

微小水面変動仮定に基づく低 Froude 数 開水路乱流の直接数値シミュレーション

DIRECT NUMERICAL SIMULATION OF OPEN-CHANNEL FLOW
AT LOW-FROUDE NUMBER BASED ON SMALL-AMPLITUDE WAVE THEORY

横嶋 哲¹・中山 昭彦²
Satoshi YOKOJIMA and Akihiko NAKAYAMA

¹学生員 神戸大学大学院自然科学研究科地球環境科学専攻 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

²正会員 Ph.D. 神戸大学大学院教授 自然科学研究科地球環境科学専攻 (同上)

A direct numerical simulation of a fully-developed turbulent flow in a two-dimensional open channel has been conducted. The effects of the instantaneously deforming free surface and the fluctuation of the vertical velocity component at the free surface are taken into account by applying the small-amplitude wave theory. The results obtained at two subcritical Froude numbers are compared with those conducted for the closed-channel flow and those for the open-channel flow with free-slip approximation for the free surface. Generally, the effects of the motion of the free surface on such quantities as the mean velocity and Reynolds stress distributions and their transports are found to be small except for quantities involving the vertical fluctuation near the surface. The effects on the eddy viscosity coefficient were the most significant and over a large region.

Key Words : DNS, open-channel flow, small-amplitude wave theory, low-Froude number

1. 緒論

1987年に Kim et al.¹⁾による二次元平行平板間流れ(以下, チャネル流)の直接数値シミュレーション(DNS)結果が発表されて以来, DNSは流体力学の基礎的研究に不可欠なものとなり, 以後様々な流れ場に適用されてきた。水理・水工学において重要な開水路流れについても, その最も基本的な流れ場である, 気相の流れを無視した二次元開水路等流(以下, 開水路等流)に対して, 多くの研究者により DNSを用いたアプローチがなされてきた²⁾⁻¹¹⁾。しかしながら既往の開水路等流 DNSは, そのほとんどで自由水面が粘性の作用しない平板(すべり面)として取り扱われており, 水面変動が考慮されたものは数例に過ぎない。

Komori et al. (1993)³⁾は境界適合座標を用いて水面変動を考慮した DNSを実行したが, 水深と断面平均流速を基準とした Froude 数 (Fr) はほぼゼロであり, 彼ら自身も水面変動に関する考察は行っていないことから, 水面変動が流れに及ぼす影響は極めて微小であったと推察される。また格子解像度が不足していたため, データの精度にもやや難がある。Borue et al. (1995)⁵⁾は自由水面の境界条件を線形近似することにより, $Fr=0.1-0.6$ の範囲で DNSを行った。彼らは主に自由水面近傍のスペクトル特

性について検討し, また乱れ強度や渦度変動の rms 値の分布は Froude 数にあまり依存しないことを指摘している。彼らの計算はスペクトル法を用いた解像度の高いものであるが, 計算領域が通常この種の流れで用いられるものに比べてかなり小さく, 周期条件の影響が計算結果に何らかの影響を及ぼしている可能性は無視できない。平均流速分布についても粘性底層において線形則からの逸脱が窺えるなど, 追試されるべき要素を含んでいる。また, Thomas and Williams (1995)⁶⁾は VOF (volume of fluid) 法を用いて $Fr=0.5$ の DNS 及び LES を実施し, 二点速度相関分布や乱流エネルギー収支の評価を行ったが, 水面変動が流れに及ぼす影響に関する考察はほとんどなされておらず, また, 鉛直方向にも等間隔格子を用いていることから壁面及び水面近傍での解像度不足が予想され, エネルギー収支の残差も無視できないものであることから, 精度ある結果を得るには至っていない。

実験的アプローチとしては, Nakayama (2000)¹²⁾がレーザ流速計 (LDA), 超音波波高計, PIV (Particle Image Velocimetry) 法を用いて, 水面近傍での組織渦の時空間相関構造, 乱流構造と水面変動の関連性及び底面近傍で発生するバーストの水面近傍での挙動に関する詳細な検討を行っている。

上述のように開水路乱流において水面変動を考慮した DNS や, 水面変動が流れに及ぼす効果を検討した実験計

測は数例存在するが、DNS については統一的な見解を得るには至らず、実験的手法では高範囲の Reynolds 数、Froude 数条件下での検討が可能であるものの、計測できる物理量やその精度には限界がある。このように水面変動と乱れの相互作用については依然として未解明の部分が多く、特に乱流モデルの開発、改良や評価に有益となる乱流統計諸量やその Froude 数変化特性に関して精度あるデータは得られていない。

本研究は、自由水面の境界条件に Borue et al.⁵⁾に類似した線形近似を施すことにより、Froude 数を変化させた DNS を実施し、乱流構造と水面変動の相互作用が流れ場に及ぼす影響について検討を行うものである。

2. 数值計算法

(1) 支配方程式

密度 ρ ，動粘性係数 ν の非圧縮性 Newton 流体を対象とした場合の質量及び運動量保存則は，以下のように表される。

$$\partial u_i^* / \partial x_i = 0 \quad (1)$$

$$Du_i^*/Dt = -\partial(p^*/\rho)/\partial x_i + g_i + \nu \partial^2 u_i^*/\partial x_j \partial x_j \quad (2)$$

ここで、 x_1, x_2, x_3 はそれぞれ主流方向、路床法線上向き方向、スパン方向座標軸を指し、 u_i^* は i 方向の瞬時速度成分を、 p^* は瞬時の圧力を、 g_i は重力加速度の i 方向成分を表し、路床勾配を θ とすれば $g_1 = g \sin \theta$, $g_2 = g \cos \theta$, $g_3 = 0$ となる。

(2) 自由水面边界条件

Froude 数の低い流れでは跳水や碎波は発生せず、自由水面は水平位置の一個関数とみなすことができる。ここで瞬時の水面位置を $x_2 = h^*(x_1, x_3, t)$ とし、自由水面に対する法線方向と接線方向をそれぞれ n, τ とすれば、気相の流れ及び表面張力が無視できる場合の自由水面に関する力学的条件及び運動学的条件は次式で表現される。

- 動力学的条件 (水面接線方向)

$$\nu(\partial u_n / \partial x_r + \partial u_r / \partial x_n) = 0 \quad \text{on } x_2 = h^* \quad (3)$$

- 動力学的条件 (水面法線方向)

$$p/\rho = 2\nu \partial u_n / \partial x_n \quad \text{on } x_2 = h^* \quad (4)$$

- ・ 運動学的条件

$$\partial h^* / \partial t + u_1 \partial h^* / \partial x_1 + u_2 \partial h^* / \partial x_2 = u_3 \quad \text{on } x_3 = h^* \quad (5)$$

ただし、大気圧はゼロとした。ここでは Bonue et al.⁵⁾と同様に、これらの自由水面境界条件を線形近似したものをを用いる。すなわち、図-1 に示すように h を平均水面位置 H からの変動水深 (すなわち $h=h^*-H$) とすれば、Froude 数の低い流れでは $h/H \ll 1$ が成立するので、これについて二次以上の高次項を無視すれば、以下のような線形化された自由水面境界条件が得られる。

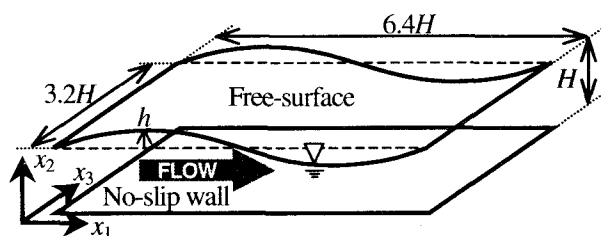


図-1 開水路等流の概要

- 動力学的条件 (水面接線方向)

$$\nu(\partial u_1/\partial x_2)=0 \quad \text{on } x_2=H \quad (6)$$

$$v(\partial u_3 / \partial x_2) = 0 \quad \text{on } x_2 = H \quad (7)$$

- 動力学的条件 (水面法線方向)

$$p/\rho = gh + 2\nu \partial u_2 / \partial x_2 \quad \text{on } x_2 = H \quad (8)$$

- ・ 運動学的条件

$$\partial h / \partial t + u_1 \partial h / \partial x_1 + u_3 \partial h / \partial x_3 = u_2 \quad \text{on } x_2 = H \quad (9)$$

これにより動力学条件(6)-(8)は平均水面位置で課せばよく、運動学的条件に含まれる速度成分も平均水面位置でのものとなり、計算格子を瞬時水面位置の変化に伴って再構成することなく、瞬時水面位置の評価が可能であり、水面変動が流れ場に及ぼす影響を検討することができる。開水路等流の実験計測結果によれば^{13), 14)}、常流の範囲内での水面変動の標準偏差は水深の1%以下になるので、そのような流れ場では線形化近似は良い精度で成り立つと考えられる。

(3) 離散化手法

上述の支配方程式を有限差分法により離散化し、SMAC 法を用いて時間発展させることで、直接シミュレーションを行った。変数配置にはスタガード格子系を採用し、空間差分については対流項の型の互換性及び運動エネルギー保存を満足する、梶島(1994)¹⁵⁾の二次精度中心差分により近似した。時間積分法としては、対流項及び粘性項に二次精度 Adams-Bashforth 法を用いた。ただし、運動学的条件である h の輸送式には拡散項が含まれないため数値的不安定を誘発する可能性があるので、移流項は五次精度風上差分で近似し、三次精度 Adams-Bashforth 法により時間積分を行った¹⁶⁾。境界条件は主流及びスパン方向に周期条件を課し、壁面では粘着条件を、自由水面では前節で示した線形化された自由水面境界条件を与えた。自由水面での圧力境界条件は、すべり面近似の場合には Neumann 条件でチャネル流と同様であるが、本 DNS では式(8)で与えられる Dirichlet 条件へと変化する。しかしながら SOR 法による Poisson 方程式の反復解法の収束性には大きな影響は見られなかった。

(4) 計算条件

本計算における独立パラメータは Reynolds 数及び Froude 数である。Reynolds 数については、自由水面がすべり面近似された開水路等流 DNS⁽¹⁰⁾ (以下, slip-DNS) と比較を行うため、壁面摩擦速度 u_* と平均水深 H を基準

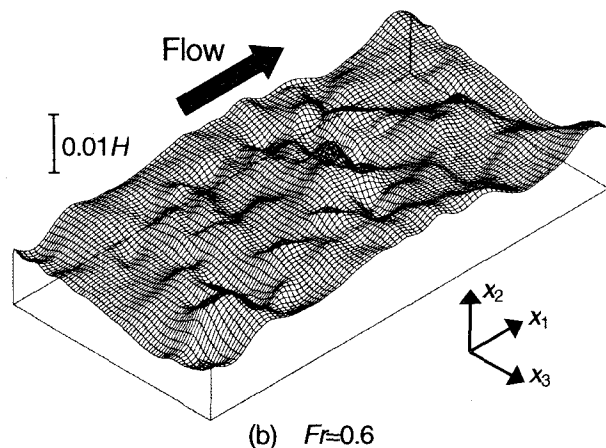
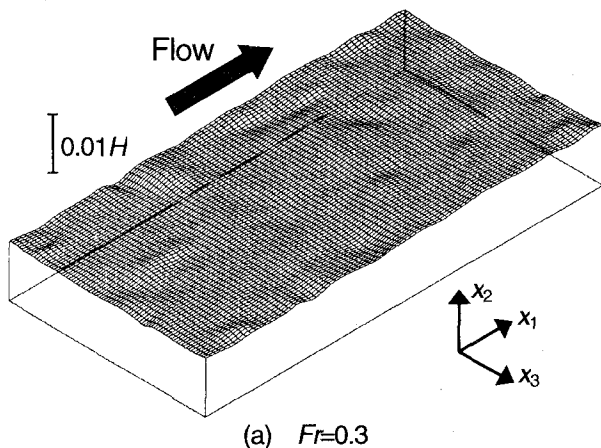
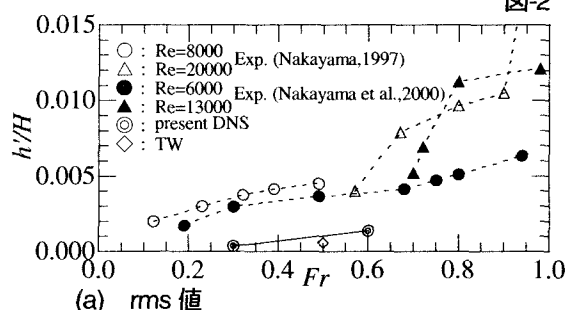
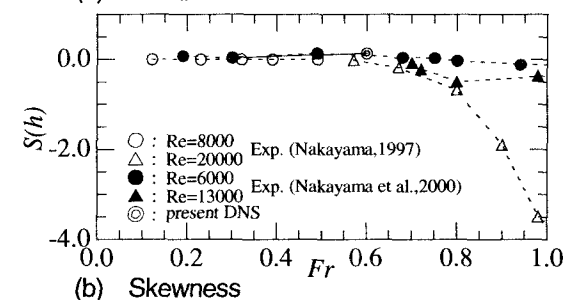


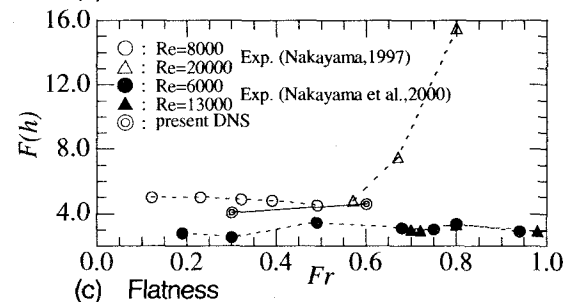
図-2 瞬時自由水面形状



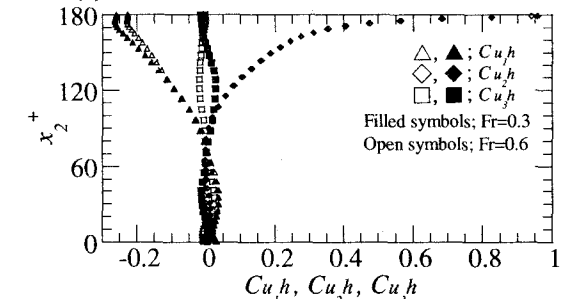
(a) rms 値



(b) Skewness



(c) Flatness



(d) 速度変動－水面変動相関係数

図-3 水面変動に関する統計諸量

とした Reynolds 数 (Re) を 180 とした。Froude 数については、断面平均流速及び水深を基準とした Froude 数 (Fr) を 0.3 及び 0.6 の二ケースの計算を行う。路床勾配

θ については、 u_1 と H を基準とした Froude 数 (Fr_1) との間に、

$$Fr_1^2 = \sin \theta \quad (10)$$

の関係が成り立つ。計算領域は図-1 のように与え、計算格子数は $80 \times 80 \times 80$ とした。slip-DNS ではこの格子解像度で二次までの統計量は十分な精度で再現されることが既に確かめられている¹⁰⁾。初期条件には slip-DNS の瞬時流れを与え、流れが十分発達した後に各種統計量の評価を行った。以下において添え字 (*) は内層表示された物理量を表す。

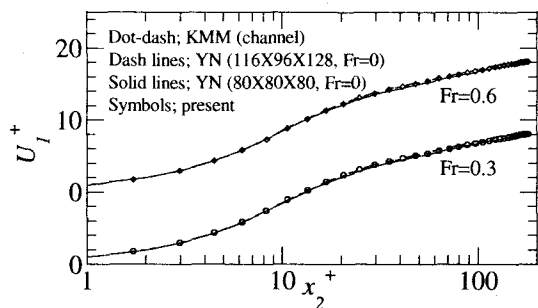
3. 計算結果及び考察

(1) 水面変動に関する結果

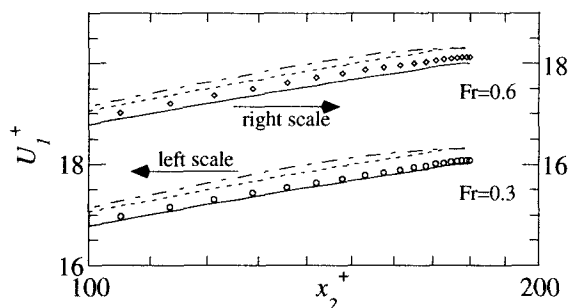
瞬時の自由水面形状を図-2 に示す。ただし水面変動 h の値を 100 倍に拡大して表示しているのに注意されたい。 $Fr=0.3, 0.6$ のいずれにおいても水面変動は粘性スケールに比べてかなり大きなスケールで発生しており、波形に方向性も見られない。また細かいスケールの変動は観察されない。この傾向は Thomas and Williams (TW)⁶⁾ による結果とも一致する。図-3 に自由水面に関する統計量を著者ら(2000)¹³⁾ 及び中山(1997)¹⁴⁾ の計測結果と比較したものを示す。計算された水面変動の rms 値は彼らの計測結果に比べて値が低い、TW の結果には非常に近い。水面変動の skewness 及び flatness についても実験結果と同程度に評価されており、微小水面変動仮定に基づく本 DNS の妥当性が確認される。次式で定義される速度変動－水面変動相関係数

$$C_{u,h} = \overline{u_i h} / (u_{i,rms} h_{rms}) \quad (11)$$

の分布を図-3(d) に示す。ただし本報で示す全ての統計量の x_2 方向分布は 1 点おきのデータが表示されているのに注意されたい。水面近傍では C_{u1h} の値は Froude 数に依らず 1 に漸近するが、 C_{u2h} は負の値をとり、 C_{u3h} は断面全体を通してゼロに近い値となる。 h と u_1, u_2 それぞれとの相関は半水深付近まで存続し、自由水面の変動は大規模スケールの運動と密接な関係がある。

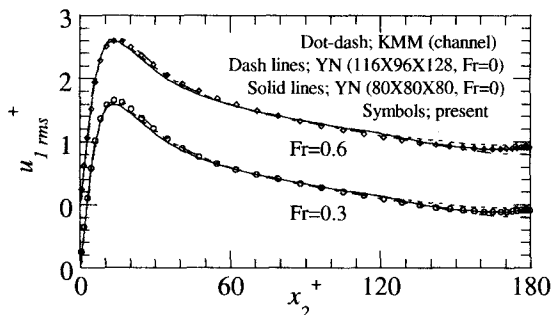


(a) 全断面

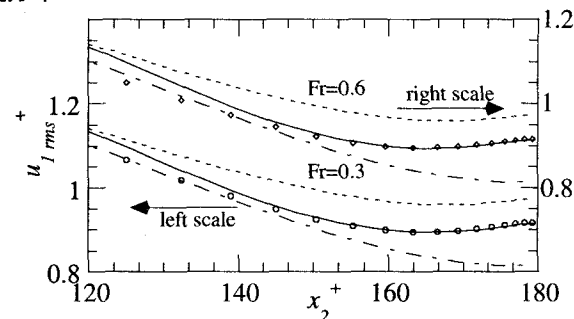


(b) 自由水面近傍

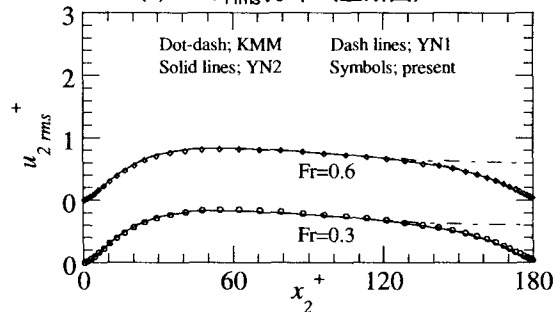
図-4 平均流速分布



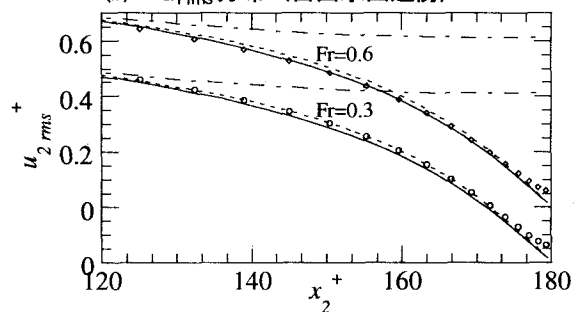
(a) $u_{1\text{rms}}$ 分布 (全断面)



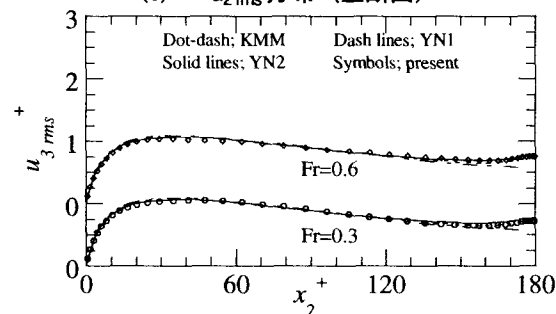
(b) $u_{1\text{rms}}$ 分布 (自由水面近傍)



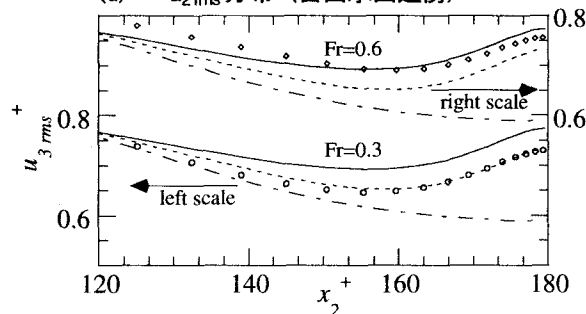
(c) $u_{2\text{rms}}$ 分布 (全断面)



(d) $u_{2\text{rms}}$ 分布 (自由水面近傍)



(e) $u_{3\text{rms}}$ 分布 (全断面)



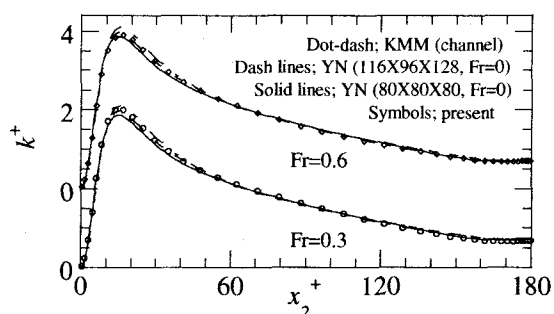
(f) $u_{3\text{rms}}$ 分布 (自由水面近傍)

図-5 乱れ強度分布

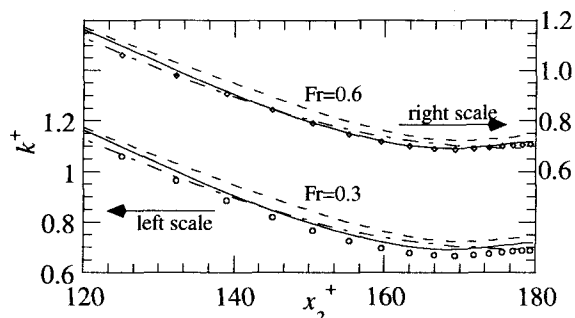
(2) 乱流統計諸量の比較

本節では、水面変動が乱流統計量の分布に及ぼす影響について検討する。参考に Kim et al. (1987, KMM)¹⁾ によるチャンネル流 DNS 及び著者ら(2000, YN)¹⁰⁾ による自由水面がすべり面近似された開水路流 DNS 結果を併せて示す。平均流速分布を図-4 に示す。ほとんどの領域で格子解像度が等しい slip-DNS 結果と一致し、水面近傍でも有意な差はなく、実験で報告されている、水面近傍で平均流速が log 則よりも高めの値をとる wake と呼ばれる現象は見られない。この原因のひとつに、本 DNS の Reynolds 数が低いことや流れが常流状態にあることが挙げられる。図-5 は乱れ強度を成分毎に表示したものであるが、この

場合にも水面近傍を除いては slip-DNS やチャンネル流とほぼ一致する結果が得られた。今回の DNS では水面変動が許されるため、 $u_{2\text{rms}}$ は水面でも有限値をとるが、Froude 数による差は非常に小さい。一方、水平方向成分については $Fr=0.6$ では slip-DNS との差は微小であったが、 $Fr=0.3$ の場合に $u_{3\text{rms}}$ が減少しており、これらの和である乱流エネルギー (図-6) については、 $Fr=0.3$ で slip-DNS に比べてエネルギー自体が若干減少している。図-7 に乱流エネルギー散逸率の分布を示す。ε に関しては水面近傍でも水面変動の影響は観察されず、slip-DNS と同様に水面近傍で緩やかに減少する。開水路乱流の大きな特徴である、水面近傍でのエネルギー再分配機構に

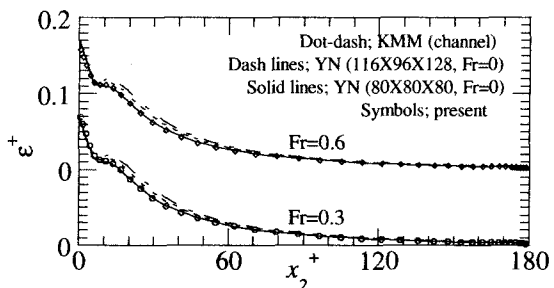


(a) 全断面

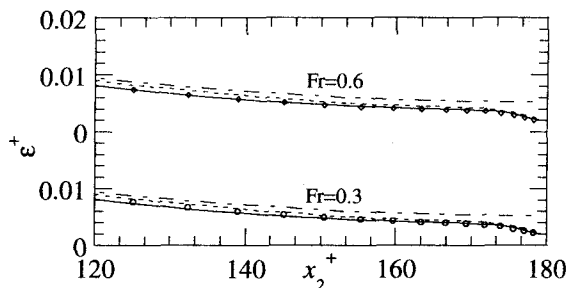


(b) 自由水面近傍

図-6 乱流エネルギー分布

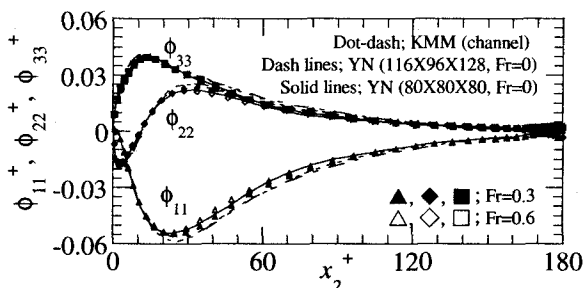


(a) 全断面

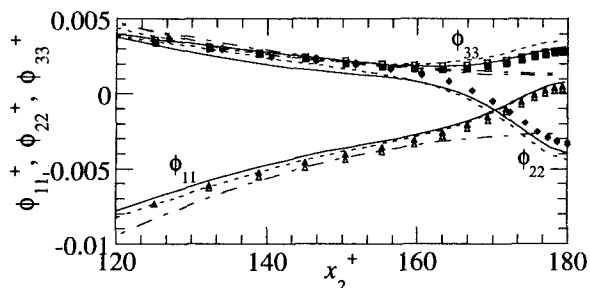


(b) 自由水面近傍

図-7 乱流エネルギー散逸率分布



(a) 全断面



(b) 自由水面近傍

図-8 圧力ひずみ相関項分布

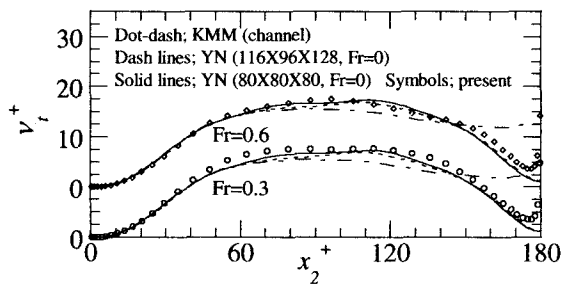


図-9 渦動粘性係数分布

及ぶ影響を検討するため、各 Reynolds 垂直応力収支中の圧力ひずみ相関項 ϕ_{11} 、 ϕ_{22} 、 ϕ_{33} の分布を図-8に示す。今回の DNS と slip-DNS を比較すると、 ϕ_{22} の減少分が ϕ_{11} の減少分にほぼ等しい結果となり、 ϕ_{33} に関する変化はほとんど確認されず、 $Fr=0.3$ と $Fr=0.6$ の間にも有意な差は見られなかった。最後に、工学的に最もよく用いられる渦粘性型乱流モデルの検証に有用となる、Reynolds せん断応力と平均流速勾配より評価された渦動粘性係数 ν_t の分布を図-9に示す。チャンネル乱流、slip-DNS、本 DNS と自由水面上では $\partial U/\partial x_2$ はゼロとなるが、漸近挙動が大きく異なるため、 ν_t の水面近傍での分布にも相異が生じた。

(3) 水面変動が流れ場に及ぼす影響

本節では水面変動が流れ場に及ぼす影響について総合的な考察を行う。本報では微小水面変動仮定を用いて水面境界条件を線形化することで水面変動の影響を考慮した DNS を実行し、水面変動に関しては図-2に示したように Froude 数に応じて変動量が大きく変化する結果が得られた。しかし、様々な乱流統計量における本 DNS と slip-DNS との相異は極めて微小な結果となった。Reynolds 垂直応力について水面近傍で slip-DNS との相異が観察されたが、今回用いた $80 \times 80 \times 80$ の計算格子ではこのような水面近傍での微妙な変化を厳密に評価するには若干解像度が不足していることは否めない。 ν_t の分布については最も水面変動の影響が見られたが、この傾向は動力学条件を式(6)、(7)のように与えた場合に見られるものであり、Bonue et al.⁹⁾と同様に水面での速度勾配を許す形で境界条件を与えた場合には異なる特性が表れる可能性があると考えられる。また、平均流速分布に極めて鋭敏であるため、 ν_t を定量的に厳密に評価すること自体が難しいことも指摘しておきたい。

乱流モデルのモデリングに関して、最もよく用いられる k - ϵ モデルは、 k 、 ϵ とも今回の Froude 数の範囲内では

slip-DNS 結果とよく一致するので、水面上での境界条件としては対称条件がよい近似となり得る。また応力収支についても slip-DNS からの相異は極めて微小であったので、応力モデルに関しても自由水面のすべり面近似で常流の予測が可能と考えられる。

このように微小水面変動仮定がよい近似となる範囲内では、水面変動が乱流統計量に及ぼす影響は極めて微小であり、そのような流れ場に対して自由水面のすべり面近似は非常によい近似となることが、今回改めて確認された。今後は限界流近傍や、射流状態での DNS の実行が期待される。

4. 結論

本研究では、低 Froude 数開水路等流に対し微小水面変動仮定を用いて水面境界条件に線形近似を施し、水面変動の影響を考慮した DNS を実施した。得られた主な知見は以下のようである。

- ・ 線形近似された水面境界条件下で得られた水面変動に関する特性は、実験計測結果や他の DNS 結果と良好に一致し、水面変動、鉛直速度変動はそれぞれ平均水深の 1/1000 及び平均流速の 3/1000 程度である。
- ・ 常流では、水面変動が乱流統計諸量に及ぼす影響は水面近傍の鉛直速度成分に関する量でわずかに観察されるものの非常に限られたものであり、このような流れに対して自由水面のすべり面近似の精度は悪くない。

参考文献

- 1) Kim, J., Moin, P. and Moser, R.: Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number, *J. Fluid Mech.* **177**, pp. 133-166, 1987.
- 2) Lam, K. and Banerjee, S.: On the condition of streak formation in a bounded turbulent flow, *Phys. Fluids*. **A4-2**, pp. 306-320, 1992.
- 3) Komori, S., Nagaosa, R., Murakami, Y., Chiba, S., Ishii, K. and Kuwahara, K.: Direct numerical simulation of three-dimensional open-channel flow with zero-shear gas-liquid interface, *Phys. Fluids*. **A 5-1**, pp. 115-125, 1993.
- 4) Handler, R. A., Swaan Jr., T. F., Leighton, R. I. and

Swearingen, J. D.: Length scales and the energy balance for turbulence near a free surface, *AIAA J.* **31-11**, pp. 1998-2007, 1993.

- 5) Borue, V., Orszag, A. S. and Staroselsky, I.: Interaction of surface waves with turbulence: direct numerical simulations of turbulent open-channel flow, *J. Fluid Mech.* **286**, pp. 1-23, 1995.
- 6) Thomas, T. G. and Williams, J. J. R.: Turbulent simulation of open channel flow at low Reynolds number, *Int. J. Heat Mass Transfer* **38-2**, pp. 259-266, 1995.
- 7) Nagaosa, R.: Direct numerical simulation of vortex structures and turbulent scalar transfer across a free surface in a fully developed turbulence, *Phys. Fluids*. **11-6**, pp. 1581-1595, 1999.
- 8) Handler, R. A., Saylor, J. R., Leighton, R. I. and Rovelstad, A. L.: Transport of a passive scalar at a shear-free boundary in fully developed turbulent open channel flow, *Phys. Fluids*. **11-9**, pp. 2607-2625, 1999.
- 9) 横嶋哲, 中山昭彦: 直接数値シミュレーションによる開水路流の統計量輸送式の収支評価, 第11回計算流体力学シンポジウム講演論文集, pp. 603-604, 2000.
- 10) 横嶋哲, 中山昭彦: 直接数値シミュレーションによる開水路乱流における乱流統計量及びその収支評価, 応用力学論文集 **3**, pp. 753-762, 2000.
- 11) 林俊一郎, 大本照憲, 矢北孝一, 平川隆一: 一般座標系風上 DNS による開水路乱流の構造解析, 応用力学論文集 **3**, pp. 763-774, 2000.
- 12) Nakayama, T.: Turbulence and coherent structures across air-water interface and relationship with gas transfer, 京都大学学位論文, 2000.
- 13) 中山昭彦, 中瀬幸典, 横嶋哲, 藤田一郎: 水面変動をパラメータとした開水路乱流計算のための2方程式モデルの改良, 応用力学論文集 **3**, pp. 745-752, 2000.
- 14) 中山忠暢: 自由水面近傍の乱流構造と組織渦の水理特性に関する研究, 京都大学大学院工学研究科環境地球工学専攻修士論文, 1997.
- 15) 梶島岳夫: 対流項の差分形式とその保存性, 日本機械学会論文集 **B 編 60-574**, pp. 2058-2063, 1994.
- 16) 林俊一郎, 大本照憲, 矢北孝一, 平川隆一: 風上差分スキームを用いた直接数値シミュレーションの基礎的研究, 応用力学論文集 **2**, pp. 599-608, 1999.

(2000.10.2 受付)