

波状跳水の流況特性

FLOW CHARACTERISTICS OF UNDULAR HYDRAULIC JUMPS

後藤 浩¹・安田 陽一²・大津 岩夫³

Hiroshi GOTOH, Youichi YASUDA and Iwao OHTSU

¹正会員 工修 日本大学助手 理工学部土木工学科 (〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台1-8)

²正会員 工博 日本大学助教授 理工学部土木工学科 (〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台1-8)

³正会員 工博 日本大学教授 理工学部土木工学科 (〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台1-8)

The flow characteristics of undular hydraulic jumps in horizontal rectangular channels have been clarified under a wide range of experimental conditions. The flow conditions of the undular jumps are classified, and the hydraulic condition required to form each flow condition is determined by the inflow Froude number and the aspect ratio. Further, each flow condition can be characterized by the wave height, the wave length, and the formation of the shock waves which are formed from side-walls near the toe of the undular jump. Compared with recent results by other researchers, a general agreement on flow characteristics of undular jumps is obtained.

Key Words : undular jump, hydraulic jump, hydraulic structure, open channel flow

1. まえがき

射流から常流へ遷移する場合、射流のフルード数が1に近い場合、波状跳水が形成される。

波状跳水は、洪水時の河川や堰などの落差を伴う水工構造物の下流側で観察される。水面に凹凸を伴った比較的速い流れが下流側遠方まで続く場合、河川両側岸の堤体の侵食や河床の洗掘の原因となる。すなわち、波状跳水の流況特性を知るとは、堰などの落差を伴う河川横断構造物の下流側の護岸などの設計や水工構造物周辺の河川流況を考える上で必要である。また、波状跳水はカヌーやラフティングなどのウォータースポーツへの利用や公園などの施設における流れの景観への利用が考えられる。

従来、射流から常流へ遷移する場合、流入射流のフルード数の値が1.7よりも大きくなると定常的な波状水面は形成されず、表面渦を伴う跳水(Classical jump: Weak jump, Oscillating jump, Steady jump, Strong jump)¹⁾が形成されると報告されている¹²⁾。しかしながら、実験によると流入射流のフルード数の値が1.7より大きくなったとしても定常的な波状水面を呈する流況が観察される場合がある[図-1(c),(g)]。

また、Chanson and Montes³⁾、Reinauer and Hager⁴⁾などによって波状跳水の流況や形成条件、一波目山頂断面での水深や波長などの特性が示されているが、実験結果を比較すると、両者の結果は異なっている。

波状跳水の流入射流のフルード数の値が1.2よりも大きくなると跳水始端付近の両側壁から衝撃波が形成される[図-1(b)参照]。水路幅が小さくなるとある段階で衝撃波が一波目山頂部よりも上流側で交差するようになり[図-1(f),(g)]、波状跳水の流況に衝撃波の交差の影響が認められるようになる^{9~10)}。この場合、波状跳水の流況に対するアスペクト比の影響が認められる。

レイノルズ数の値が小さくなるとある段階から波状跳水の流況に対する粘性の影響が無視できなくなる^{9~10)}。すなわち、波状跳水の流況は、レイノルズ数によって変化し実験結果が実設計に役に立たなくなる。

最近、著者らは、長方形断面水平水路における波状跳水の流況特性が、流入射流のフルード数ばかりでなく、流入部での乱流境界層の発達状態、アスペクト比およびレイノルズ数によっても支配される場合があることを明らかにした^{9~10)}。

波状跳水の流況特性や形成条件を解明し水理設計に役立てるためには、流入射流のフルード数、流入部での乱流境界層の発達状態、アスペクト比およびレイノルズ数を考慮した系統的な実験を行う必要がある。

ここでは、跳水始端部でのレイノルズ数 Re の影響が無視できる $Re \geq 6.5 \times 10^4$ [$Re = v_1 h_1 / \nu = q / \nu$], v_1 : 跳水始端での断面平均流速, h_1 : 跳水始端水深, q : 単位幅流量, ν : 動粘性係数]の条件^{9~10)}のもと、乱流境界層が十分に発達した領域に跳水始端が位置した場合(図-2)の長方形断面水平水路において形成される波状跳水の流況特性について、流入射流のフルード数とアスペクト比を広範囲に変化さ

Non-breaking undular jump	$1 < F_1 < 1.2$	(a)	(e)
	$1.2 \leq F_1 \leq F_{1\text{limit}}$	Case I (b) 水路側壁付近の水面形 衝撃波	Case II (f) 冠状の水面形
Breaking undular jump	$F_{1\text{limit}} < F_1 \leq F_{1u}$	(c)	(g)
Classical jump	$F_1 > F_{1u}$	(d)	(h)

図-1 流況

せて実験的検討を行った。すなわち、波状跳水の流況特性が一波目山頂部に対する衝撃波の相対的な交差位置と流入射流のフルード数の大きさによって分類されることを示した。また、それぞれの流況の形成条件を流入射流のフルード数とアスペクト比によって定め、一波目山頂断面での水深、波長、衝撃波の形成などから各流況を特徴づけた。さらに、他の研究者によって示された波状跳水の流況、形成条件、一波目山頂断面での水深や波長などの特性に関する実験結果を本実験結果を含め統一的に説明することが可能となった。

2. 実験

実験は長方形断面水平水路（図-3）を用い、表-1に

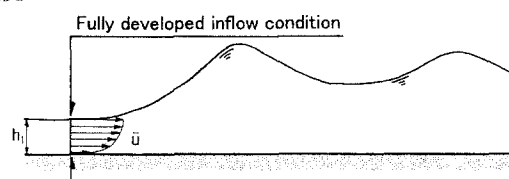


図-2 流入部での乱流境界層の発達

示されるような広範囲な実験条件 [F_1 :跳水始端のフルード数 ($=v_1/\sqrt{gh_1}$); v_1 :跳水始端での断面平均流速, g :重力加速度, h_1 :跳水始端水深, Q :流量, B :水路幅, L :水路の長さ]のもとで行った。本論文では、粘性の影響が無視できる $Re \geq 6.5 \times 10^4$ の範囲^{5)~10)}および跳水始端で乱流境界層が十分に発達した波状跳水を対象とした。なお、実験で用いた水路は波状跳水始端断面において乱流境界層が十分に発達するために必要な長さ L を有している。また実験に用いた水路には、波状跳水の流入条件と形成位置を

表-1 実験条件

B(cm)	L(m)	h ₁ (cm)	Q(m ³ /s)×10 ³	F ₁	Re×10 ⁴
10.5	5.0	2.63-3.39	2.20-3.02	1.30-2.16	2.0-2.9
15.5	5.0	2.60-5.17	6.54-9.02	1.23-2.39	2.0-5.4
20	17, 20	1.27-11.71	2.64-31.6	1.16-2.39	1.0-17.0
28	17	8.00-10.77	30.4-38.5	1.24-1.54	8.0-11.5
40	17, 20	2.20-11.75	9.36-65.5	1.15-3.14	1.5-18.3
80	14.5	2.52-11.43	24.1-123	1.13-2.46	2.5-12.0
100	8.0	3.18-4.97	55.1-74.7	1.82-3.10	6.5-8.2
130	8.0	3.36-5.31	69.7-73.9	1.40-2.94	6.5-7.0

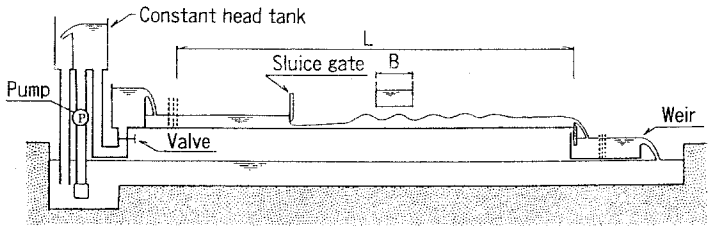


図-3 実験水路

Symbols

Non-breaking undular jump

- ▲ : $1 < F_1 < 1.2$
- : Case I
- : Case I と Case II の中間的な流況
- ⊕ : Case II

Occasional breaking

- : Case I
- : Case I と Case II の中間的な流況
- × : Case II

Breaking undular jump

- : Case I
- : Case I と Case II の中間的な流況
- △ : Case II
- + : Classical jump

Data of Chanson and Montes

- ▽ : $1 < F_1 < 1.2$
- ▽ : Non-breaking undular jump (Case II)
- ▼ : Non-breaking undular jump と Breaking undular jump との境界
- ▽ : Breaking undular jump と Classical jump との境界

Non-Breaking Undular Jump	$1 < F_1 < 1.2$			
	$1.2 \leq F_1 \leq F_{1\text{limit}}$	Case I	Case I と Case II の中間的な領域	Case II
Breaking Undular Jump	$F_{1\text{limit}} < F_1 \leq F_{1u}$			
Classical Jump	$F_1 > F_{1u}$			

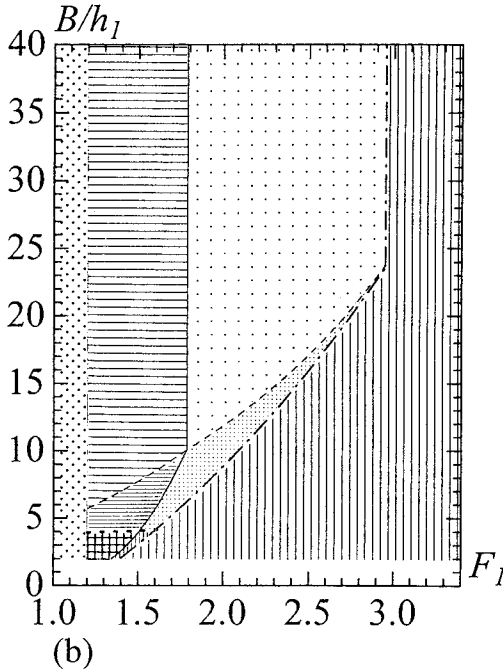
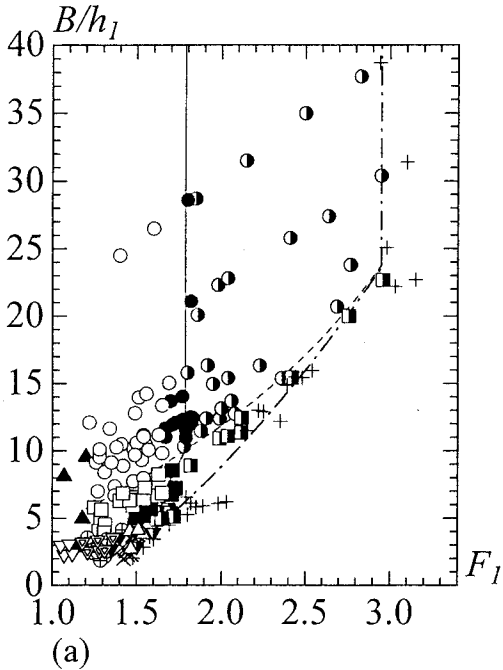


図-4 各流況の形成範囲

調整するために水路上流にスルース・ゲートが、水路下流には越流型のゲートが設置されている (図-3)。

各流況の特徴を調べるために、流況の観察 (水深の測定を含む)、流速の測定、色素の注入、写真撮影を行った。なお、流速の測定には、主に一次元 L.D.V. (採取時間 164s, 採取間隔 40ms) を用い、プロペラ流速計 (プロペラ直径 3mm) およびピトー管を併用した。

3. 流況

波状跳水の流況は、流入射流のフルード数 F_1 、衝撃波

の交差位置によって変化し⁹⁾⁸⁾、実験的に図-1のように分類される。図中、 $F_{1\text{limit}}$ は一波目が砕波していない波状跳水が形成されるとききの F_1 の上限値を示し、 F_{1u} は一波目山頂の水面が砕波してもなお定常的な波状水面を呈する流況が形成されるとききの F_1 の上限値を示す。

F_1 の値が 1.2 よりも大きくなると、衝撃波が跳水始端付近の両側壁から形成される [図-1(b), (c), (f), (g) 参照]。流況は、衝撃波の交差位置によって変化し、次のように分類される。

与えられた F_1 に対してアスペクト比 B/h_1 が小さくなると、ある段階で衝撃波が一波目山頂部より直上流側で交差するようになる [図-1(f)]。衝撃波が一波目山頂部より

上流側で交差しない場合、波状跳水の流況に対する B/h_1 の影響を無視することができる。この場合、水路側壁部を除いて二次元的で定常的な波状水面が形成される。この流況を“Case I”とする[図 - 1(b), (c)]。

衝撃波が一波目山頂部より上流側で交差すると、波状跳水の流況に対する B/h_1 の影響が無視できなくなる。この場合、一波目山頂部より直上流側において衝撃波が交差するため一波目山頂部では鶏冠状の水面形が形成される[図 - 1(f)参照]。このことは、Chanson and Montes³⁾によっても報告されている。また、一波目下流側では水路側壁に沿っても定常的に波状水面が形成される。この流況を“Case II”とする[図 - 1(f),(g)]。なお、Case I と Case II との間では、衝撃波が一波目山頂部より上流側で交差し、水路側壁部を除いて定常的な波状水面が形成される。すなわち、Case I と Case II の中間的な流況となる。

さらに、図 - 1 に示されるように、波状跳水の流況は F_1 によって分類され、次のように特徴づけられる。

(1) $1 < F_1 < 1.2$ の場合

水面の凹凸は小さく、流況は二次元的である[図 - 1(a),(e)]。この場合、衝撃波の形成はほとんど認められない。

(2) $1.2 \leq F_1 \leq F_{1\text{limit}}$ の場合

定常的な波状水面が形成され、水面の凹凸が下流側遠方まで続く[図 - 1(b),(f)]。

$1 < F_1 \leq F_{1\text{limit}}$ では、一波目山頂の水面は碎波しない。この場合、Reinauer and Hager⁴⁾ によって報告されている“Non-breaking undular jump”が形成される。

(3) $F_{1\text{limit}} < F_1 \leq F_{1u}$ の場合

一波目山頂の水面が碎波しているにもかかわらず、主流が水面に沿って定常的な水面の凹凸が下流側に続く[図 - 1(c),(g)]。

この流況を“Breaking undular jump”と呼ぶことにする。

なお、 F_1 の値が F_{1u} の値よりも大きくなると定常的な波状水面を呈する流況[Undular jump: 図 - 1(a)~(c), (e)~(g) 参照]が形成されず、表面渦を伴う跳水[Classical jump: 図 - 1(d),(h) 参照]が形成される。

4. 各流況の形成範囲

波状跳水の各流況の形成範囲を図 - 4 に示す。図中の実線は、Non-breaking undular jump が形成される流入射流の

フルード数の上限値 $F_{1\text{limit}}$ を示しており、一点鎖線は、Breaking undular jump が形成される流入射流のフルード数の上限値 F_{1u} を示している。また、図 - 4 中の破線は、Case I の流況が形成されるアスペクト比 B/h_1 の最小値を示し、点線は Case II の流況が形成されるためのアスペクト比 B/h_1 の最大値を示している。

図 - 4 に示されるように、Case I が形成されるための B/h_1 の最小値は F_1 の値が大きくなるに伴って大きくなる。この場合、 F_1 の値が大きくなるに伴って一波目前面の水面勾配が大きくなり、衝撃波と水路側壁とのなす角度が大きくなる。また、Case II が形成されるための B/h_1 の最大値は F_1 の値にほとんどよらない。この場合、流入断面での流速分布は三次元的であることが実験的に確かめられている。

Case I の場合、衝撃波が一波目山頂部より上流側で交差しないため、 $F_{1\text{limit}}$ および F_{1u} の値は B/h_1 によらない(図 - 4)。すなわち、図 - 4 に示されるように、 $F_{1\text{limit}}$ については $B/h_1 \geq 9 \sim 10$ で生じ、その値はほぼ $1.7 \sim 1.8$ となる。また、 F_{1u} については $B/h_1 \geq 22 \sim 23$ で生じ、その値はほぼ $2.9 \sim 3.0$ となる。

Case II の場合、衝撃波が一波目山頂部よりも直上流側で交差するため一波目山頂の水面が碎波し易くなり、 B/h_1 の値が小さくなるに伴って $F_{1\text{limit}}$ および F_{1u} の値は小さくなる。すなわち、 F_1 の値が 1.7 以下でも Breaking undular jump もしくは Classical jump が形成される場合がある。

Case I と Case II との間の中間領域では、衝撃波が一波目山頂部より直上流側で交差するため、一波目山頂の水面が碎波し易くなり、 B/h_1 の値が小さくなるに伴って $F_{1\text{limit}}$ および F_{1u} の値は小さくなる。

なお、図 - 4 に示されるように同一な B/h_1 のもとで $F_{1\text{limit}}$ 、 F_{1u} の値に関する本実験値と Chanson and Montes³⁾によって示された実験値 ($Re \geq 6.5 \times 10^4$ の実験値を対象)とを比べるとほぼ同様な結果となっている。

5. 流況特性

波状跳水の一波目山頂断面での水深 h_{m1} 、波長 L_1 、衝撃波始端から一波目山頂部までの水平長さ L_w 、衝撃波の水路側壁からのなす角 θ (図 - 5)の実験値を Case I および Case II についてそれぞれ(1)の関係に基づき整理したものを図 - 6、7 に示す。ただし、 h_{m1} 、 L_1 の値は水路中央での値を示す。

$$\frac{h_{m1}}{h_1}, \frac{L_1}{h_2}, \frac{L_w}{h_1}, \theta = f(F_1) \quad (1)$$

ここに、 h_2 は跳水の共役水深である。なお、跳水の共役水深比 $[h_2/h_1 = (\sqrt{8F_1^2 + 1} - 1)/2]$ の計算値 $(h_2/h_1)_{cal}$ は、与えられた F_1 に対し Case I および Case II の場合によらず、波状跳水の一波目山頂部下流側の定常的な水面の凹凸が形成されている領域の平均水深から求めた実験値 $(h_2/h_1)_\alpha$ と

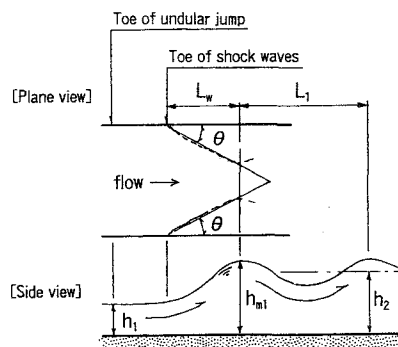


図-5 定義図

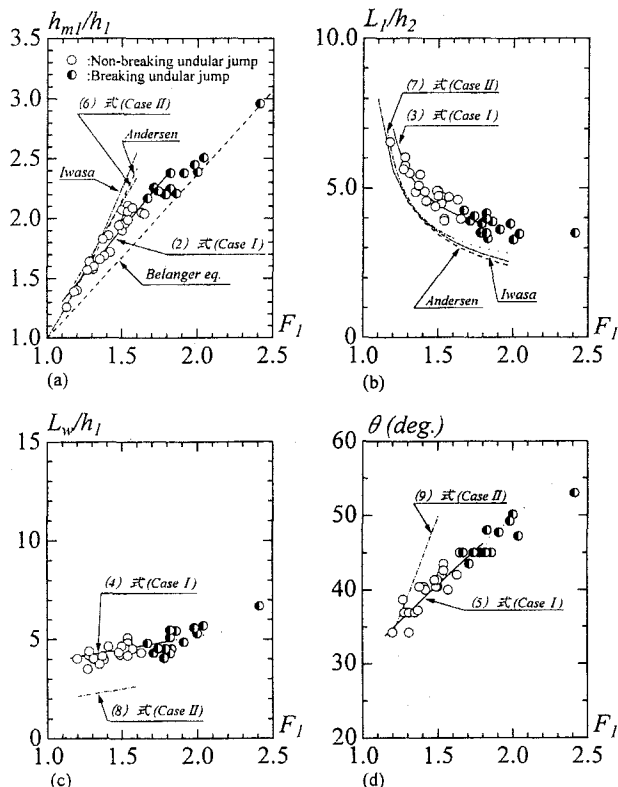


図-6 流況特性 (Case I)

(a) 一波目山頂断面での水深, (b) 波長, (c) 衝撃波始端から一波目山頂部までの水平長さ (d) 衝撃波の角度

±5%以内で一致することが実験から確かめられた (図-8)。

Non-breaking undular jump, Case I の場合, h_{m1}/h_1 , L_1/h_2 , L_w/h_1 および θ は F_1 によって変化し、実験値に基づき最小二乗法を用いると次式が得られる (図-6, 7 中実線)。なお、[]内は、実験式からの実験値の偏差の範囲を示している。

$$\frac{h_{m1}}{h_1} = 1.51F_1 - 0.35 \quad [|(h_{m1}/h_1)_{cal} - (h_{m1}/h_1)_a| \leq 0.2] \quad (2)$$

$$\frac{L_1}{h_2} = \frac{0.85}{F_1 - 1} + 2.75 \quad [|(L_1/h_2)_{cal} - (L_1/h_2)_a| \leq 1] \quad (3)$$

$$\frac{L_w}{h_1} = 1.30F_1 + 2.56 \quad [|(L_w/h_1)_{cal} - (L_w/h_1)_a| \leq 0.8] \quad (4)$$

$$\theta = 30.6F_1^{0.70} \quad [|\theta_{cal} - \theta_a| \leq 3] \quad (5)$$

なお、二～五波目までの山頂断面での水深、波長の実験値は、一波目の実験値とほぼ同様になることが実験から

○ : Non-breaking undular jump
● : Breaking undular jump
⊕ : Data of Chanson and Montes
[Non-breaking undular jump ($B/h_1 < 3-4$)]
● : Data of Reinauer and Hager
[Non-breaking undular jump ($B/h_1 = 4.3-4.5$)]

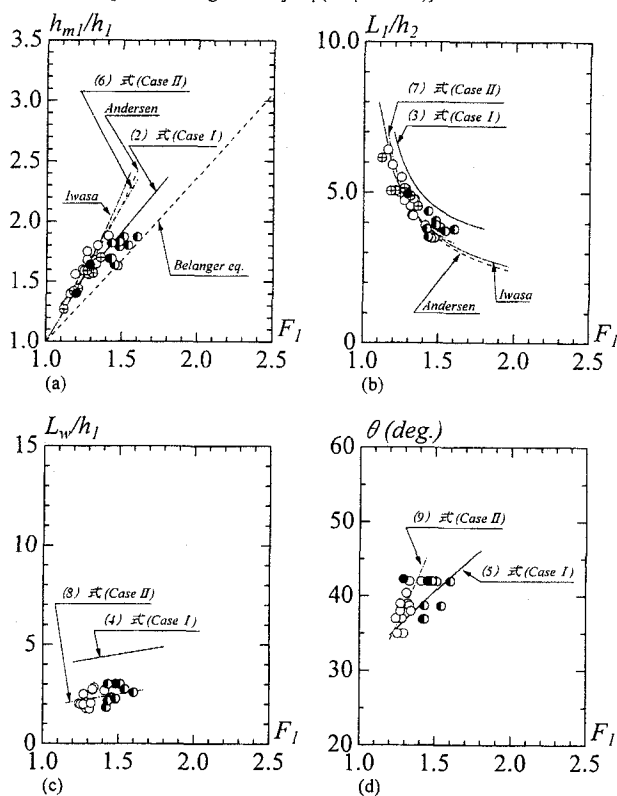


図-7 流況特性 (Case II)

(a) 一波目山頂断面での水深, (b) 波長, (c) 衝撃波始端から一波目山頂部までの水平長さ (d) 衝撃波の角度

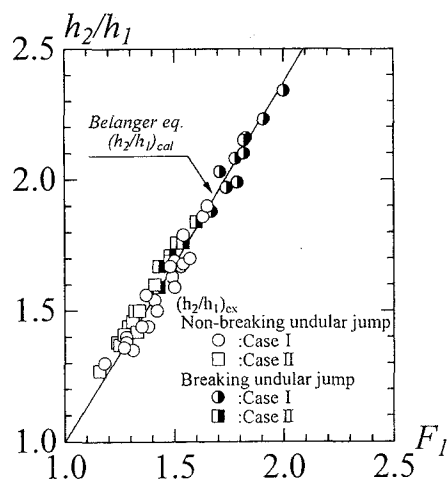


図-8 波状水面の平均水深と跳水共役水深との関係

確かめられた。また、五～六波目以降は、波の形成が定常的でなく不規則な水面変動が下流側へ伝わる。

Case II の場合、衝撃波が一波目山頂部の直上流側で交差するため、 h_{m1}/h_1 の値は Case I の場合より大きくなる。この場合、 L_1/h_2 や L_w/h_1 の値は Case I の場合より小さくなる。また、 θ は、一波目前面の水面勾配が大きくなり、Case I の場合より大きな値を示す。すなわち、Non-breaking undular jump、Case II の場合、 h_{m1}/h_1 , L_1/h_2 , L_w/h_1

および θ については、実験値に基づき最小二乗法を用いると次式が得られる[図 - 6, 7 中一点鎖線]。

$$\frac{h_{m1}}{h_1} = 2.13F_1 - 1.06 \quad [|(h_{m1})_{cal} - (h_{m1})_{ex}| \leq 0.2] \quad (6)$$

$$\frac{L_1}{h_2} = \frac{0.80}{F_1 - 1} + 2.00 \quad [|(L_1/h_2)_{cal} - (L_1/h_2)_{ex}| \leq 0.6] \quad (7)$$

$$\frac{L_w}{h_1} = 1.30F_1 + 0.56 \quad [|(L_w/h_1)_{cal} - (L_w/h_1)_{ex}| \leq 0.7] \quad (8)$$

$$\theta = 26.0F_1^{1.50} \quad [|\theta_{cal} - (\theta)_{ex}| \leq 3] \quad (9)$$

Case I と Case II との間の中間領域においては、与えられた F_1 に対して B/h_1 が大きくなるに伴って、 h_{m1}/h_1 、 L_1/h_2 、 L_w/h_1 および θ の値は Case I の場合に近づく。

従来、鉛直加速度を考慮した開水路の基礎式を用いて h_{m1}/h_1 、 L_1/h_2 の値が示されている¹¹⁾¹²⁾が、それらの適用範囲については示されていない。 $Re \geq 6.5 \times 10^4$ 、Non-breaking undular jump の場合の実験値と比較すると、Case I の場合、 $F_1 \leq 1.3$ で基礎式から示された結果と同様な結果が示される[図 - 6(a),(b)]。また、Case II の場合、 $F_1 \leq 1.4$ で、基礎式から示された結果と同様となる[図 - 7(a),(b)]。

Breaking undular jump の場合、一波目山頂断面での水深 h_{m1}/h_1 の値は、Non-breaking undular jump の場合の実験式によって示される値より小さくなる [図 - 6(a), 7(a)]。また、 F_1 の値が大きくなるにつれて、 h_{m1}/h_1 の大きさは h_2/h_1 の大きさに近づく。 L_1/h_2 および L_w/h_1 の値は、Non-breaking undular jump の場合の実験式によって示される値と同様となる[図 - 6(b),(c), 7(b),(c)]。衝撃波の角度については、Case I の場合、Non-breaking undular jump の場合の実験式によって示される値と同様となる[図 - 6(d)]が、Case II の場合、一波目前面の水面勾配が小さくなり Non-breaking undular jump の場合より小さくなる[図 - 7(d)]。

なお、図 - 7 に示されるように同一なアスペクト比 B/h_1 のもとで本実験値と Chanson and Montes³⁾、Reinauer and Hager⁴⁾によって示された h_{m1}/h_1 、 L_1/h_2 の値($Re \geq 6.5 \times 10^4$ の実験値を対象)とを比較すると、ほぼ同様な結果が得られる。

6. 結論

$Re \geq 6.5 \times 10^4$ の場合、流入断面において乱流境界層が十分に発達した波状跳水の流況特性について広範囲な実験条件のもと検討を行った。その結果、波状跳水の流況を流入射流のフルード数と一波目山頂部に対する衝撃波の相対的な交差位置によって分類することができた(図 - 1)。また、各流況が形成される条件を流入射流のフルード数 F_1 とアスペクト比 B/h_1 を用いて定めることができた(図 - 4)。特に、Case I の場合には、流入射流のフルード数の値が1.7～3.0 の範囲でも定常的な波状水面を呈する流況(Breaking undular jump)が形成されることを示した。また、Case II では流入射流のフルード数の値が1.7 以下でも波

状跳水が形成されず典型的な跳水が形成される場合があることを示した。

Non-breaking undular jump の各流況に対応した一波目山頂断面での水深や波長、衝撃波始端から一波目山頂部までの水平長さ、衝撃波の側壁からのなす角度を明らかにし、実験的に(2)～(9)式を提示した(図 - 6,7)。また、Breaking undular jump の各流況に対応した波状跳水の一波目の一波目山頂断面での水深や波長、衝撃波始端から一波目山頂部までの水平長さ、衝撃波の角度を明らかにした(図 - 6, 7)。

系統的な実験によって得られた本研究結果から他の研究者によって示された波状跳水の形成条件、一波目山頂断面での水深や波長などの特性に関する結果を包含することができ、実験結果を水理設計に役立てることが可能となった。

参考文献

- 1) Chow, V. T.: Open Channel Hydraulics, McGraw-Hill International, New York, USA, 1959.
- 2) 土木学会水理委員会編集:水理公式集[平成 11 年度版],1999.
- 3) Chanson, H. and Montes, J.S.: Characteristics of Undular Hydraulic Jump: Experimental Apparatus and Flow Patterns, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 121(2), pp.129～144, 1995.
- 4) Reinauer, R. and Hager, W.: Non-Breaking Undular Hydraulic Jump, *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, 33(5), pp.1～16, 1995.
- 5) 後藤、安田、大津: 波状跳水の形成条件に対するレイノルズ数・アスペクト比の影響について, 水工学論文集, 土木学会, 第 43 巻, pp.299～304,1999.
- 6) Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Gotoh, H.: Discussion of Characteristics of Undular Hydraulic Jumps: Experimental Apparatus and Flow Patterns, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 124(2), pp.161～162, 1997.
- 7) Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Gotoh, H.: Characteristics of Undular Jumps in Rectangular Channels, *Proc. of the 26th IAHR Congress*, IC14, London, UK, 1995.
- 8) Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Gotoh, H.: Discussion of Non-Breaking Undular Hydraulic Jumps, *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, 34(2), pp.567～572,1996.
- 9) 大津、安田、後藤: 波状跳水の形成条件について, 水工学論文集, 土木学会, 第 42 巻, pp.673～678,1998.
- 10) Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Gotoh, H.: Hydraulic Condition of Undular Jump Formation, *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, (to be published).
- 11) Iwasa, Y.: Undular Jump and Its Limiting Condition for Existence, *Proc. of the 5th Japan National Congress for Applied Mech.*, pp.315～319, 1955.
- 12) Andersen, V.M.: Undular Hydraulic Jump, *Journal of Hydraulic Division, Proc. of ASCE*, 104(HY8), pp.1185～1188, 1978.

(2000. 10. 2. 受付)