

オリフィスゲート放流を伴う鉛直2次元流れの 計算

2-DIMENSIONAL NUMERICAL MODEL OF FLOW IN RESERVOIR WITH ORIFICE GATE

井上卓也¹・清水康行²

Takuya INOUE and Yasuyuki SHIMIZU

¹ 学生会員 北海道大学大学院工学研究科 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

² 正会員 工博 北海道大学大学院工学研究科助教授

In this paper, a numerical model is developed to predict flow in dam reservoirs with orifice gate. We present a high-order Godunov scheme, referred to as the CIP method, for the numerical simulation of flow in a reservoir. This method splits the integration of Navier-Stokes equations into a non-advection and pure advection phase. The solution of the non-advection phase is cubically interpolated and then advected to the solution grid points. Free water surface movement is calculated using kinetic condition of the water surface. Calculated flow and free water surface behavior is compared with an experiment conducted in a flume with an orifice gate. Good agreement between calculated and measured results are found and thus the validity of the numerical model is verified.

keyword: *braided channel, numerical model, CIP numerical scheme.*

1. はじめに

わが国の河川は急流であることに加えて降雨量も多いため、土砂生産および流出する土砂量が多い。このような河川にダムを建設する場合、流れを遮断するため水利条件が変化し、ダム下流における河床高の低下や貯水池内での堆砂が生じる。ダム堆砂は貯水池の貯水容量を減少させ、利水および治水機能の低下につながる深刻な問題である。

本研究では沙流川二風谷ダムを例に、沖積河川の中流部にダムが建設された場合に生じる土砂輸送環境の変化を坊野ら¹⁾の研究に引き継ぎ検討したものである。

坊野ら¹⁾は出水時における連続土砂観測や河床形状・河床材料の調査結果に基づき、河床変動モデルを作成し、長期的な堆砂量予測を行っている。本研究は貯水池内に既に堆砂している土砂をゲート操作で貯水位を下げることによる排砂量を予測することを目的とする。

坊野ら¹⁾の河床変動モデルでは長期的な堆砂予測のため、流れを擬似常流・不等流と見なしている。しかしながら、本研究ではダムのゲート操作が貯水池内におよぼす影響を検討するため短期間における流れの変化を

考慮する必要があり、非定常流として扱われる。

さらに、貯水位の変化やダム放流などの流れの急激な変化にも対応可能とするため、本研究では流れの計算にCIP法²⁾を用いる。

CIP法²⁾は基礎式中の移流項計算において計算格子間の物理量の分布を3次式にて補完することで、次時間の物理量を求める方法である。この手法によれば数値拡散を最小に抑えることができ、誤差の伝播を防ぐため、精度の良い計算が得られる。

井上ら³⁾は既にCIP法²⁾を用いた1次元河床変動計算モデルを構築し、試行的に出水時に流入量より放流量が多くなるようなゲート操作を行った場合の河床変動計算を行っている。その手法を用いて計算を行った結果が図-1である。図-1において、横軸は計算の上流端からの距離(km)、縦軸は標高(m)、白色は水、灰色の部分は二風谷ダムが完成する前に調査された河床材料の粒径データ(平均粒径 $17mm$)を用い、黒色の部分は1997年9月の貯水池内観測時にサンプルされた堆積土砂の河床材料の粒径データ(平均粒径 $0.02mm$)を用いている。ただし、初期条件としてダム貯水池内に堆砂してい

る土砂は土砂の変動が分かりやすいように、実際に堆砂している量より多く想定している。また、図-2で示す貯水池流入流量と貯水位を用いている。なお、ここで用いた貯水池流入流量は1997年8月9日～13日の出水時のものである。その他の計算条件は井上ら³⁾と同じ条件を用いている。

このように、貯水池内に既に堆砂している土砂をゲート操作で貯水位を下げるにより排砂する可能性は既に示されている。しかしながら、ダム貯水池内では鉛直方向に流速の分布が著しく異なると予測される。特に、放流ゲートに近い地点では、河床付近の流速は放流により非常に速くなっていると考えられる。このような河床付近の流速による flashing を1次元モデルでは再現することは出来ないため、流れの計算を2次元に拡張することが必要とされる。

本研究ではオリフィスゲートからの放流を伴う2次元流れの計算モデルを構築し、同じ条件での計算と実験を行い結果を比較することにより、モデルの妥当性の検証を行うものである。

2. 実験の概要

実験は図-3に示す透明なアクリル水槽を用いて行われた。水槽の下流側(図-3の右側)の壁には上にスライド出来るようなオリフィスゲートが設置されている。水槽にメチレンブルーで着色した水を25(cm)貯め、この状態から、下流側のゲートを上方にスライドして放流を行った。この様子をデジタルビデオカメラで撮影した。撮影した映像はコンピュータに取り込み静止画像化し、数値計算による計算結果との比較、検証に用いる事とした。

3. 自由水面の移動を伴う2次元流れの計算モデル

3.1 流れの基本式

二次元非圧縮流体に対する以下の連続の式(1), Navier-Stokes 方程式(2), (3)を用いて行われる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$Q = \frac{8}{15} C \tan \frac{\theta}{2} \sqrt{2gH^{\frac{5}{2}}} \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (3)$$

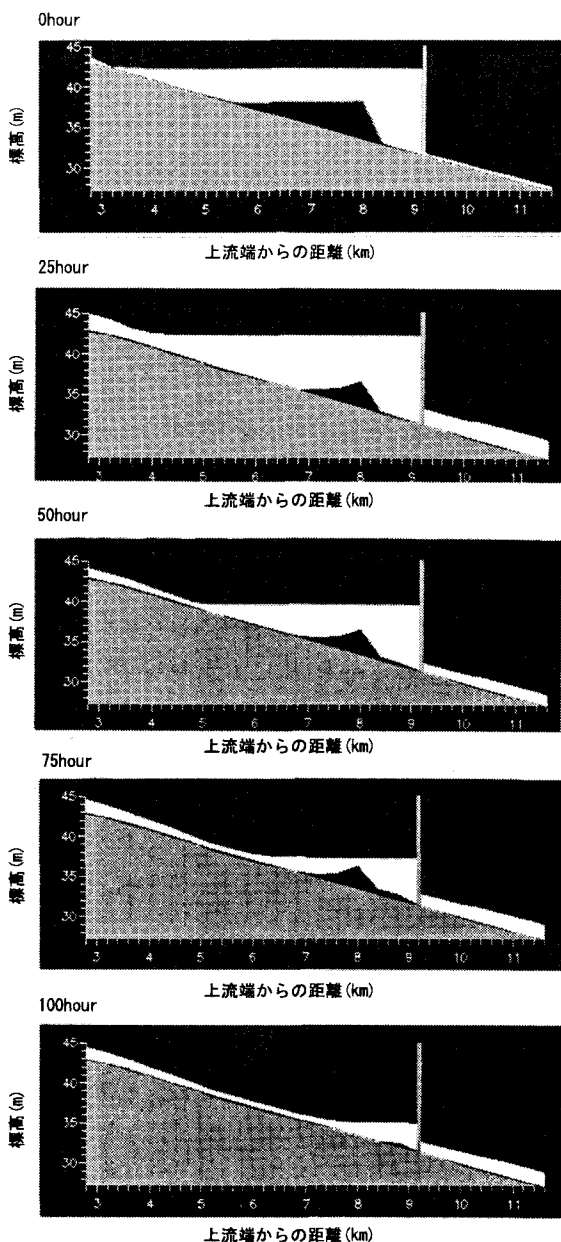


図-1 二風谷ダム貯水池の排砂計算結果(1次元)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] - g \quad (4)$$

ただし、 x は流下方向距離、 y は鉛直方向距離、 u, v はそれぞれ x, y 方向流速、 t は時間、 H は水位、 ρ_0 は流体の密度、 ν は動粘性係数、 g は重力加速度、 $P(=p_0+p)$ は流体の圧力、 p_0 は流体が静止状態の時の圧力(静水圧)、 p は流体が動く事によって生じる圧力(動水圧)である。

さらに、 $p_0 = \rho_0 g(H-y)$ なので、Navier-Stokes 方程式(2), (3)は式(4), (5)のように書き換えられる。水面の時間変化は水面における運動学的境界条件から求める。図-4に示すように、水面上の流体粒子の運動と水面位置の変化が対応する事から式(6)を得る。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} - g \frac{\partial H}{\partial x}$$

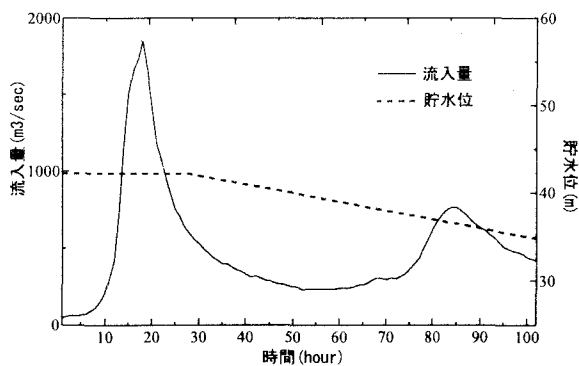


図-2 流入量と貯水位の時間変化

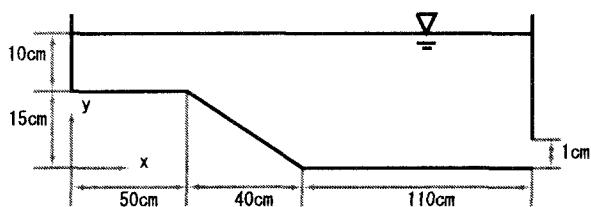


図-3 実験水路模式図

$$+\nu\left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right] \quad (5)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (6)$$

$$\text{at } y = h : \quad \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} = v \quad (7)$$

3.2 座標変換

底面や水面の境界面が任意の曲面に適用できるように、図-5のような境界適合座標を考え、物理空間 (x, y) から写像空間 (ξ, η) へ変換する。 ξ は上流端で0、下流端で1となるようにとられ、 η は河床で0、水面で1と

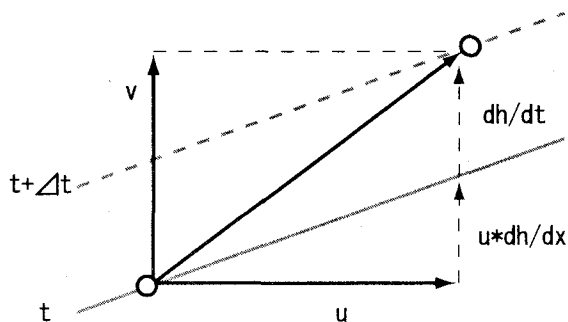


図-4 水面速度と水面位置変化の関係

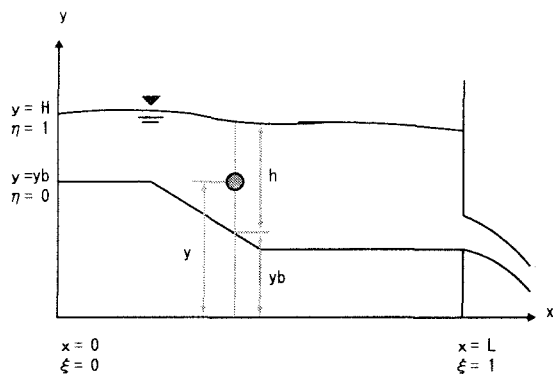


図-5 境界適合座標

なるようにとられる。

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad \eta = \frac{y - y_b}{h} \quad (8)$$

ただし、 L は対象とする水域の長さ、 y_b は河床高、 h は水深で $H = h + y_b$ の関係にある。式 (7) を式 (1), (4), (5), (6) に適用すると以下ようになる。

$$\frac{\partial(hu)}{\partial \xi} + \frac{\partial(Lv_1)}{\partial \eta} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{L} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{v_2}{h} \frac{\partial u}{\partial \eta} = -\frac{1}{\rho_0 L} \left(\frac{\partial p}{\partial \xi} - \frac{\Omega}{h} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) - \frac{g}{L} \frac{\partial H}{\partial \xi} + \nu \Delta u \quad (10)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{u}{L} \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{v_2}{h} \frac{\partial v}{\partial \eta} = -\frac{1}{\rho_0 L} \frac{\partial p}{\partial \eta} + \nu \Delta v \quad (11)$$

$$\text{at } \eta = 1 : \quad \frac{\partial h}{\partial t} = v_1 \quad (12)$$

ただし、

$$v_1 = v - \frac{u}{L} \Omega \quad (13)$$

$$v_2 = v_1 - \eta \frac{\partial H}{\partial t} \quad (14)$$

$$\Delta = \frac{1}{L^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - \frac{2}{L^2} \frac{\Omega}{h} \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} - \frac{1}{L^2 h} \left(\frac{\partial \Omega}{\partial \xi} - \frac{\Omega}{h} \frac{\partial h}{\partial \xi} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (15)$$

$$\Omega = \eta \frac{\partial h}{\partial \xi} + \frac{\partial y_b}{\partial \xi} \quad (16)$$

3.3 計算メッシュ

計算メッシュはスタックカート格子を用い、 u, v, p, h , h_B は図-6のような位置関係とする。分割数は鉛直方向に40、水平方向に60とする。

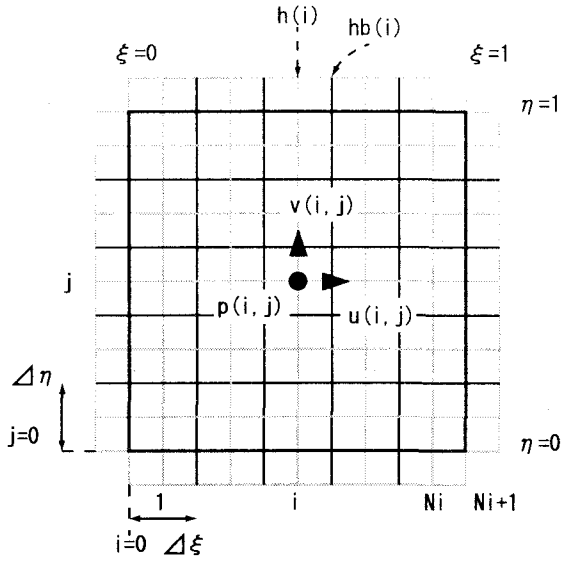


図-6 計算領域

3.4 分離解法について

Navier-Stokes 方程式 (9) および (10) に対して分離解法を適用して計算を行う。同一の時間ステップでの流速を、圧力項、粘性項および移流項とに分離して求める。式 (9) を以下の式に分離する。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0 L} \frac{\partial p}{\partial \xi} - \frac{g}{L} \frac{\partial H}{\partial \xi} \quad (17)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\Omega}{\rho_0 L h} \frac{\partial p}{\partial \eta} + \nu \Delta u \quad (18)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{L} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{v_2}{h} \frac{\partial u}{\partial \eta} = 0 \quad (19)$$

ある時間 t の流下方向流速を u^n 、微小時間 Δt 後の $t + \Delta t$ 時刻の流速を u^{n+1} とする。式 (16) で u^n を $\tilde{u}$ に、式 (17) で $\tilde{u}$ を $\hat{u}$ に、式 (18) で $\hat{u}$ を u^{n+1} に更新する。同様に式 (10) にも分離解法を適用する。

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0 L} \frac{\partial p}{\partial \eta} \quad (20)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = +\nu \Delta v \quad (21)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{u}{L} \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{v_2}{h} \frac{\partial v}{\partial \eta} = 0 \quad (22)$$

式 (19) で v^n を $\tilde{v}$ に、式 (20) で $\tilde{v}$ を $\hat{v}$ に、式 (21) で $\hat{v}$ を v^{n+1} に更新する。ここで、式 (16), (19) を Non-Advection Phase 1, 式 (17), (20) を Non-Advection Phase 2, 式 (18), (21) を Advection Phase と呼ぶ事とする。Non-Advection Phase 1 の圧力値は、連続式 (8) を満足するように SOR 法⁴⁾ を用いて求められる。分離解法を用いることにより、粘性項と移流項を含まない為、計算が簡単な形で行える。この後、Advection Phase の解を CIP 法²⁾ を用いて求める。

3.5 Non-advection Phase 1 の計算方法

ここでは Non-Advection Phase 1 で連続の式 (8) と連立し圧力を求める過程を詳しく述べる。まず、式 (16), (19) を差分化した式 (22), (23) を連続の式 (8) に代入する。連続の式 (8) では v_1 が用いられているが、 v_1 は h を含み計算が難しくなるので、ここでは $v_1 = v$ と仮定する。次に差分化された連続の式 (24) を圧力に関する形に変形すると式 (25) になる。式 (25) を繰り返し計算することにより $\tilde{p}$ を求める。求められた $\tilde{p}$ を式 (22), (23) に戻すことで $\tilde{u}, \tilde{v}$ を求める。ただし、 $\tilde{H}$ は水面位置の時間変化の計算で求められる次時間の水位 H^{n+1} をそのまま用いる。

$$\tilde{u}(i, j) = u^n(i, j) - \frac{\Delta t}{\rho_0 L} \frac{\tilde{p}(i+1, j) - \tilde{p}(i, j)}{\Delta \xi} - \frac{g \Delta t}{L} \frac{\tilde{H}(i+1) - \tilde{H}(i)}{\Delta \xi} \quad (23)$$

$$\tilde{v}(i, j) = v^n(i, j) - \frac{\Delta t}{\rho_0 \tilde{h}(i)} \frac{\tilde{p}(i, j+1) - \tilde{p}(i, j)}{\Delta \eta} \quad (24)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[\tilde{h}_B(i) \left(u^n(i, j) - \frac{\Delta t}{\rho_0 L} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \xi} - \frac{g \Delta t}{L} \frac{\partial H}{\partial \xi} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[L \left(v^n(i, j) - \frac{\Delta t}{\rho_0 \tilde{h}(i)} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \eta} \right) \right] = 0 \quad (25)$$

$$\tilde{p}(i, j) = (A_n \tilde{p}(i, j+1) + A_s \tilde{p}(i, j-1) + A_w \tilde{p}(i+1, j) + A_e \tilde{p}(i-1, j)) / A_p \quad (26)$$

ただし、

$$h_B(i) = \frac{h^n(i+1) + h^n(i)}{2} \quad (27)$$

$$A_p = \frac{1}{L \Delta \xi^2} [\tilde{h}_B(i) + \tilde{h}_B(i-1) + \frac{2L}{\tilde{h}(i) \Delta \eta^2}] \quad (28)$$

$$A_n = \frac{L}{\tilde{h}(i) \Delta \eta^2}, \quad A_s = \frac{L}{\tilde{h}(i) \Delta \eta^2} \quad (29)$$

$$A_w = \frac{\tilde{h}_B(i)}{L \Delta \xi^2}, \quad A_e = \frac{\tilde{h}_B(i)}{L \Delta \xi^2} \quad (30)$$

$$A_g = - \left(Div - \frac{\tilde{h}_B(i) g \Delta t}{L} \frac{\partial H}{\partial \xi} \right) \frac{\rho_0}{\Delta t} \quad (31)$$

$$Div = \frac{\partial}{\partial \xi} [\tilde{h}_B u^n(i, j)] + \frac{\partial}{\partial \eta} [L v^n(i, j)] \quad (32)$$

3.6 境界条件および初期条件

まず最初に流速の境界条件を述べる。水路の左右端の境界条件は側壁部分と放流しているゲート部分に分けられる。側壁部分は摩擦がゼロ、ゲート部分ではオリフィスゲートの式 (32) を用いる。

$$Q = C a B \sqrt{2gh_0} \quad (33)$$

ただし、 Q は放流流量、 C は流量係数、 a はゲートの開き高、 h_0 は上流水深である。河床はノンスリップ、水面はせん断力がゼロとなる条件とする。すなわち、水路の左右端の側壁部分で $\partial u / \partial \xi = v = 0$ 、ゲート部分で $u = C \sqrt{2gh_0}$ 、 $v = 0$ 、河床で $u = v = 0$ 、水面で $\partial u / \partial \xi = \partial v / \partial \eta = 0$ となる。

圧力の境界条件は、水路の左右端の側壁部分では $\partial u / \partial t = 0$ なので式 (16) は、 $\partial p / \partial \xi = -\rho_0 g \partial H / \partial \xi$ となる。これを差分化して表すと、以下の式になる。

$$p(i \pm 1, j) = p(i, j) \mp \rho_0 g \frac{\partial H}{\partial \xi} \Delta \xi \quad (34)$$

水面およびゲート部分では動水圧 $p = 0$ である。しかし、ゲート上に圧力 p の計算点が存在しないため、水面に隣り合う計算点 (2 点) の和の $1/2$ がゼロであると考へ、以下のようになる。

$$p(i+1, j) = -p(i, j) \quad (35)$$

$$p(i, j+1) = -p(i, j) \quad (36)$$

河床では $\partial v / \partial t = 0$ なので式 (20) は $\partial p / \partial \eta = 0$ となる。

$$p(i-1, j) = p(i, j) \quad (37)$$

境界では式 (33) から式 (36) を式 (25) に代入して圧力を求める。例えば、ゲート部分では式 (35) より、

$$\bar{p}(i, j) = \frac{A_n \bar{p}(i, j+1) + A_s \bar{p}(i, j-1) + A_w \bar{p}(i+1, j)}{A_p + A_e} \quad (38)$$

となる。また、初期条件は $u = v = p = 0$ とする。

4. 計算と考察

ここでは、数値計算で求められた水面形の変化を実験と比較し、CIP 法²⁾を用いた 2 次元流れ数値計算の検証を行う。まず、本研究の数値計算ではゲートから放流される流量を $Q = C a B \sqrt{2gh_0}$ で求めている。ここで使われている流量係数 C は水路ごとに異なる。本研究では流量係数を、目視でオリフィスゲート放流が終わったと判断できた時間 (終了時間) と数値計算による終了時間とが一致するように設定した。この結果、流量係数 C は 0.78 となった。

この流量係数 C を用いて、ゲート放流を伴う流れの数値計算を実行した。図-7 は実験の写真と数値計算の結果を時間毎に比較したものである。流量係数 C により終了時間をあわせると各時間の水面の位置もあっていることがわかる。次に、水中浮遊粒子を実験水路に投入し、ビデオ撮影により、追跡を行なった (図-8)。丸、

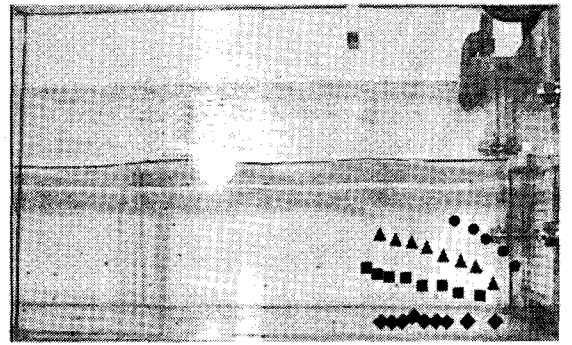
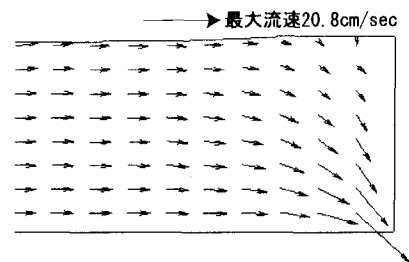


図-8 浮遊粒子追跡写真



time : 9.99941

図-9 計算結果流速ベクトル図

三角、四角、菱形は異なる四つの粒子を表している。1/6 秒毎の軌跡をプロットした。図-9 は計算の流速をベクトル表示したものである。図-8、図-9 とともに通水 10 秒後のものである。水中浮遊粒子は幅方向にも多少移動してしまうので、精度は落ちるが、二つの図の比較から流向はほぼあっているといえる。また、流速も浮遊粒子の移動幅から、約 6cm/sec ~ 12cm/sec と推定でき、計算結果とほぼ一致する。ただし、ゲート近傍は浮遊粒子が流れ出てしまうので、比較は困難であった。

5. おわりに

本研究では基礎式を境界適合座標に変換することで変化する水面や複雑な河床に適用できるようにした、また分離解法を用い計算を簡易化することが出来た。これにより CIP 法を用いた 2 次元流れの数値計算は、単純な実験ではあるが、高精度に再現する事が出来た。この手法をもちいて 2 次元河床変動計算モデルを構築すれば、貯水位を下げるようなゲート操作を行った時の貯水池内の河床変動をより高精度に予測できると確信する。

謝辞： 本研究の推進にあたって北海道開発局室蘭開発建設部沙流川ダム建設事務所、二風谷ダム管理所、事業所、開発土木研究所河川研究室などの非常に多くの方々の協力により実施されたものです。ここに記して謝意を表します。

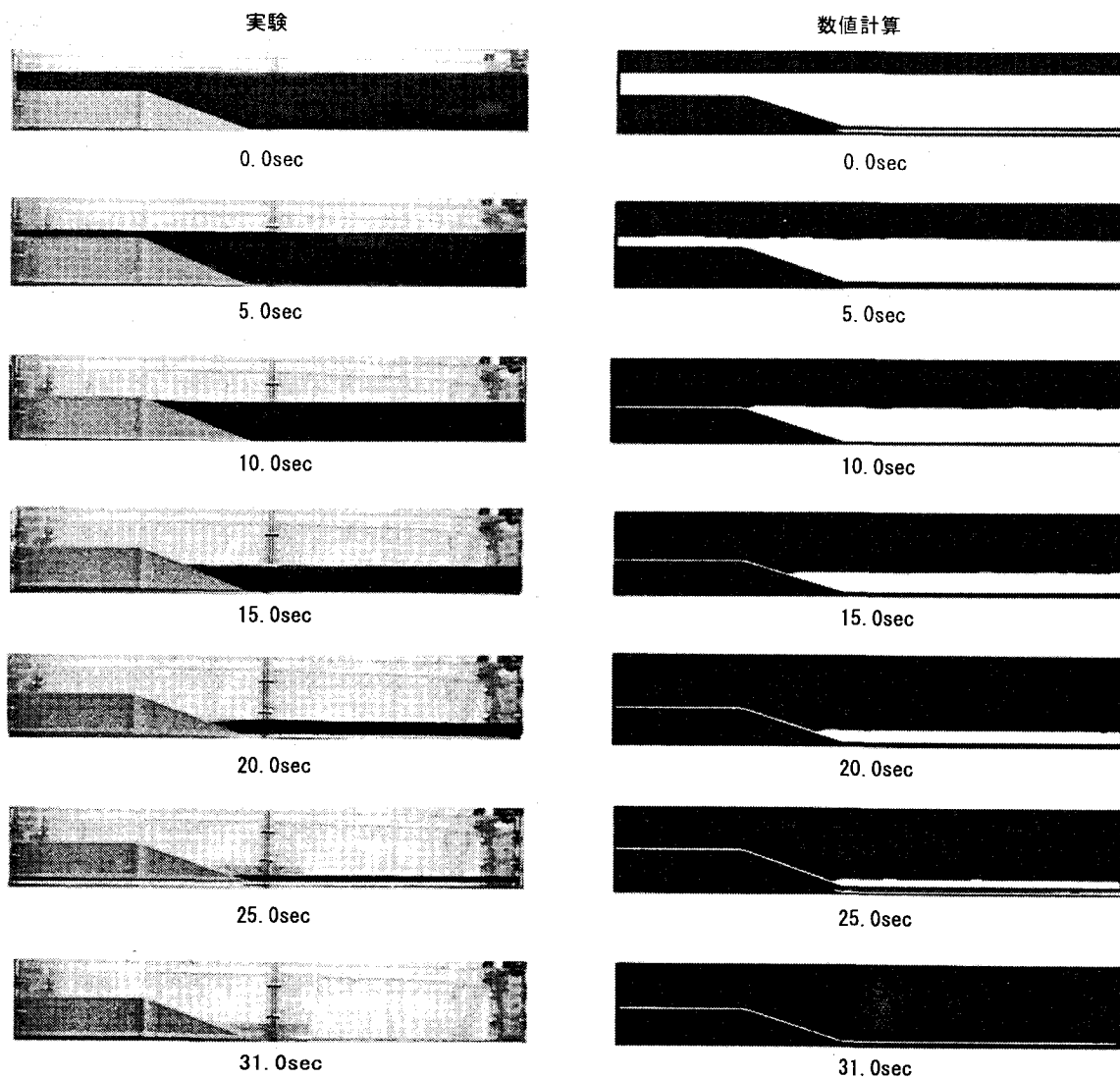


図-7 実験写真と数値計算結果の比較

参考文献

- 1) 坊野聡子: “ダムを含む沖積河川の土砂輸送について”、水工学論文集、第43号、pp.581-586, 1999.
- 2) Yabe, T and Aoki, T: “A universal solver for hyperbolic equations by cubic-polynomial interpolation I. One-dimensional solver, Comp. Phys. Comm., Vol66, pp219-232, 1991.”
- 3) 井上卓也,
- 4) 清水康行, Mark Schmeeckle, J.M.Nelson: “2次元河床波上の3次元流れ計算”, 水工学論文集, 第44巻, pp.623-628, 2000.
- 5) 赤堀良介: “3次元乱流モデルによる密度流の進入と内部セイシュに関する数値計算”, 水工学論文集, 第44巻, pp.569-574, 2000.
- 6) 河村洋, 土方邦夫 編: “熱と流れのシミュレーション”, 丸善株式会社,

(2000. 10. 2受付)