

簡易モデルおよび非線形 $k-\varepsilon$ モデルによる 棧型粗度近傍の流れ特性に関する検討

STUDY ON OPEN CHANNEL FLOWS OVER A RIB BY MEANS OF
 EMPIRICAL MODEL AND NON-LINEAR $k-\varepsilon$ MODEL

木村 一郎¹・細田 尚²・元木 光治³
 Ichiro KIMURA, Takashi HOSODA and Koji MOTOKI

¹正会員 工博 四日市大学講師 環境情報学部環境情報学科 (〒512-8512 三重県四日市市萱生町1200)

²正会員 工博 京都大学助教授 大学院工学研究科 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

³正会員 工修 銭高組 (〒550-0005 大阪市西区西本町2丁目2番11号)

Rib-like structures in rivers, such as weirs or spur-dykes, have important roles for both flood control and river environment. It is important to clarify the flow characteristics over a rib in open channels to design and maintain the river structures. In this study, two different methods, i.e. an empirical model and a 3D computation, are applied to the flow around a full-span rib with a rectangular section in open channels. In 3D computations, linear and non-linear $k-\varepsilon$ models with quadratic terms and cubic terms are employed for the turbulence model. The results in the two methods are compared with experimental results and performances of the models are discussed. It is shown that an empirical model is effective to elucidate the fundamental aspects of the phenomena.

Key Words : flow over a rib, spur-dykes, non-linear $k-\varepsilon$ model, 3D numerical simulation

1. はじめに

本研究は、図-1に示すように矩形断面の構造物が開水路の底面に水路全幅にわたって設置された場合の流れを対象とする。このような流れ場は、棧型粗度、あるいは越流型水制周辺の流れ等、実河川の流れに一般的に見られ、特に近年の多自然型川づくり等の進展とともに、治水、環境の両面から重要な研究課題となっている。

棧型粗度周辺は、剥離と再付着を伴う複雑な乱流場となっており、このような流れ場を高精度で予測するには乱流モデルを用いた三次元解析を行う方法が考えられる。特に、非線形 $k-\varepsilon$ モデルは乱れの非等方性を効率的に再現でき、これまでに角柱¹⁾や立方体周辺の流れ²⁾、複断面開水路流れ³⁾等に適用され、その有用性が検証されている。このため、棧型粗度周辺の流れ場に対しても有効であるものと期待されるが、計算機への負荷は大きい。

三次元解析からは極めて詳細な流れの情報が得られ、現象解明に有効である。一方、実用的見地では、棧周辺の流速分布、抗力係数等の限られた情報がある程度の精度で見積もることができれば十分な場面も多い。このような目的にかなう簡易モデルを本研究では新たに提案する。本簡易モデルは棧粗度周辺の流れを上下二層に分割

し、各層で連続式と運動方程式を積分することにより得られる。方程式系は5変数の連立代数方程式で構成され、三次元数値解析法よりもはるかに短時間に解が得られる。

以下、簡易モデルの誘導を示し、非線形 $k-\varepsilon$ モデルによる三次元解析結果、および実験結果との結果の比較を行い、モデルの妥当性を検証する。

2. 棧粗度周辺の流れの簡易モデル

(1) モデル化の概念と記号の定義

簡易モデルの構築にあたって粗度上下流の圧力分布の仮定が問題となる。後述の三次元解析結果では、粗度上流側の静水圧からの偏差は下流側に比べて大きい。そこで、モデルの単純化のため、粗度下流側は静水圧分布を仮定し、上流側についてのみ静水圧からの偏差を考慮する。図-2に簡易モデルの記号と座標系を示す。

まず、図-2中の破線で流れを上下二層に分割し、各層の流速 U_a, U_b を x の1次関数と仮定して次のようにおく。

$$U_a = U_1 + a_1 x, \quad U_b = b_1 x \quad (1a, b)$$

ここに、 U_1 : 棧型粗度越流領域での平均流速, a_1, b_1 : 定数である。二層領域における境界面までの高さ h_b , および水深 h についても x の1次関数として次のようにおく。

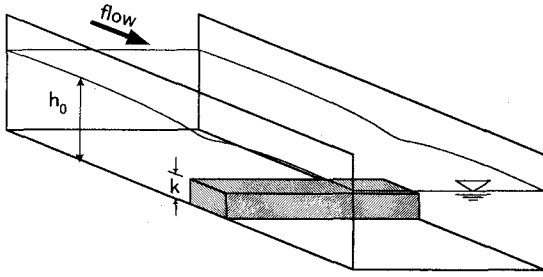


図-1 対象とする流れ場

$$h_b = k + c_1 x, \quad h = h_1 + k + d_1 x, \quad c_1 = k/l \quad (2a, b, c)$$

ここに、 k : 棧型粗度の高さ、 h_1 : 棧型粗度上面の越流水深、 l : 二層域の x 方向の長さ、 d_1 : 定数である。

図-2の U_0 は二層域の上流側 ($x \leq -l$) の流速で、 $x = -l$ においては $U_b = U_0$ となることから次式の関係が得られる。

$$U_0 = U_1 h / (h_1 + k - d_1 l) = U_b|_{-l} = -b_1 l \quad (3)$$

(2) 基礎方程式の誘導

a) 連続式

式(1)で、 U_a 、 U_b の鉛直分布は一様としている。したがって、分割領域の連続式は次のようになる。

$$\frac{dU_a(h-h_b)}{dx} + \frac{dU_b h_b}{dx} = 0 \quad (4)$$

上式に式(1)、(2)を代入すると、 x の0次の項に関する条件として次式が得られる。

$$a h_1 + U_1(d_1 - c) + b_1 k = 0 \quad (5)$$

b) 運動方程式

上層の x 方向の運動方程式を層内で鉛直方向に積分し、ライプニッツの定理を用いると次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \int_{h_b}^h u^2 dy &= - \frac{\partial}{\partial x} \int_{h_b}^h \frac{p}{\rho} dy \\ &- \left(\frac{p}{\rho} \right)_{h_b} \frac{\partial h_b}{\partial x} + \left(\frac{\tau_{xx}}{\rho} \right)_{h_b} \frac{\partial h_b}{\partial x} - \left(\frac{\tau_{xy}}{\rho} \right)_{h_b} \end{aligned} \quad (6)$$

ここに、 (u, v) : 流速の (x, y) 方向成分、 ρ : 密度、 p : 圧力、 (τ_{xx}, τ_{xy}) : 応力テンソルの成分である。応力項にコーシーの公式を用い、さらに摩擦係数 f_i を用いて表すと、

$$\left(\frac{\tau_{xx}}{\rho} \right)_{h_b} \frac{dh_b}{dx} - \left(\frac{\tau_{xy}}{\rho} \right)_{h_b} = - \frac{\tau_{ix}}{\rho} \sqrt{\left(\frac{dh_b}{dx} \right)^2 + 1} \quad (7)$$

$$\frac{\tau_{ix}}{\rho} = f_i (U_a - U_b) |U_a - U_b| \quad (8)$$

となり、これを式(6)に代入すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \int_{h_b}^h u^2 dy &= - \frac{\partial}{\partial x} \int_{h_b}^h \frac{p}{\rho} dy - \left(\frac{p}{\rho} \right)_{h_b} \frac{\partial h_b}{\partial x} \\ &- f_i (U_a - U_b) |U_a - U_b| \sqrt{\left(\frac{dh_b}{dx} \right)^2 + 1} \end{aligned} \quad (9)$$

下層についても同様にして次のように求まる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \int_{h_b}^h u^2 dy &= - \frac{\partial}{\partial x} \int_{h_b}^h \frac{p}{\rho} dy + \left(\frac{p}{\rho} \right)_{h_b} \frac{\partial h_b}{\partial x} \\ &+ f_i (U_a - U_b) |U_a - U_b| \sqrt{\left(\frac{dh_b}{dx} \right)^2 + 1} \end{aligned} \quad (10)$$

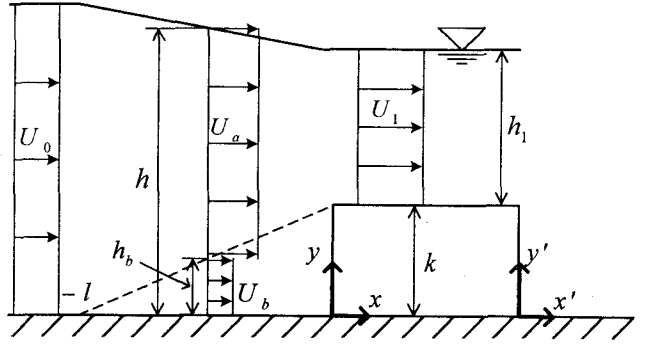


図-2 簡易モデルに用いる記号と座標系

(3) 圧力分布の誘導

a) 上層のモデル化

上層の連続式を y ($h_b < y < h$) から水面まで積分することにより、鉛直方向の流速 V_u は次式のように求まる。

$$V_u = \frac{\partial U_a(h-y)}{\partial x} + U_a \frac{dy}{dx} \quad (11)$$

これを y 方向の運動方程式に代入し、 y から h まで積分すると、次式となる。

$$\begin{aligned} - \int_y^h \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{p}{\rho} \right) dy &= \frac{p}{\rho} \\ &= g(h-y) + \left(U_a \frac{d^2 U_a h}{dx^2} - \frac{dU_a}{dx} \frac{dU_a h}{dx} \right) (h-y) \\ &+ \left\{ \left(\frac{dU_a}{dx} \right)^2 - U_a \frac{d^2 U_a}{dx^2} \right\} \left(\frac{h^2}{2} - \frac{y^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

上式の境界面上における上層側の圧力 $\left(\frac{p}{\rho} \right)_{h_b, u}$ は、

$$\begin{aligned} \left(\frac{p}{\rho} \right)_{h_b, u} &= g(h-h_b) + \left(U_a \frac{d^2 U_a h}{dx^2} - \frac{dU_a}{dx} \frac{dU_a h}{dx} \right) (h-h_b) \\ &+ \left\{ \left(\frac{dU_a}{dx} \right)^2 - U_a \frac{d^2 U_a}{dx^2} \right\} \left(\frac{h^2}{2} - \frac{h_b^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

となる。よって、上層の運動方程式は式(9)、(12)、(13)より次式のように求まる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \{ U_a^2 (h-h_b) \} &= - \\ \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{2} g (h-h_b)^2 + \left(U_a \frac{d^2 U_a h}{dx^2} - \frac{dU_a}{dx} \frac{dU_a h}{dx} \right) \frac{1}{2} (h-h_b)^2 \right. \\ &+ \left. \left\{ \left(\frac{dU_a}{dx} \right)^2 - U_a \frac{d^2 U_a}{dx^2} \right\} \left(\frac{h^3}{3} - \frac{h^2 h_b}{2} + \frac{h_b^3}{6} \right) \right] \\ &- \left[g (h-h_b) + \left(U_a \frac{d^2 U_a h}{dx^2} - \frac{dU_a}{dx} \frac{dU_a h}{dx} \right) (h-h_b) \right. \\ &+ \left. \left\{ \left(\frac{dU_a}{dx} \right)^2 - U_a \frac{d^2 U_a}{dx^2} \right\} \left(\frac{h^2}{2} - \frac{h_b^2}{2} \right) \right] \frac{\partial h_b}{\partial x} \\ &- f_i (U_a - U_b) |U_a - U_b| \sqrt{\left(\frac{dh_b}{dx} \right)^2 + 1} \end{aligned} \quad (14)$$

上式に式(1)、(2)を代入すると、 x の0次の項が満たすべき条件として次式が得られる。

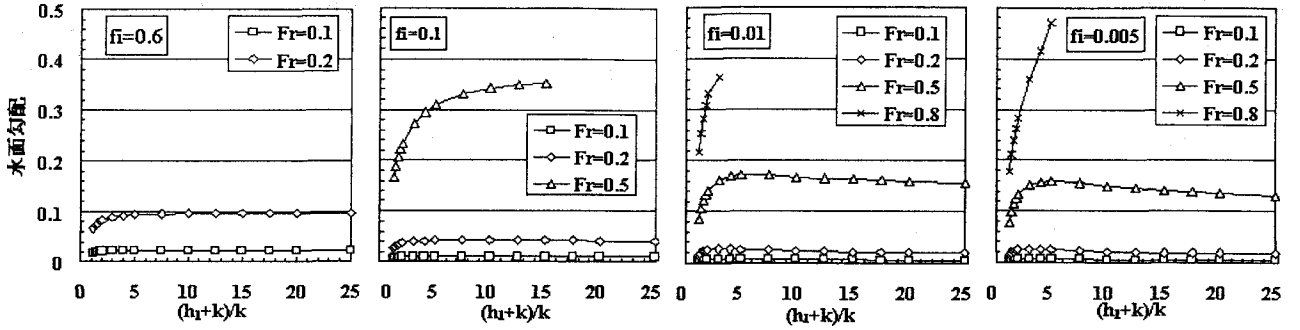


図-3 簡易モデルにおける棧型粗度上流側の水面勾配

$$U_1^2(d_1 - c_1) + 2U_1h_1q_1 = -gh_1d_1 - U_1h_1q_1d_1^2 - f_1U_1^2\sqrt{1+c_1^2} \quad (15)$$

b) 下層のモデル化

下層の連続式を河床から y ($0 < y < h_b$) まで積分することにより、鉛直方向の流速 V_l を導くと、

$$V_l = -\frac{\partial U_b y}{\partial x} + U_b \frac{dy}{dx} \quad (16)$$

となる。この式を y 方向の運動方程式に代入し、 y から h_b まで積分すると次式となる。

$$\begin{aligned} -\int_y^{h_b} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{p}{\rho} \right) dy &= -\left(\frac{p}{\rho} \right)_{h_b, l} + \frac{p}{\rho} \\ &= g(h_b - y) + \left\{ \left(\frac{dU_b}{dx} \right)^2 - U_b \frac{d^2 U_b}{dx^2} \right\} \left(\frac{h_b^2}{2} - \frac{y^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

次に、境界面上における下層側の圧力 $\left(\frac{p}{\rho} \right)_{h_b, l}$ を導く。

境界面上のある点において、境界面上側の全エネルギーを H_u 、下側の全エネルギーを H_l とすると、これらは、

$$H_u = \frac{U_a^2 + V_{h_b, u}^2}{2g} + h_b + \frac{p_{h_b, u}}{\rho g} \quad (18a)$$

$$H_l = \frac{U_b^2 + V_{h_b, l}^2}{2g} + h_b + \frac{p_{h_b, l}}{\rho g} \quad (18b)$$

となる。境界面の上下で全エネルギーはほぼ同一とみなし、次式のように運動エネルギーの差が境界面上下の圧力エネルギー差となるものと仮定する。

$$\left(\frac{p}{\rho} \right)_{h_b, l} = \left(\frac{p}{\rho} \right)_{h_b, u} + \frac{1}{2} \left[\left(U_a^2 + V_{h_b, u}^2 \right) - \left(U_b^2 + V_{h_b, l}^2 \right) \right] \quad (19)$$

一方、連続式より次の関係が得られる。

$$\begin{aligned} V_{h_b, u}^2 - V_{h_b, l}^2 &= \left\{ (U_a - U_b) \frac{dh_b}{dx} \right\}^2 \\ &+ 2 \left(-\frac{\partial U_b h_b}{\partial x} + U_b \frac{dh_b}{dx} \right) (U_a - U_b) \frac{dh_b}{dx} \end{aligned} \quad (20)$$

式(10)、(17)、(19)、(20)より、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(U_b^2 h_b \right) &= -\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{2} g h_b^2 + \frac{1}{3} \left\{ \left(\frac{dU_b}{dx} \right)^2 - U_b \frac{d^2 U_b}{dx^2} \right\} h_b^3 \right] \\ &- h_b \frac{d}{dx} \left[g(h - h_b) + \left(U_a \frac{d^2 U_a}{dx^2} - \frac{dU_a}{dx} \frac{dU_a}{dx} \right) (h - h_b) \right] \\ &+ \left\{ \left(\frac{dU_a}{dx} \right)^2 - U_a \frac{d^2 U_a}{dx^2} \right\} \left(\frac{h^2}{2} - \frac{h_b^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{1}{2} \left[(U_a^2 - U_b^2) + \left\{ (U_a - U_b) \frac{dh_b}{dx} \right\}^2 \right. \\ &+ 2 \left(-\frac{\partial U_b h_b}{\partial x} + U_b \frac{dh_b}{dx} \right) (U_a - U_b) \frac{dh_b}{dx} \left. \right] \\ &+ f_i (U_a - U_b) U_a - U_b \sqrt{\left(\frac{dh_b}{dx} \right)^2 + 1} \end{aligned}$$

上式に式(1)、(2)を代入し、 x の0次の項をとると、次の関係が得られる。

$$\begin{aligned} 0 &= -kgd_1 - U_1 k a_1 d_1 (d_1 - c_1) - h_1 k a_1^2 c_1 - U_1 k a_1 - U_1 k a_1 c_1^2 \\ &+ k^2 a_1 b_1 c_1 + 2U_1 k b_1 c_1^2 - 2k^2 b_1^2 c_1 + f_1 U_1^2 \sqrt{1+c_1^2} \end{aligned} \quad (22)$$

(4) 簡易モデルの方程式系と解の存在

ここまで導いてきた簡易モデルの方程式系をまとめると、次の5式となる。

- ① 幾何学的条件式 : 式(2c)
- ② 流れの規定条件($x=-l$ で $U_0=U_b$) : 式(3)
- ③ 連続式の0次項 : 式(5)
- ④ 上層の運動方程式の0次項 : 式(15)
- ⑤ 下層の運動方程式の0次項 : 式(22)

これらの非線形連立方程式は、 U_1, h_1, k, f_i が与えられると a_1, b_1, c_1, d_1, l について代数的に解くことができる。

摩擦係数 f_i については実験等を通じて同定する必要があるが、多くの実験データが必要となる。そこで、とりあえず $f_i=0.005, 0.01, 0.1, 0.6$ の場合について計算を行い、結果を比較した。解の特性と存在範囲を検討するため、図-3に相対水深($=h_1/k$)と水面勾配の関係を、 $Fr=0.1, 0.2, 0.5, 0.8$ の場合について示した。 f_i を大きくすると、水面勾配も大きくなることがわかる。また、 $Fr=0.1, 0.2$ の場合は f_i の値によらず解が存在するが、 $Fr=0.5, 0.8$ の場合は f_i を大きくすると相対水深によっては解が存在しない。

3. 非線形 $k-\epsilon$ モデルによる三次元解析

(1) 基礎式

$k-\epsilon$ モデルの基礎式は、次の通りである。

[連続式]

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (23)$$

[運動方程式]

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial U_j U_i}{\partial x_j} = g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial -u_i u_j}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} \quad (24)$$

[k-方程式]

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial k U_j}{\partial x_j} = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\frac{D_i}{\sigma_k} + \nu \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\} \quad (25)$$

[ε-方程式]

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon U_j}{\partial x_j} = -C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\frac{D_i}{\sigma_\varepsilon} + \nu \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right\} \quad (26)$$

ここに、 x_i ：空間座標、 t ：時間、 U_i ：流速、 p ：圧力、 u_i ：乱れ速度、 ν ：動粘性係数、 ρ ：流体の密度、 k ：乱れエネルギー、 ε ：乱れエネルギー散逸率、 D_i ：渦動粘性係数を表わす。モデル定数には、一般に $\sigma_k=1.0$ 、 $\sigma_\varepsilon=1.3$ 、 $C_{\varepsilon 1}=1.44$ 、 $C_{\varepsilon 2}=1.92$ が用いられる。

(2) レイノルズ応力の表現

本研究では、次のRun1～3の三通りのモデルを用いる。

a) Run 1

標準型線形k-εモデルであり、構成則は次式となる。

$$-\overline{u_i u_j} = D_i S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij}, \quad S_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}, \quad D_i = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (27)$$

C_μ は0.09(=const.)とする。

b) Run 2

二次非線形k-εモデルであり、構成則はYoshizawa⁴⁾による次の表現を用いる。

$$-\overline{u_i u_j} = D_i S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \frac{k}{\varepsilon} D_i \sum_{\beta=1}^3 C_\beta \left(S_{\beta j} - \frac{1}{3} S_{\beta \alpha \alpha} \delta_{ij} \right) \\ S_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}, \quad D_i = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad S_{lij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_r} \frac{\partial U_j}{\partial x_r} \\ S_{2ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_r}{\partial x_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_r} + \frac{\partial U_r}{\partial x_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_r} \right), \quad S_{3ij} = \frac{\partial U_r}{\partial x_i} \frac{\partial U_r}{\partial x_j} \quad (28)$$

係数 $C_1 \sim C_3$ は単純せん断流における既存の実験結果との適合性等を考慮して、次のように与えた²⁾。

$$C_1 = 0.4 f_M(M), \quad C_2 = 0, \quad C_3 = -0.13 f_M(M) \\ f_M(M) = (1 + 0.01 M^2)^{-1}, \quad M = \text{Max}(S, \Omega) \quad (29)$$

C_μ はRealizability等を考慮し、ストレインパラメータとローテーションパラメータの関数として次式で与える^{2,5,6)}。

$$C(M)_\mu = \min[0.09, 0.3/(1 + 0.09 M^2)], \quad M = \max(S, \Omega) \\ S = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{0.5 S_{ij} S_{ij}}, \quad \Omega = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{0.5 \Omega_{ij} \Omega_{ij}}, \quad \Omega_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \quad (30)$$

c) Run 3

三次非線形k-εモデルであり、構成則は式(28)に次のCubic termを付加した式となる。

$$[\text{Cubic Term}] = -C_4 \frac{k^2}{\varepsilon^2} D_i (\Omega_{ik} S_{kl} S_{lj} - S_{ik} S_{kl} \Omega_{lj}) \\ - C_5 \frac{k^2}{\varepsilon^2} D_i (\Omega_{ik} \Omega_{kl} S_{lj} + S_{ik} \Omega_{kl} \Omega_{lj} - \frac{2}{3} S_{mn} \Omega_{no} \Omega_{om} \delta_{ij}) \quad (31)$$

表-1 水理実験の条件

Case	Q(l/s)	h_1 (cm)	U_1 (cm/s)	Fr	$(h_1+k)/k$	h_0 (cm)	T(°C)
Case1	2.49	5.70	17.47	0.23	2.04	11.29	12.0
Case2	2.49	3.44	28.95	0.50	1.63	9.51	11.0
Case3	0.59	1.28	18.25	0.51	1.23	7.07	11.0
Case4	0.32	1.15	11.18	0.33	1.21	6.78	11.0
Case5	1.26	2.42	20.89	0.43	1.44	8.28	11.0

Q:流量, Fr: Froude数, T:水温, その他記号は図-1,2参照

係数 C_4 , C_5 については次式で与えた。

$$C_4 = -0.02(1 + 0.01 M^2)^{-1} \quad C_5 = 0 \quad (32)$$

(3) 計算法の概要

計算法は有限体積法とし、移流項の離散化にはQUICKを、時間積分には二次Adams Bashforth法を用いている。圧力は時間ステップ毎に収束計算で求める。壁面の k と ε は壁関数法で評価する。表層の連続式と運動方程式には水面を考慮した表層のコントロールボリュームで基礎式を積分した式を用い⁷⁾、水面変動を計算する。水面の ε は杉山らの方法⁸⁾で評価し、水面の k にはslip条件を課す。また、水面近傍の鉛直方向の乱れの減衰を考慮するため、次の減衰関数を渦動粘性係数に乘じる⁹⁾。

$$f_s = 1 - \exp\left\{-B(h-y)\varepsilon_s/k_s^{3/2}\right\}, \quad (B=10) \quad (33)$$

ここに、添字slは表層の値であることを示す。

4. 結果の考察

(1) 比較の対象とする実験データ

簡易モデル、及び非線形k-εモデルによる計算結果の検証のために行った実験の条件を表-1に示す。実験は幅25cm、長さ10mの開水路で行われた。水路中央部に断面形状が幅6.4cm、高さ5.5cmの角材を水路幅にわたって設置し、角材の上下流面の圧力分布をピトー管により測定した。本実験は相対水深が比較的小さい場合($(h_1+k)/k=1 \sim 2$)を対象としている。相対水深が比較的大きい場合($(h_1+k)/k=5 \sim 25$)については、足立による実験^{10, 11)}のデータを用いて検証を進める。

(2) 乱流モデルによる流況の再現性

図-4は、実験Case1に対応する計算結果による流速ベクトルと静水圧からの圧力偏差をx軸に沿う縦断面で比較したものである。計算格子数は、60(x方向)×18(y方向)×16(z方向)である。いずれのRunでも棧型粗度上面および下流部の剥離が再現されている。下流側の再付着点距離を表-2に示す。いずれのRunにおいても再付着点距離が実験値よりも小さく、特にRun 1は実験値との差が大きい。非線形モデルはいずれも比較的良好に再付着点距離を再現している。圧力偏差の分布をみると、粗度上流側は乱流モデルによる差異はみられず、下流側についてはRun 1における圧力偏差が他のRunより大きく評

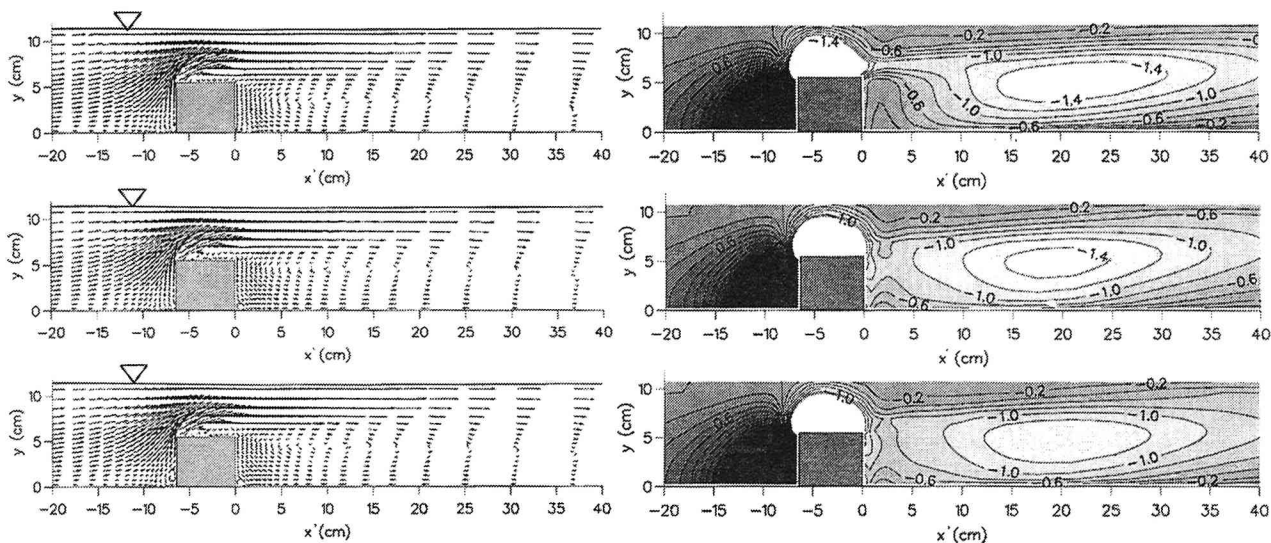


図-4 乱流モデルによる縦断流況（流速ベクトルと圧力偏差）の比較（Case1, 上：Run 1, 中：Run 2, 下：Run 3）

表-2 棧型粗度下流側の再付着点距離 l_d/k の比較

	Exp.	Run 1	Run 2	Run 3
Case 1	8.36	7.19	7.81	7.97
Case 2	8.20	7.11	7.66	7.68

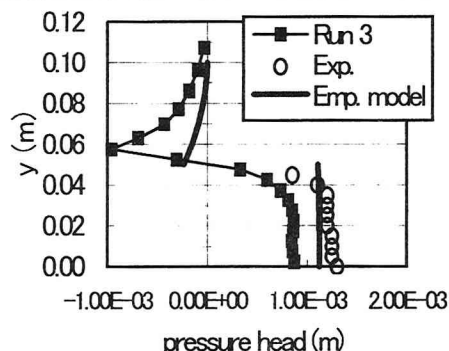


図-5 棧粗度前面の圧力偏差の鉛直分布(Case 1)

価されている。このことが、後述のようにRun 1における抗力係数の過小評価につながっていると思われる。

(3) 粗度前面の圧力分布と鉛直流速分布

棧型粗度の抗力係数を予測するには、棧型粗度上下流面の圧力分布を適切に予測する必要がある。図-5はCase 1における棧型粗度前面の圧力の静水圧からの偏差を、実験、簡易モデル、数値計算(Run 3)で比較したものである。実験では $y < k (=5.5\text{cm})$ の範囲でのみで圧力測定が行われている。 $y < k$ の範囲では、いずれの結果にも正の圧力偏差が生じており、その絶対値も比較的良好に適合している。一方、 $y > k$ の範囲では負の圧力偏差となり、Run 3の結果の方が簡易モデルよりも絶対値が大きい。

鉛直方向の運動方程式を考えると、棧型粗度周辺の圧力分布と鉛直流速分布が密接に関連していることがわかる。図-6は計算結果(Run 3)における棧型粗度上流側($x = -1\text{cm}$, -2cm)の鉛直流速を実験結果と比較したものである。実験結果では $y = k$ 付近でピークが見られる。計算結果は実験結果にはほぼ一致する。図-7は簡易モデルにおける棧粗度前面の鉛直流速であり、やはり $y = k$ 付近

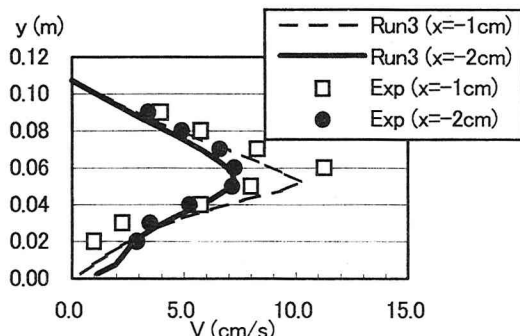


図-6 棧粗度前面の鉛直流速 (Case1, Run3, Exp.)

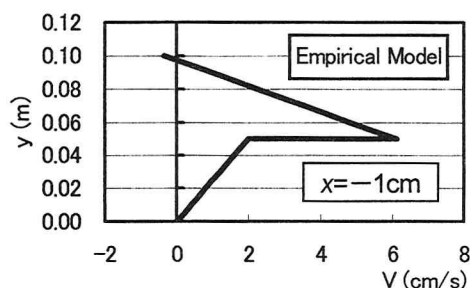


図-7 棧粗度前面の鉛直流速 (Case1, 簡易モデル)

で最大値をとるが、その値は実験値よりやや小さい。

(4) 抗力係数に関する検討

抗力係数の算定にあたっては、粗度上下流面の圧力の積分値の差を抗力と近似した。図-8は簡易モデルによる抗力係数を足立の実験^{10,11)}と比較したものである。実験値の近似線は足立^{10,11)}によるもので、フルード数によらず一本の曲線として描かれている。実験結果は相対水深 $(h_1+k)/k$ が大きくなると C_D が小さくなる傾向を示し、簡易モデルの特性と定性的に適合する。また、簡易モデルでは f 値を小さくするとフルード数への依存性が小さくなる。 $f=0.01$ では $(h_1+k)/k$ が5~10の範囲で実験値と簡易モデルの予測値はほぼ適合し、 $(h_1+k)/k$ が大きくなると簡易モデルは C_D を過大評価する。これは、境界面の圧力の仮定等に起因すると思われる、今後の検討課題である。

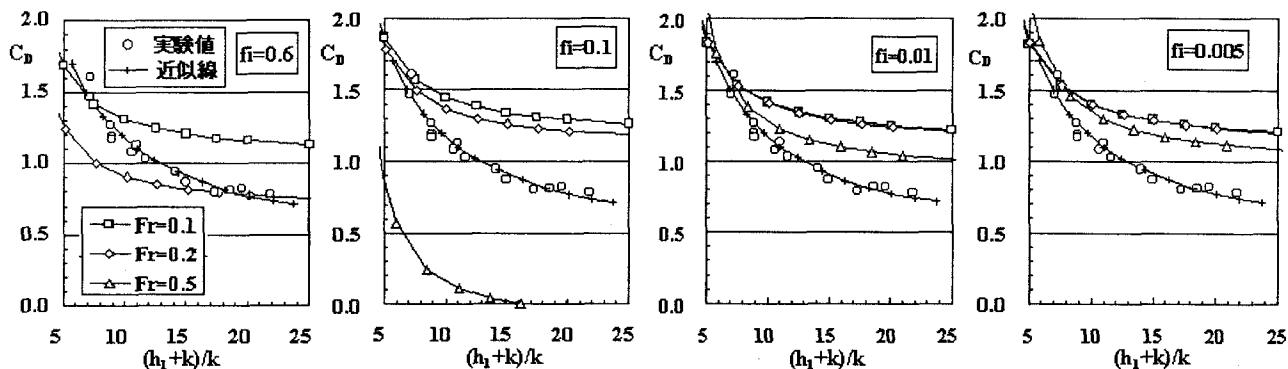


図-8 簡易モデルにおける抗力係数と足立による実験結果の比較

表-3 乱流モデルによる抗力係数の比較

	Exp.	Run 1	Run 2	Run 3
Case 1	5.90	4.86	5.17	5.27
Case 2	10.109	7.15	8.25	8.58

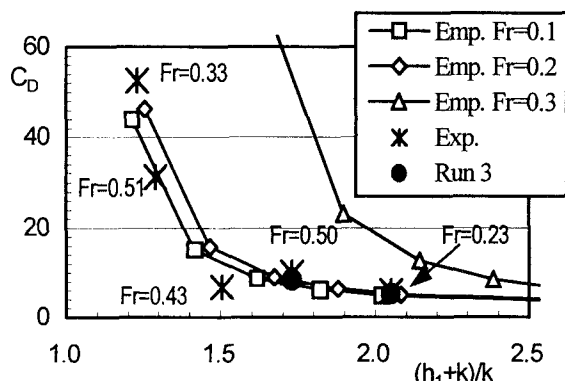


図-9 簡易モデルと数値解析による抗力係数の比較

表-3は、数値解析 (Run 1~3) における抗力係数を、実験値 (Case1, 2) と比較したものである。いずれのRunの値も実験値より小さいが、Run 3の結果は実験値に近い値を示す。図-9は、実験、および数値解析 (Run 3) の抗力係数を相対水深に対してプロットしたものである。図中には簡易モデルにおける値も併せて示してある。相対水深が大きくなると抗力係数が小さくなる傾向は、いずれの結果にも現れている。この図で、フルード数が小さい場合の簡易モデルの抗力係数は、実験値と比較的良く適合するが、フルード数が大きくなるにつれて簡易モデルが過大評価となることがわかる。これは、フルード数が大きいと、槽型粗度周辺で流れが乱れ、水面波が発生するが、簡易モデルでは水面波を考慮せず、直線的な水面形を仮定していることなどが一因と考えられる。

5. 結語

本研究は、槽型粗度周辺の流れ特性を効率的に予測する簡易モデルを提案するとともに、非線形 $k-\epsilon$ モデルによる三次元解析を行った。これらの結果を実験結果と比較し、流れ構造の検討を行うとともに、簡易モデルの有用性を検証した。主な結果は次にまとめる。

1. 乱流モデルの適用性について

- $k-\epsilon$ モデルとして、線形モデル、二次非線形モデル、三次非線形モデルの3通りを比較した結果、三次非線形モデルが再付着点距離、 C_D を最も良好に再現した。
- 2. 簡易モデルの特性について
 - 槽型粗度下流側に静水圧を仮定し、上流側に圧力偏差を考慮した簡易モデルを提案した。このモデルは相対水深が大きくなると抗力係数 C_D が小さくなるという足立の実験結果を定性的に再現した。
 - Fr数が大きい場合、簡易モデルは C_D を過大評価することが示され、モデル改良の必要性が指摘された。

参考文献

- 1) Kimura, I. and Hosoda, T.: 3-D flow structures around rectangular column in open channels by means of non-linear $k-\epsilon$ model, Proc. 1st Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena, Santa Barbara, pp.1001-1006, 1999.
- 2) 木村一郎, 細田尚: 乱れ強さ非負条件を考慮した非線形 $k-\epsilon$ モデルによる立方体周辺の流れの三次元解析, 水工学論文集, 第44巻, pp.599-604, 2000.
- 3) Hosoda, T., Sakurai, S., Kimura, I. and Muramoto, Y.: Unsteady flows in compound open channels with horizontal vortices and secondary currents by means of non-linear $k-\epsilon$ model, Proc. of ISFMTM '98, Tainan, Taiwan, pp.355-362, 1998.
- 4) Yoshizawa, A.: Statistical analysis of the deviation of the Reynolds stress from its eddy viscosity representation, Phys. Fluids Vol.27, pp.1377-1387, 1984.
- 5) Pope, S.B.: A more general effective viscosity hypothesis, J. Fluid Mech., Vol.72, pp.331-340, 1975.
- 6) Gatski, T.B. and Speziale, C.G.: On explicit algebraic stress models for complex turbulent flows, J. Fluid Mech., Vol.254, pp.59-78, 1993.
- 7) 岩佐義朗, 細田 尚, 平岡順次, 岡川一義: 無巻水路トンネル内の流れの抵抗則について, 京都大学防災研究所年報 第34号B-2, pp.337-353, 1991.
- 8) 杉山 均, 秋山光庸, 松原 珠: 複断面開水路内の乱流構造解析と縦渦生成に関する研究, 土木学会論文集 No.515/II-31, pp.55-65, 1995.
- 9) 細田 尚: 開水路流れにおける乱流拡散機構に関する水理学的研究, 京都大学博士論文, 1990.
- 10) 足立昭平: 開水路流れにおける槽型人工粗度の実験的研究, 京都大学防災研究所年報, 第3号, pp.17-33, 1959.
- 11) 足立昭平: 人工粗度の実験的研究, 土木学会論文集, No.104, pp.33-44, 1964.

(2000. 10. 2受付)