

開水路凹部流れにおける乱れの主成分分析

PRINCIPAL COMPONENT ANALYSIS ON TURBULENCE IN OPEN-CHANNEL FLOW OVER CONCAVE BED

宮本仁志¹・神田 徹²・兵頭伸幸³

Hitoshi MIYAMOTO, Tohru KANDA and Nobuyuki HYODO

¹正会員 修士(工学) 神戸大学助手 工学部建設学科(〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1-1)

²フェロー会員 工博 神戸大学教授 工学部建設学科(同上)

³学生会員 学士(工学) 神戸大学大学院 自然科学研究科博士課程前期課程(同上)

In the present paper, we analyze an open-channel flow over concave bed by using a particle image velocimetry (PIV) and proper orthogonal decomposition (POD). From the experimental data of velocity obtained by PIV, flow characteristics, such as mean velocity, turbulent intensity and Reynolds stress, are discussed with respect to the different Reynolds numbers. As Reynolds number becomes larger, the recirculating flow in the concave grows to a large spatial scale. The distributions of the Reynolds stress and turbulent intensity are closely related to the scale of the recirculating flow. Then, principal components of velocity fluctuations are analyzed by using POD. From the distributions of the eigenvectors, first several modes of the component relates to the effect of the recirculating flow and a few modes in succession indicate that of the coherent structures along the mixing layer. The result shows that POD is effectively available for quantitatively detecting the dominant factors of the velocity fluctuation.

Key Words : *particle image velocimetry, proper orthogonal decomposition, turbulence, organized motion, concave bed*

1. はじめに

河川のもつ自然生態環境の保全機能と治水・利水などの水理機能とを両立させて河川整備を行うためには、河道の局所的断面変化部における流れの特性を的確に把握し、縦・横断面形状などの水工設計に反映させることが重要となる。

著者らは、このような河道断面変化部での流況特性を解明することを目指しているが、これまで、水路床にごく単純な断面変化部(凹部)を有する開水路流れを対象として、流速の時間・空間変動特性を検討してきた。この開水路凹部流れでは、流入部の水理条件(レイノルズ数, フルード数)および凹部形状比などが支配パラメータとなり、時間的・空間的な特性スケールを異にする流れが混在していることがわかった^{1,2)}。瀬津, 山本³⁾は、この3つのパラメータをそれぞれ系統的に変化させ、乱流諸量が最大値, 最小値をとる2ケースについて、LES (large eddy simulation) とPIV (particle image velocimetry) を用いた解析を行い、循環流と組織渦との関連性を指摘している。また、著者らはウェーブレット変換を用いた流れ

の解析を行い、混合層における組織運動の空間スケール・発生周期・移流速度など、流れの特性を明らかにした⁴⁾。このように、開水路凹部流れについて循環流や組織運動など時空間スケールを異にする流れの変動特性が明らかになりつつあるが、それらが上記の支配パラメータによってどのように異なるかは明確になっていない。

本研究では、フルード数と凹部形状比を一定にして、レイノルズ数のみを系統的に変化させた水理実験を行い、レイノルズ数変化が開水路凹部における流れの時空間構造に及ぼす影響を調べる。流速計測にはPIVによる画像計測手法²⁾を用い、凹部内の面的な流れ場の情報を得た。得られた流速値をもとに、平均流構造と乱流諸量の関係を調べ、また流速変動成分に固有直交関数展開POD (proper orthogonal decomposition)^{5,6)}を適用して、乱れの主成分分析を行う。

本研究で用いるPODは、流速変動成分の空間相関マトリックスの固有値を用いることによって、変動成分を各モードに分解し、主要な変動成分の空間分布を抽出する統計的手法であり、流れの組織構造の解析に用いられている。Deaneら⁷⁾は、レイノルズ数が小さい2次元キャビティ流れのDNS結果を対象として、その流速値にPOD

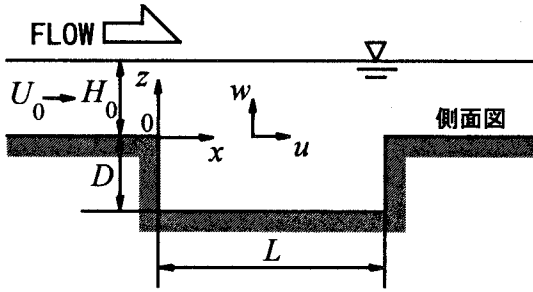


図-1 開水路凹部の模式図

表-1 実験条件

Case	凹部形状			水理条件			
	D (cm)	H ₀ (cm)	L (cm)	Q (cm ³ /sec)	U ₀ (cm/sec)	Re	Fr
1	2.0	2.0	8.0	610	15.3	3050	0.34
2	2.5	2.5	10.0	890	17.8	4450	0.36
3	3.0	3.0	12.0	1120	18.7	5600	0.34
4	3.5	3.5	14.0	1460	20.9	7300	0.36
5	4.0	4.0	16.0	1750	21.9	8750	0.35
6	4.5	4.5	18.0	2080	23.1	10400	0.35
7	5.0	5.0	20.0	2450	24.5	12250	0.35

Q: 流量, H₀: 流入水深, U₀: 流入部での断面平均流速,
Re: レイノルズ数(=U₀H₀/ν), Fr: フルード数(=U₀/(gH₀)^{1/2}),
D: 凹部深さ, L: 凹部長さ, L/D: 凹部形状比 (=4.0)

を適用することにより, 主流とキャビティー境界の組織構造を解析している。

2. 水理実験の概要

(1) 対象とする開水路凹部および実験条件

本研究で対象とする開水路凹部の模式図を図-1に示す。用いた水路は全長500cm, 幅20cmの亚克力製直線開水路であり, 上流側水槽から330cmの位置に長さL, 深さDの凹部を設置している。

実験条件を表-1に示す。本研究では, 凹部形状比L/D (= 4.0)とフルード数Fr = U₀/(gH₀)^{1/2}(≒0.35)を一定とし, レイノルズ数Re = U₀H₀/νを3050~12250の範囲で変化させた。なお, 水路幅が一定であるため, 3次元的には凹部の形状は異なることになるが, 凹部内の流動は流入部の主流によって駆動されており, 高レイノルズ数になるとともに主流の速度が増加するので, 横断方向の凹部中央では側面境界の影響は小さいと仮定して研究を遂行した。

(2) PIV計測の概要

凹部内の流速計測にはPIV²⁾を用いた。トレーサー粒子としては, 比重約1.02, 粒径0.075~0.150mmの高分子ポリマー粒子を, レーザー光源には4Wアルゴンイオンレーザーを用いた。PIV計測の空間分解能は720×480画素(1pixelの実長: 0.13~0.33mm)であり, サンプル

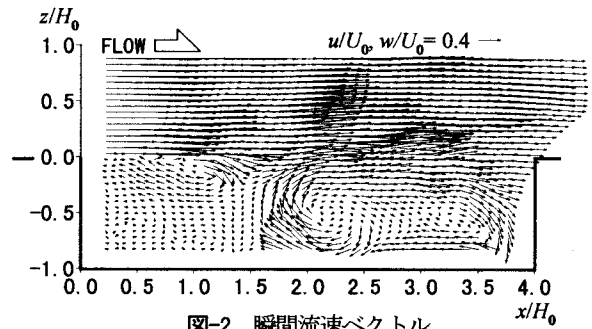


図-2 瞬間流速ベクトル
(Case 4 (Re = 7300))

グ周波数(時間分解能)は120Hzである。平均流速, 乱流諸量など統計量を算出する際は, 約54秒間(約6500画像)の流速ベクトルを用いた。PIVのアルゴリズムには, 濃淡画像相関法を用い, サブピクセル補間および異常ベクトルの補正を行っている。

3. 固有直交関数展開 (POD)

以下に, 固有直交関数展開(POD)^{4),5)}の概要を記す。

PODは, 多変量解析の分野で主成分分析と呼ばれている手法と同じものであり, 流速変動成分 $u'(x, z, t)$, $w'(x, z, t)$ の全ての要素と最も相関が高い固有関数 $\Phi(x, z)$ を見出すものである。このことは次式の固有値問題に帰着する。

$$\iint R_{u'}(x, z, x', z') \Phi(x', z') dx' dz' = \lambda \Phi(x, z) \quad (1)$$

ここに, $R_{u'}$: 流速変動成分 $u'(x, z, t)$, $w'(x, z, t)$ を要素とする全ての流速変動成分 $u''(x, z, t)$ の空間相関関数, λ : $R_{u'}$ の固有値, Φ : λ の固有関数である。

本研究で対象とするPIV計測の流速変動成分 u' , w' は $M (= n_x \times n_z)$ 個の離散点で定義されているため, 式(1)は次式のように行列表現で示すことができる。

$$[R_{u'}] \{\Phi_m\} = \lambda_m \{\Phi_m\} \quad (2)$$

ここに, $[R_{u'}]$: 各点の流速変動成分 u' , w' (2M×2M)の空間相関マトリックス(分散・共分散行列), m : モードの次数, λ_m : $[R_{u'}]$ の固有値, $\{\Phi_m\}$: λ_m の固有ベクトルである。

式(2)により, 各モード m の固有ベクトル $\Phi_m(x, z)$ が算出される。

モード m の流速変動成分 $u_m''(u_m'$ or $w_m')$ は, 固有ベクトル $\Phi_m(x, z)$ を用いて次式より得られる。

$$u_m''(x, z, t) = a_m(t) \Phi_m(x, z) \quad (3)$$

$$ここに, a_m(t) = \frac{\iint u''(x, z, t) \Phi_m(x, z) dx dz}{\iint \Phi_m^2(x, z) dx dz}$$

であり, モード m ($m=1, 2, \dots, 2M$)の係数(振幅)である。流速変動成分 $u''(u'$ or $w')$ は各モード m の流速変動成分

u_m'' (u_m' or w_m')を用いて、次式より再合成される。

$$u''(x, z, t) = \sum_{m=1}^{2M} u_m'' = \sum_{m=1}^{2M} a_m(t) \Phi_m(x, z) \quad (4)$$

モード m の固有値 λ_m は、そのモードに含まれる変動成分のエネルギーを表しており、次式で算出される累積寄与率 C_N は、全変動エネルギーに対する N 次モードまでの変動エネルギーの割合を表す。

$$C_N = \sum_{m=1}^N c_m = \sum_{m=1}^N \lambda_m / \sum_{n=1}^{2M} \lambda_n \quad (5)$$

ここに、 c_m ：モード m の寄与率、

$$c_m = \lambda_m / \sum_{n=1}^{2M} \lambda_n \quad (6)$$

4. 解析結果と考察

(1) 瞬間流速

PIV計測によって得られた瞬間流速ベクトルの一例を図-2に示す。主流-凹部境界で流速ベクトルは大きく変動しており、せん断混合層が発達している。凹部の中央には凹部水深 D とほぼ同じスケールの渦が存在し、上流

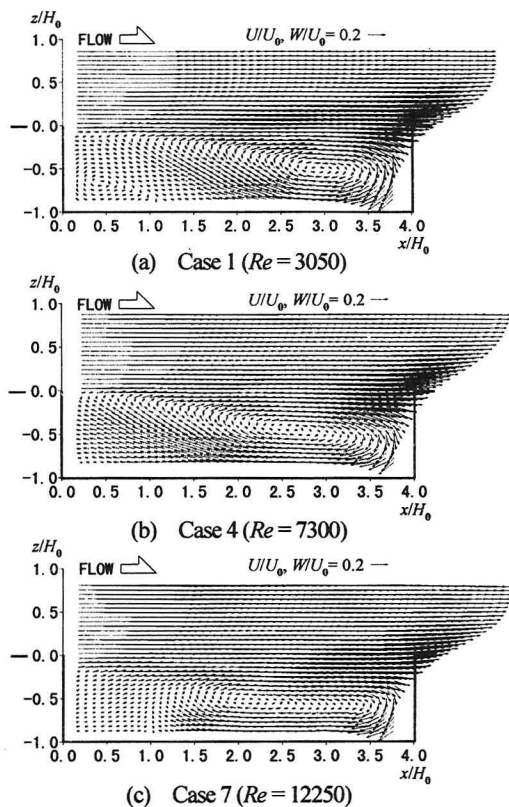


図-3 平均流速ベクトル

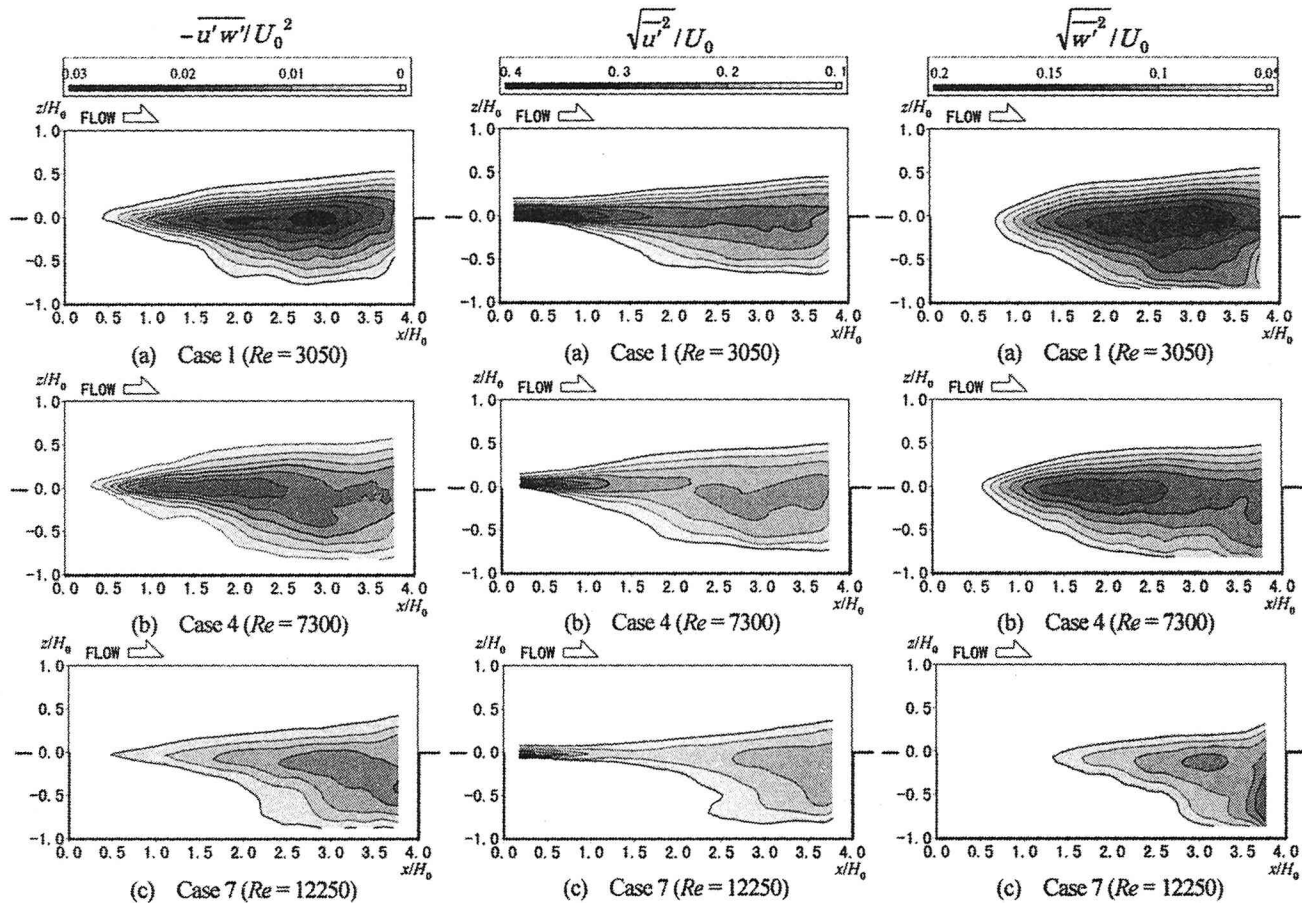


図-4 レイノルズ応力 $-\overline{u'w'}/U_0^2$

図-5 x 方向乱れ強度 $\sqrt{u'^2}/U_0$

図-6 z 方向乱れ強度 $\sqrt{w'^2}/U_0$

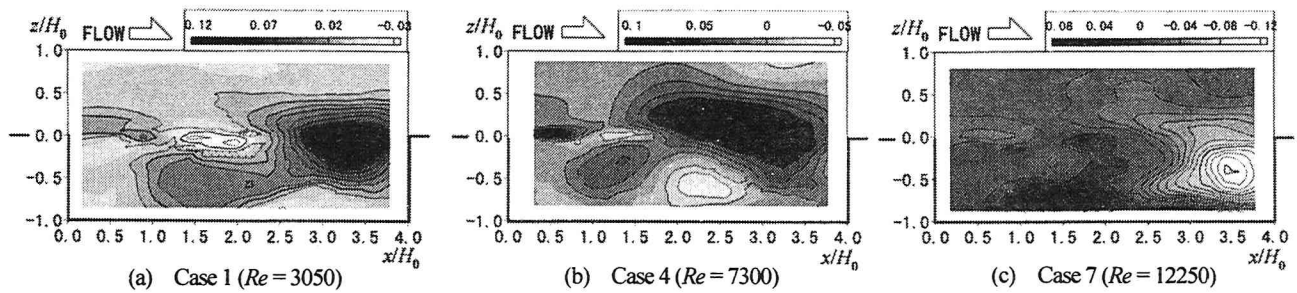


図-7 流速変動成分 u' に対する1次モードの固有ベクトル ϕ_1

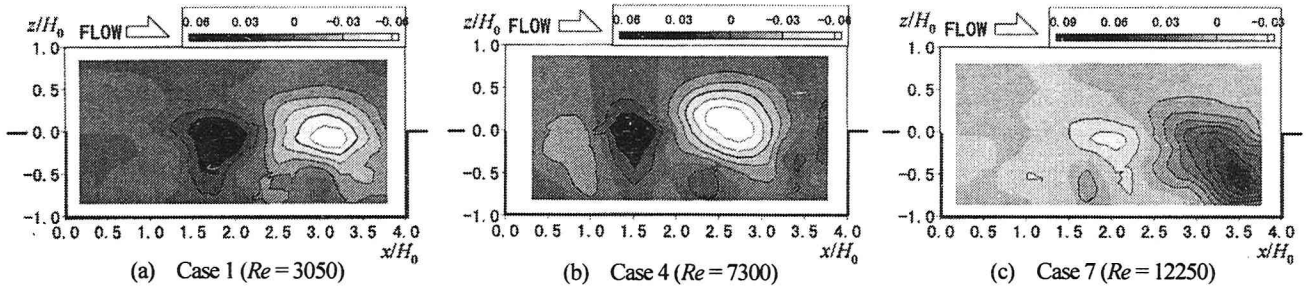


図-8 流速変動成分 w' に対する1次モードの固有ベクトル ϕ_1

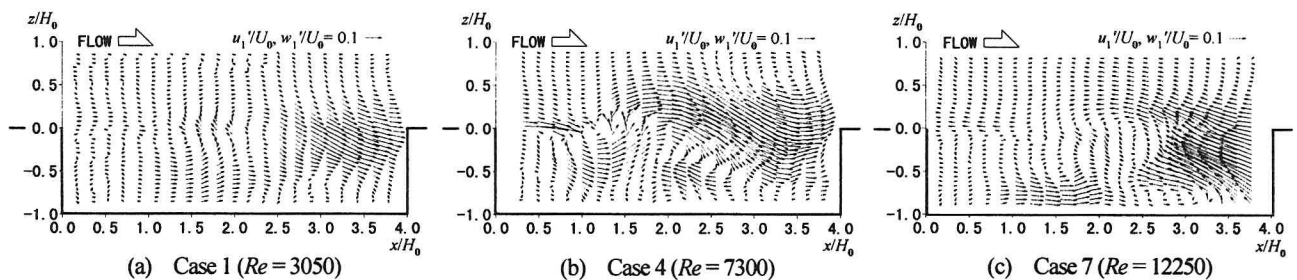


図-9 1次モードの流速変動成分 u'_1, w'_1

と下流にそれより小さいスケールの渦が形成されている。

(2) 平均流速

各レイノルズ数 Re における平均流速ベクトルを図-3に示す。全ケースにおいて、主流-凹部境界にせん断混合層が発達しており、また、循環流のスケールはレイノルズ数の増加とともに増大している。図-3(a) ($Re = 3050$)において、循環流は凹部中央から下流側に形成されており、上流側には微小な流速の死水域が存在する。図-3(b) ($Re = 7300$)では、循環流の長軸のスケールが凹部の対角線のスケールとほぼ一致するようになる。図-3(c) ($Re = 12250$)では、凹部上流側の流れが流下方向に上昇しており（流速ベクトルが右斜め上を向いており）、ほぼ凹部全域のスケールの循環流が見られる。凹部内の循環流の発達に伴い（レイノルズ数 Re の増加とともに）、流入部の主流-凹部境界における流速せん断が小さくなる。

(3) 乱流諸量

各レイノルズ数 Re でのレイノルズ応力のコンターを図-4に示す。全ケースにおいて、流速せん断が大きくなる主流-凹部境界でレイノルズ応力は大きくなる。レイノルズ応力の分布は、流下方向に広がっており、せん断混

合層が発達している。レイノルズ数 Re の増加に伴い、レイノルズ応力の値は小さくなる。このことは、上述の平均流速分布において、上流側の主流-凹部境界の流速せん断が小さくなることに対応している。

図-5、図-6に x 方向乱れ強度および z 方向乱れ強度のコンターをそれぞれ示す。図-5に示すように、 x 方向乱れ強度は、凹部上流の主流-凹部境界で大きな値となり、流下方向に小さくなる。レイノルズ数 Re の増加に伴い、凹部上流端の主流-凹部境界において流速せん断が減少するため、乱れ強度の値は小さくなっている。図-6に示す z 方向乱れ強度は、レイノルズ数 Re の増加に伴いその最大値が凹部中央へ移動する。これは、図-3の平均流速分布で見られるように循環流のスケールが凹部の下流部から凹部全体へと増大するためである。さらにレイノルズ数が増加するCase7においては、全体的に z 方向乱れ強度が小さくなっている。これは凹部内の流れは、凹部境界で拘束されて安定した循環流が形成されるため、その循環流が混合層におけるせん断不安定を抑制することによると考えられる。

(4) 乱れの主成分分析

流速変動成分 ($u'(x, z, t), w'(x, z, t)$) についてPOD解析を行った。結果を以下に記す。

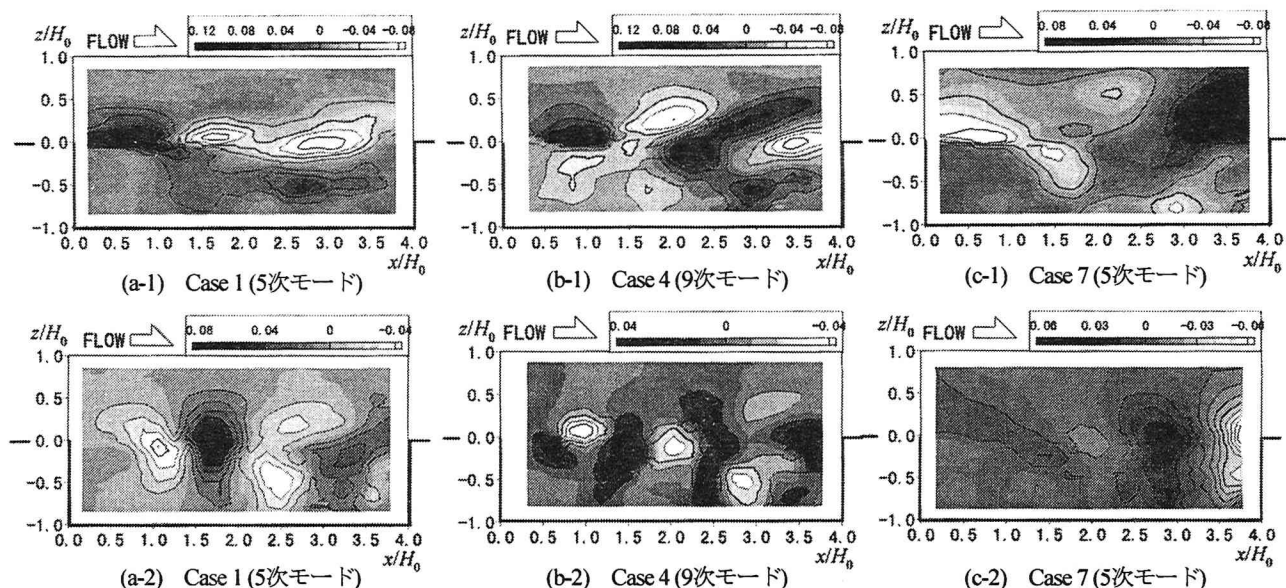


図-10 組織運動の変動が主成分となる最も低次モードの固有ベクトル Φ_m
(上段：流速変動 u' に対する Φ_m ，下段：流速変動 w' に対する Φ_m)

表-2 各次モードの主成分

Case	Re	モードm												
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	3050			①			②				③			
2	4450		①					②				③		
3	5600			①				②				③		
4	7300				①						②		③	
5	8750		①				②				③			
6	10400		①				②				③			
7	12250		①				②				③			

- ①：主に平均流速場での循環流に起因する変動
②：主に主流－凹部境界での組織運動に起因する変動
③：凹部各部に生じる小さな変動

a) 低次モードの主成分

流速変動成分 u' ， w' に対する1次モードの固有ベクトルを図-7，図-8にそれぞれ示す。その固有ベクトルを用いて再合成した流速変動成分 u_1' ， w_1' を図-9に示す。

図-7(a) ($Re = 3050$) においては，凹部下流の段上がり付近で固有ベクトル Φ_1 の絶対値が大きくなっている。対応する図-8(a) でも，ほぼ同じ位置で固有ベクトルは極値をとる。図-7(b)，図-8(b) ($Re = 7300$) では，固有ベクトルは凹部中流～下流側と上流側の主流－凹部境界において極値をもち，凹部全体に変動成分が存在している。図-7(c)，図-8(c) ($Re = 12250$) においては，下流側の凹部隅角部と凹部底面に極値が存在している。これらのことより，1次モードの流速変動成分 u_1' ， w_1' は，主に4.(1)で示した凹部内の循環流に関連していると考えられる。また，これに続く数次のモードの変動成分も，1次モードと同じく，循環流に起因することを確認している。

b) 凹部混合層の組織運動に関連するモード

開水路凹部流れでは，主流－凹部境界のせん断混合層において流れの組織的構造が存在する。この組織運動に

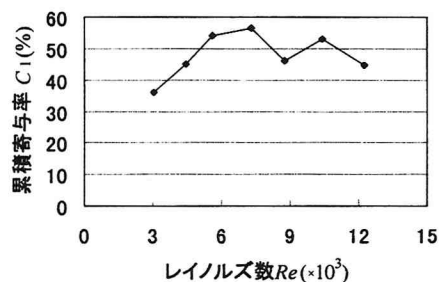


図-11 累積寄与率 C_1

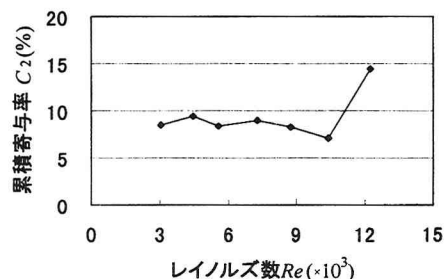


図-12 累積寄与率 C_2

関与すると考えられるモードについて以下に調べた。

図-10に，組織運動の変動に起因する最も低次のモードの固有ベクトルを示す。組織運動が影響しているかどうかの判別基準としては，流速変動 u' に対する固有ベクトルが凹部流入部直下の主流－凹部境界で極値をもち，流速変動 w' の固有ベクトルの極値が主流－凹部境界で連続して存在することとした。

図-10(b) ($Re = 7300$) において，凹部全体で組織的な変動が存在しているのがわかる。これは4.(1)で示したように，凹部内の循環流のスケールと凹部形状の対角線のスケールがほぼ一致するケースに対応しており，組織的構造が発達しやすい流れ場になるものと考えられる。

一方、図-10(a) ($Re = 3050$) では凹部上流側に死水域が存在するため、また、図-10(c) ($Re = 12250$) では上流側の主流-凹部境界における流速せん断が小さくなるため、組織運動の発達は部分的になるものと考えられる。なお、各ケースによって、これら組織運動が主成分となるモードの次数が異なるので、次に変動エネルギーの寄与率について考察を行う。

c) 変動エネルギーの寄与率

各モードの主成分を生起原因別に以下の3つに分類した：①主に平均流速場での循環流に起因する変動 ②主流-凹部境界での流速せん断（流れの組織的構造）に起因すると考えられる変動 ③凹部各部に生じる小さな変動。表-2に結果を示す。

この分類に基づいて、変動成分①および②に対する累積寄与率 C_1 、 C_2 を次式で定義する。

$$C_1 = C_{N_1} = \sum_{m=1}^{N_1} c_m \quad (7)$$

$$C_2 = C_{N_2} - C_{N_1} = \sum_{m=N_1+1}^{N_2} c_m \quad (8)$$

ここに、 N_1 、 N_2 ：主成分が変動成分①および②に起因するモードの最高次数である。

図-11および図-12に、各レイノルズ数 Re に対する累積寄与率 C_1 、 C_2 をそれぞれ示す。

図-11では、レイノルズ数 Re が増加するに伴い、累積寄与率 C_1 は増加する。 $Re = 7300$ (Case4)のとき、 C_1 が全ケースに対して最大となる。これは、循環流のスケールが発達するとともに、それに起因する変動が凹部全体に生じるためと考えられる。レイノルズ数 Re がさらに大きくなるケースでは、 C_1 は減少する。図-12に示す累積寄与率 C_2 では、レイノルズ数 Re が12250(Case7)のとき、他のケースに比べて大きな値をとる。これは、平均流速場での循環流に起因する変動成分が減少し、相対的に C_2 が大きくなることによると考えられる。

5. 結 論

本研究で得られた結果を以下に要約する。

(1) 平均流速分布および乱流諸量

- (i) レイノルズ数が小さい場合、段落ち直下流に死水域が存在するため、他のケースに比べて流速せん断が大きくなり、 x 方向乱れ強度は大きくなる。レイノルズ応力と z 方向乱れ強度は循環流が存在する凹部下流側で大きくなる。
- (ii) レイノルズ数が大きくなるとともに、平均流が凹部全体で循環するようになり、レイノルズ応力、 z 方向乱れ強度の最大値も凹部中央側へ移動する。循環流が発達するにつれて死水域が無くなるため

に、流速せん断は小さくなる。

- (iii) レイノルズ数がさらに大きくなると、循環流が凹部全体に発達し、凹部境界で拘束されて安定した流れとなる。このため、乱流諸量の値は小さくなる。

(2) PODによる乱れの主成分分析

- (i) 低次モードの流速変動成分は、主に平均流速分布における循環流に起因し、次に続くモードの変動成分は、主流-凹部境界のせん断混合層における組織運動に関連すると考えられる。
- (ii) レイノルズ数の増加とともに、循環流に起因する変動成分の寄与率が大きくなり、レイノルズ数がある値($Re = 7300$)のときに最大となる。レイノルズ数がさらに大きくなると、その寄与率は減少し、相対的に組織運動に起因する変動成分の寄与が大きくなる。
- (iii) PODの適用によって、生起原因の異なる流速変動に関連する主成分が得られた。また、平均流速分布における循環流のスケールの増大に伴い、これらの主成分の比率が変化することが定量的に評価できた。これらより、PODは開水路凹部流れにおける変動成分の解析に有用な手法である。

参考文献

- 1) 藤田一郎, 神田 徹, 門脇正夫, 森田卓光: 開水路凹部流れのPIVおよびLESによる乱流解析, 土木学会論文集, No.539/II-35, pp.79-88, 1996.
- 2) 宮本仁志, 神田 徹, 藤田一郎, 池上 迅: PIVによる開水路凹部流れの計測および数値解析, 水工学論文集, 第41巻, pp.1049-1054, 1997.
- 3) 棚津家久, 山本義暢: 開水路キャビティ流れの乱流構造に関する研究, 土木学会論文集, No.614/II-46, pp.51-63, 1999.
- 4) 神田 徹, 宮本仁志, 榎野 渉: 開水路凹部のせん断混合層における乱流構造のウェーブレット解析, 土木学会論文集, No.656/II-52, pp.121-133, 2000.
- 5) Berkooz G., Holmes P. and Lumley J. L.: The proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol.25, pp.539-575, 1993.
- 6) 田村幸雄: 固有直交関数展開のランダム変動場への応用のすすめ, 日本風工学会誌, 第65号, pp.33-41, 1995.
- 7) Deane A. E., Kevrekidis I. G., Karniadakis G. E. and Orszag S. A.: Low-dimensional models for complex geometry flows: Application to grooved channels and circular cylinders, *Phys. Fluids*, pp.2337-2354, 1991.

(2000. 10. 2受付)