等方モデルは機械工学分野を中心に段落ちや旋回流など様々な流れ場への導入が進んでいる⁶⁾。ここではそのうち溝乱流への適用性が高いモデル⁷⁾ ((7)~(9)式)を用いた。また自由表面の計算にはVOF (Volume of Fluid) 法^{8),9)}を用いた。なお、(2)式で表される運動方程式の移流項の差分スキームにはQUICKを適用した。図-1は計算格子図であり、底面ほど格子幅は小さい。粘性底層での計算を可能とするために底面からの第一格子点高は $y^+ = U_\tau y / \nu < 0.5$ を満たす

ように設定した。計算は L を流下方向計算区間長とすると、流れが十分に発達する $L/h_b \cong 20$ までの領域にわたって行った。下流端の影響を避けるために以下の考察における各計算値は $x/L = 0.9$ の検査面の値を用いた。

(低レイノルズ数型 $k-\varepsilon$ モデル)

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right) \quad (2)$$

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\nu + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\} + G - \varepsilon \quad (3)$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\nu + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right\} + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} f_1 G - C_{\varepsilon 2} f_2 \varepsilon) \quad (4)$$

$$G = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (5)$$

$$v_t \equiv C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (6)$$

$$\text{ここで } -\overline{u_i u_j} = v_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad f_1 = 1.0$$

$$f_2 = \left\{ 1 - \exp(-y^*/3.1) \right\}^2 \cdot \left[1 - 0.3 \exp\left\{ -(Rt/6.5)^2 \right\} \right]$$

$$f_\mu = \left\{ 1 - \exp(-y^*/14) \right\}^2 \left[1 + \frac{5}{Rt^{3/4}} \exp\left\{ (Rt/200)^2 \right\} \right]$$

$$Rt = \frac{k^2}{\nu \varepsilon} \quad y^* = \frac{y}{\eta} \quad \eta = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4}$$

$$C_\mu = 0.09 \quad C_{\varepsilon 1} = 1.5 \quad C_{\varepsilon 2} = 1.9$$

$$\sigma_k = 1.4 \quad \sigma_\varepsilon = 1.4 \quad (\text{モデル定数})$$

(非等方乱流モデル)

$$\overline{u^2} = \frac{2}{3} k - 2\nu_t \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{3} \frac{k}{\varepsilon} \nu_t \cdot \{ (C_1 + C_2 + C_3) \cdot \left[\frac{\partial U}{\partial x} \right]^2$$

$$+ (2C_1 - C_3) \cdot \left[\frac{\partial U}{\partial y} \right]^2 + C_2 \cdot \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial x} + (-C_1 + 2C_3) \cdot \left[\frac{\partial V}{\partial x} \right]^2 \} \quad (7)$$

$$\overline{v^2} = \frac{2}{3} k - 2\nu_t \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{1}{3} \frac{k}{\varepsilon} \nu_t \cdot \{ (C_1 + C_2 + C_3) \cdot \left[\frac{\partial U}{\partial x} \right]^2$$

$$+ (2C_1 - C_3) \cdot \left[\frac{\partial V}{\partial y} \right]^2 + C_2 \cdot \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial x} + (-C_1 + 2C_3) \cdot \left[\frac{\partial U}{\partial y} \right]^2 \} \quad (8)$$

$$\overline{uv} = -\nu_t \left[\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right] + \frac{k}{\varepsilon} \nu_t \cdot (C_1 - C_3) \cdot \left[\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} \right] \cdot \frac{\partial U}{\partial x} \quad (9)$$

$$\text{ここで } C_1 = 0.63 \quad C_2 = -3.67 \quad C_3 = -0.07 \quad (\text{モデル定数})$$

(3) 境界条件

一般に非定常開水路流れでは、水深と速度のピーク時刻に時間差 T_{lag} が生じることが知られている(図-2)。本研究ではこの T_{lag} にLDAの実験値²⁾を適用して速度-水深の流入条件を与えた。また、流入圧力には静水圧分布を、流入速度に関しては対数則¹⁰⁾を用い、 k および ε に関しては瀬津の普遍関数¹⁰⁾を与えた。また流出境界には、自由流出条件を適用した。底面境界にはNon-slip条件を与え、粘性底層まで計算した。さらに水面での速度および圧力値はVOF法により計算した。

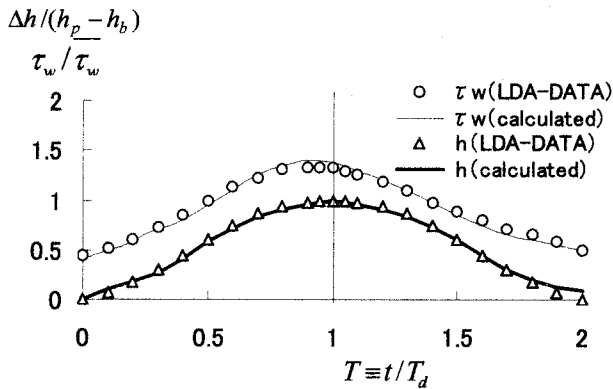


図-3 底面せん断応力と水深の時間変化特性 (CASE: S2)

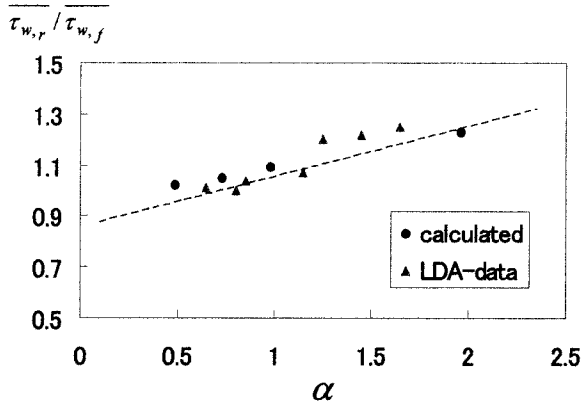


図-4 減水期の底面せん断応力の平均値に対する増水期の比

3. 計算結果と考察

(1) 底面せん断応力の時間変化特性

水深積分型の方程式においても非定常流れの水利特性を計算することは可能であるが、摩擦速度 U_* を経験式から評価しなければならないため、底面せん断応力 $\tau_w = \rho U_*^2$ の時間的な挙動を正確に評価することは難しい。一方、本研究では U_* を対数則から厳密に求めた。図-3に検査面におけるベースフローからの水深変化 Δh と底面せん断応力 $\tau_w = \rho U_*^2$ の時間変化を示す。横軸には水位上昇時間による無次元化時間 $T \equiv t/T_d$ を取った。両者ともsin波的な挙動を表すが、せん断応力のピークが水深のピーク ($T=1$) よりも時間的に早く現れており、従来の実験で得られている結果を計算で再現できた。さらに h の時間変化も実験値とほぼ一致した。また、底面せん断応力を増水期のみで時間平均した $\overline{\tau_{w,r}}$ と減水期のみで時間平均した $\overline{\tau_{w,f}}$ を算出し、これらの比 $\overline{\tau_{w,r}}/\overline{\tau_{w,f}}$ を非定常パラメータ α に対して示したものが図-4である。増水期の平均せん断応力 $\overline{\tau_{w,r}}$ は減水期の $\overline{\tau_{w,f}}$ より大きく、その差は非定常性の増加に

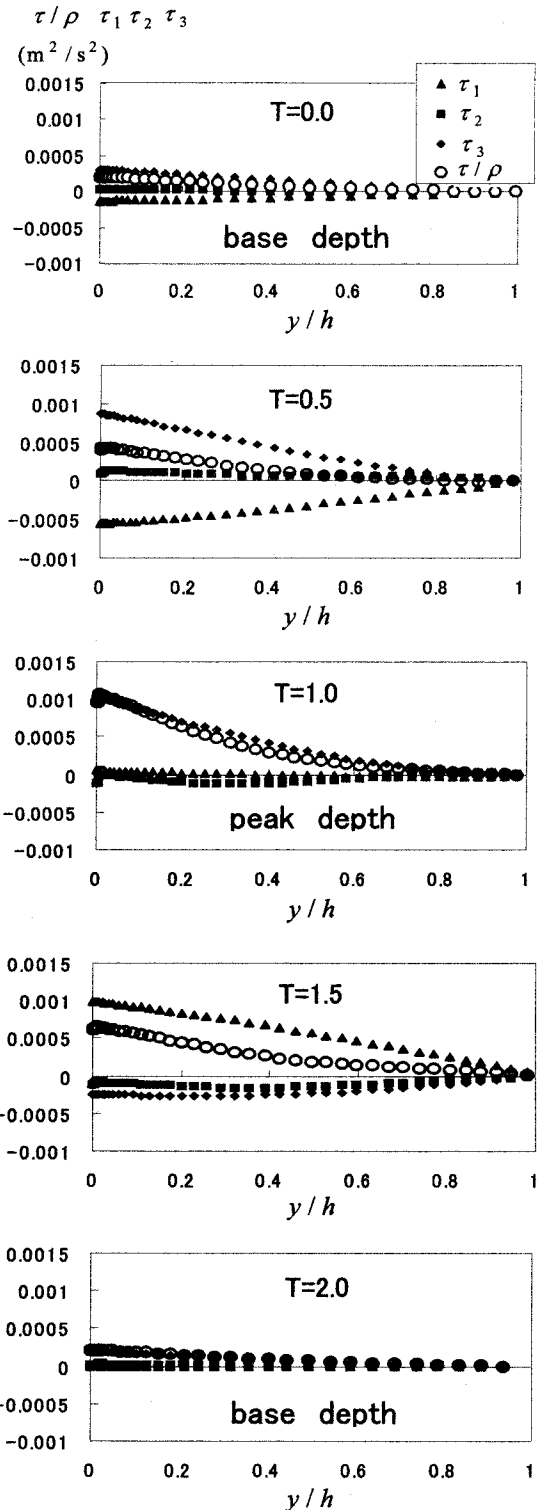


図-5 せん断応力に及ぼす非定常性の影響 (CASE: S2)

ともない大きくなることが計算でも示された。

(2) せん断応力分布に及ぼす非定常効果

図-5は、せん断応力分布に及ぼす非定常効果を時系列変化として表したものである。

式 (2) の主流方向運動方程式を $\tau(h)=0$ および $\partial\tau/\partial x=0$ の仮定の下で水深方向に積分すると、式 (10) で示されるせん断応力 $\tau(y)$ に関する方程式が

導出される.

$$\tau(y)/\rho = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 \quad (10)$$

ここで,

$$\tau_1 = -\int_y^h \frac{\partial U}{\partial t} dy$$

$$\tau_2 = -\int_y^h \left(U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} \right) dy$$

$$\tau_3 = \int_y^h \left(g \cdot \sin \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \right) dy \quad \theta : \text{水路床勾配}$$

式(10)から $\tau(y)$ は,主流速の時間的加速度に関する項 $\tau_1(y)$,流速の対流に関する項 $\tau_2(y)$,圧力勾配および河床勾配に関する項 $\tau_3(y)$ から構成されることがわかる.

水深が増加し始める時刻 $T=0$ では非定常効果はほとんどなく τ の絶対値は小さい.主流速の時間的加速度がほぼピークとなる時刻 $T=0.5$ では τ_1 は負値となるが, τ_2, τ_3 は正值となり,結果的に τ は増加する.水深がピークとなる $T=1$ では時間的および空間的な加速度がほとんどなくなるために, τ は τ_3 のみに依存し,ほぼピーク値に達する.さらに減水期($T=1.5$)には τ_1, τ_2 および τ_3 が増水期とは正負を逆転しながら,再び定常状態($T=2$)に達すると同時に, τ も減少してベースフロー時の値に戻る.なお,この結果は,門田¹¹⁾による洪水流の伝播速度を長波の速度で代用した近似解とも定性的に一致した.

(3) 乱れ特性量の鉛直方向分布特性

図-6は乱れ強度の水深方向分布特性を示したものである.図中の曲線は式(11)で表される等流状態での欄津の普遍関数⁹⁾を示している.計算値は実験値と若干のずれがあるものの普遍関数とほぼ一致しており,無次元乱れ強度は非定常性の影響を受けないという従来の知見¹⁾と同様の傾向が得られた.

$$\frac{u'}{U_*} = 2.30 \exp \left(-\frac{y}{h} \right) \quad (11)$$

(4) 速度分布特性

図-7に鉛直方向速度分布の時系列特性を実験結果とともに示す.縦軸は摩擦速度で無次元化した速度,横軸は底面からの無次元化距離を取っている.

a) 内層 ($y^+ \leq 200$): バッファー層では実験結果と同様,平均速度分布は,増水期・減水期を通じて非定常性の影響を受けずに対数則に従うことがわかる.

b) 外層 ($y^+ \geq 200$): 定常状態ではRe数が小さいために速度分布は対数則に従うが,水深が増加するにつれて,対数則からずれてwakeが生じており,実験結果でみられる非定常流の速度分布特性と良好に一致している.

Nezu and Rodi¹²⁾は,滑面開水路の外層における対数則からのずれが,境界層で用いられているColes

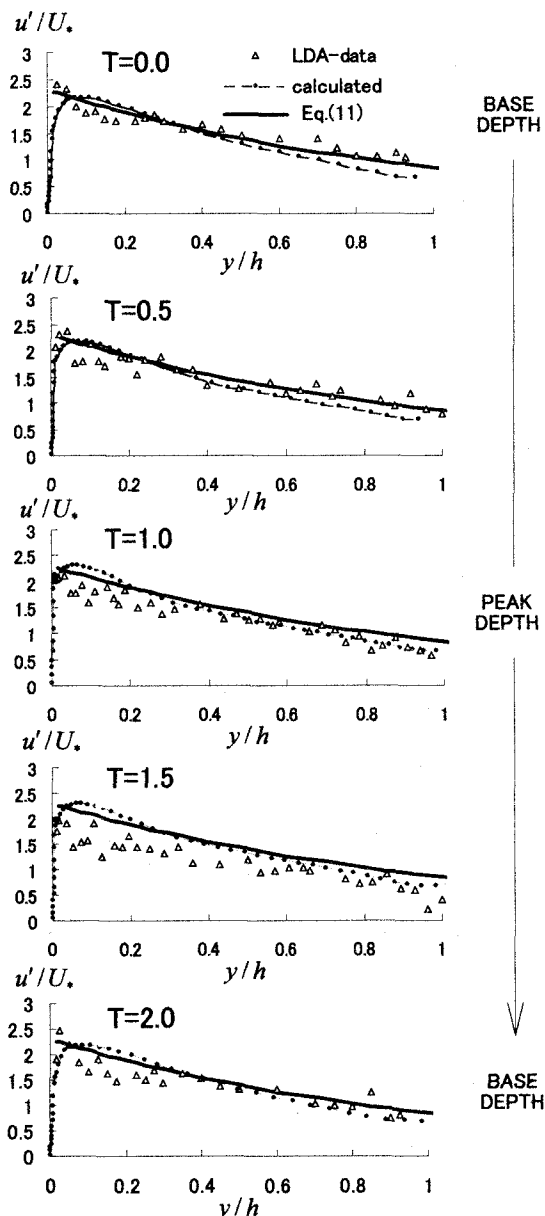


図-6 乱れ強度 u' の分布特性(CASE:S2)

のwake関数で良好に表せることを示し,次式を提唱した.

$$\frac{U}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{U_* y}{\nu} \right) + A + \frac{\Pi}{\kappa} w(\xi) \quad (12)$$

ここで $w(\xi) = 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} \right) \xi$, $\xi = y/h$, $\kappa = 0.41$

A は積分定数で本研究では5.29とした. Π はwake強度で,対数則からのずれの大きさを表す定量的な指標である.図-8は(12)式から算出した Π 値の時間変化を示したものである.計算値および実験値の両者ともに水深が増加するにつれて Π 値は定常時の値から増加し,水深がピークとなる以前にピークに達する.実験値と計算値の定量的なずれの原因に関しては境界条件の設定等が考えられるが詳細は不明であり,今後の課題としたい.

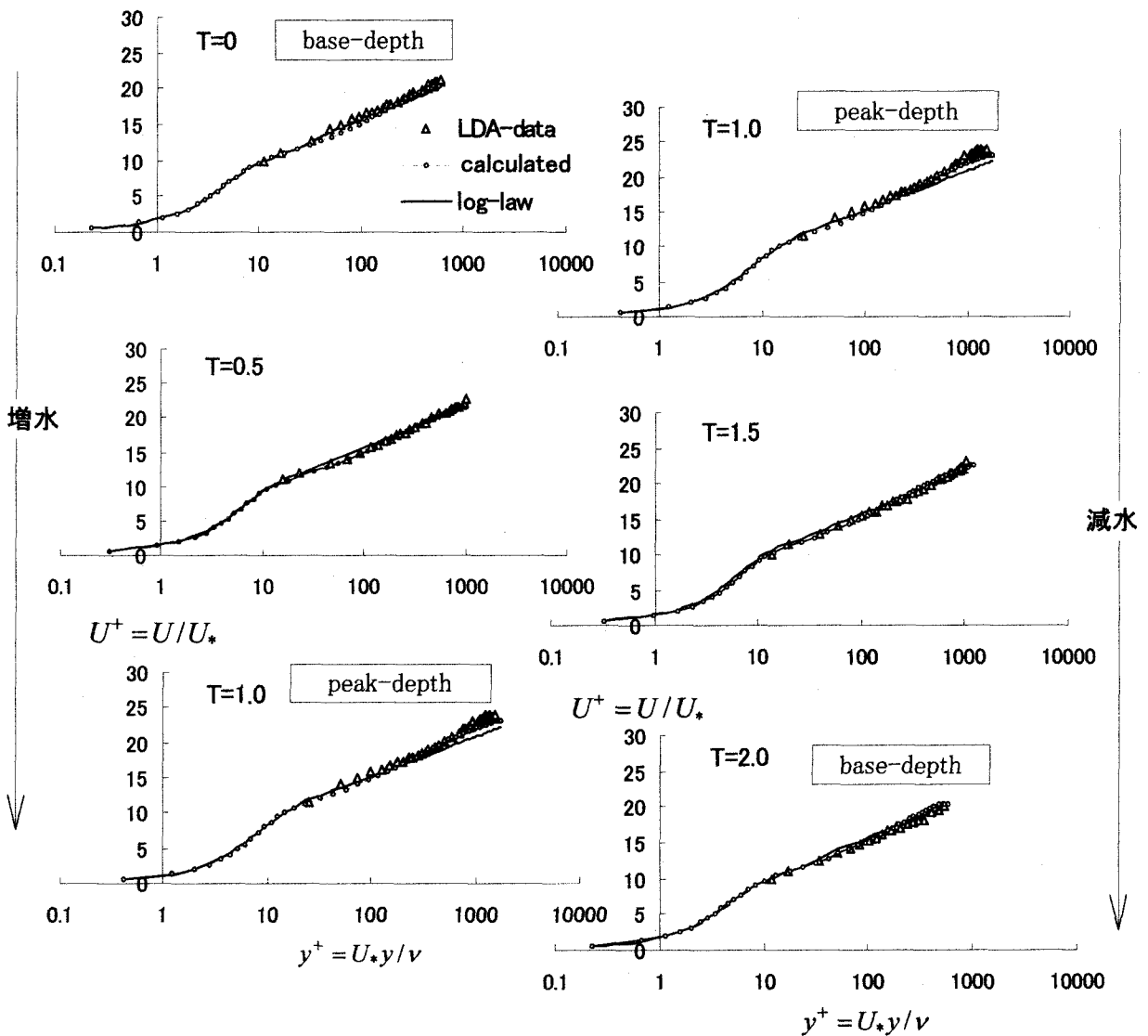


図-7 主流速 $U(y, t)$ の内部変数表示の時刻 $T \equiv t/T_d$ に対する変化
(左図：増水期 右図：減水期)
(CASE:S2)

(5) エネルギー収支特性

図-9は式(5)で定義した乱れエネルギーの発生率 G とそのエネルギー散逸率 ε の関係 G/ε の時間変化を示したものである。ここで縦の破線は乱れエネルギーの過不足領域の境界を表している。定常状態($T=0$)では従来の知見¹³⁾どおり、底面極近傍を除く内層で乱れエネルギー過剰領域($G/\varepsilon > 1$)が存在し、外層で不足領域($G/\varepsilon < 1$)が存在するが、流量が増加するにつれて内層で平衡領域($G=1$)が現れ、水深ピーク時($T=1$)には全領域にわたって乱れエネルギーが不足することがわかる。さらに減水期には再び内層において平衡領域が現れ、等流時($T=2$)には内層においてエネルギー過剰領域が現れる。これは流量増加に伴い、流れが空間的に減速されて式(4)の ε 方程式の生産項が等流時より大きくなるからである。以上の結果から非定常開水路

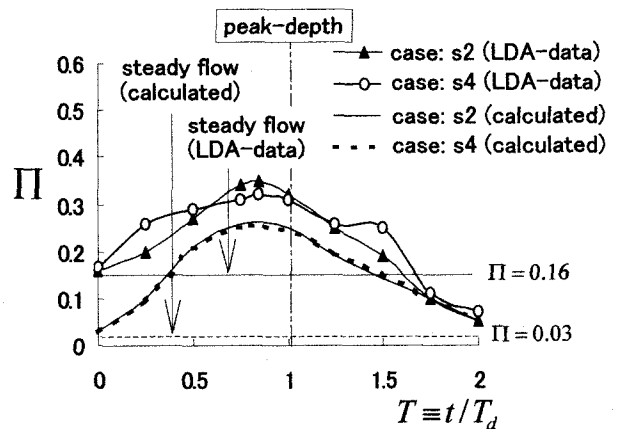


図-8 wake強度 Π の時間変化

流れでは定常開水路流れと異なり、全領域にわたって散逸率が発生率を上回ることが予測され、今後さらに詳細な検討が必要である。

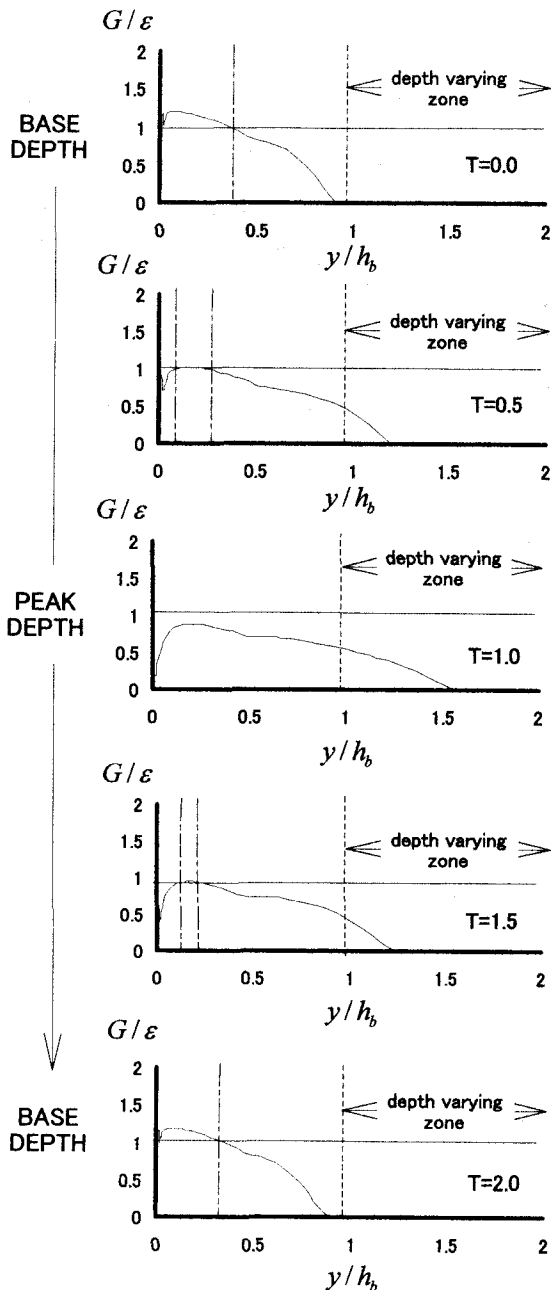


図-9 乱れエネルギー収支特性 (CASE:S2)

4. おわりに

本研究では、実河川で観測される洪水流よりも非定常性が高く、流量がsin波的に変化する非定常開水路流れを対象に非等方低レイノルズ数型 $k-\epsilon$ モデルとオイラー型自由表面計算コードであるVOF法を用いて数値計算を行い、従来の実験結果と比較する

ことでその適用性を検討した。

数値計算結果は、実験によって解明されている非定常流の特徴をほぼ再現できているが、 Π 値に関しては定量的なずれが認められる。高次スキームや高精度モデルの導入等によって、より信頼性の高い数値計算モデルを構築することができれば、測定が難しいとされる底面近傍領域や水深増加領域の非定常挙動や乱れエネルギー収支特性およびせん断応力への寄与項などの時系列特性について信頼性の高い考察が詳細に行えるものと考えている。

参考文献

- 1) Nezu, I., Kadota, A. and Nakagawa, H.: Turbulent structure in unsteady depth-varying open channel flows, *J. Hydraulic Eng.*, ASCE, vol. 123, pp. 752-763, 1997.
- 2) 瀬津家久・門田章宏・中川博次: 非定常開水路流れの乱流構造に関する実験的研究, 土木学会論文集, No. 491/II-27, pp. 81-88, 1994.
- 3) Nezu, I. and Nakagawa, H.: Turbulence measurements in unsteady free-surface flows, *Flow Measurements and Instrumentation*, Butterworth Heinemann, UK, vol. 6, No. 1, pp. 49-59, 1995.
- 4) 鬼束幸樹・瀬津家久: 滑面開水路流の内層に及ぼす非定常性の影響, 水工学論文集, 第43巻, pp. 353-358, 1999.
- 5) Abe, K., Nagano, Y. and Kondo, T.: Numerical prediction of separating and reattaching flows with a modified low-Reynolds-number $k-\epsilon$ model, *J. Wind Eng.*, vol. 52, pp. 213-218, 1992.
- 6) 西島勝一: 3次元非線形 $k-\epsilon$ モデルによる外壁が回転している円管内旋回流の数値解析, 生産研究, vol. 51, pp. 21-24, 1999.
- 7) 西島勝一: 非等方 $k-\epsilon$ モデル, 生産研究, vol. 43, pp. 20-27, 1991.
- 8) Hirt, C.W. and Nichols, B.D.: Volume of fluid method for the dynamics of free boundaries, *J. Comp. Phys.*, vol. 39, pp. 201-225, 1981.
- 9) 米山望・守屋祥一: VOF法を用いた自由液面の数値解析手法, 水工学論文集, 第39巻, pp. 373-378, 1995.
- 10) 瀬津家久: 開水路流の乱流構造に関する基礎的研究, 京都大学博士論文, 1977.
- 11) 門田章宏: 開水路流れの乱流特性に及ぼす圧力勾配の影響と組織渦構造に関する研究, 京都大学博士論文, 1997.
- 12) Nezu, I. and Rodi, W.: Open-channel measurements with a laser Doppler anemometer, *J. Hydraulic Eng.*, vol. 112, pp. 335-355, 1986.
- 13) Nezu, I. and Nakagawa, H.: Turbulence in open channel flows, Balkema, Publishers, Netherlands, 1993.

(2000. 10. 2受付)