

VOF法による階段式魚道の流れの数値解析

FLOW ANALYSIS IN POOL AND WEIR TYPE FISHWAY USING VOF METHOD

前野詩朗¹・尾上博則²・宮内洋介³

Shiro MAENO, Hironori ONOE and Yousuke MIYAUCHI

¹正会員 工博 岡山大学助教授 環境理工学部環境デザイン工学科 (〒700-8530 岡山市津島中3-1-1)

²正会員 工修 (株) ニュージェック (〒542-0082 大阪市中央区島之内1-20-19)

³学生会員 岡山大学大学院 自然科学研究科環境システム学専攻 (〒700-8530 岡山市津島中3-1-1)

This paper presents a 2-dimensional analysis of the flow in a pool and weir type fishway using VOF method. Because of a large influence to the result by the suitability of a different scheme of advection term in the equation of motion, the appropriateness of a numerical solution is examined by using different methods. And $k-\varepsilon$ turbulence model are applied to coefficient of kinematic viscosity for making the precision of a solution better. It is shown that QUICK method with $k-\varepsilon$ turbulence model is able to reproduce a flow precisely the most for the present.

Key Words : pool and weir type fishway, VOF method, QUICK method, $k-\varepsilon$ turbulence model

1. はじめに

近年, 人々の環境問題に対する意識が高まり, それに伴い水理構造物を設計する際には, 構造物が環境へ及ぼす影響をあらかじめ評価し, いかに自然に優しい構造物を設置するかが重要な課題となっている. このように自然との調和を考慮することは, 今や水理構造物を設計する上で前提条件となっており, 魚の遡上・降下の助けとなる魚道などは, 自然との共存を目的とした水理構造物の一例である. これら水理構造物周辺の流れについて知ることは, より良い自然環境を創造するために必要不可欠であるが, 一般的に水理構造物周辺の流れは自由表面を含む大変複雑な流況を呈するため, 流れの詳細を把握することは簡単なことではない. 従来, 水理構造物を設計する際には, 縮尺模型を用いた水理実験が行われてきた. 水理模型実験は実際の流況を比較的忠実に再現することが可能であるが, 構造条件や境界条件等の変更に相当の時間や費用を要することや, 測定上の問題点などから, 水理構造物を設計する際に必要となる情報を水理実験からのみ得ることに限界がある. よって最近では, 境界条件などの変更が容易でしかも流れの詳細を知ることが出来る数値解析的な手法が多く採用されるようになってきており, 自由表面を含む複雑な流れを高精度に得る手段を構築することは水工学上重要な課題である.

以上のような背景のもと自由表面を有する複雑な流況

を解析するために様々な数値解析法が提案されているが, その中でもVOF法¹⁾²⁾と呼ばれる手法が自由表面形状を最も精度良く再現可能であるとされている. そこで, 本研究では, 水理構造物周辺の自由表面を有する複雑な流況を解析するための基礎として, 階段式のプールタイプ魚道を対象としてVOF法による数値解析を行う. その際, 階段式魚道を流下する間の流れの変化を知ることが重要であると考え, 上流端から連続した二つのプール内の流況を数値シミュレーションすることにした. 諏訪³⁾や後藤ら⁴⁾も同様な階段式魚道を対象とした数値解析を行っているが, これらの研究では一つのプール内の流況が周期境界を用いて解析されており, プール間の流況の変化は明らかにされていない. 解析では, より精度の高い水面形および流況を得ることを目的として, VOF関数 F の取り扱い方法の改善や運動方程式における移流項の差分スキームの適否, $k-\varepsilon$ 乱流モデルの導入に関する検討を行い, それぞれの数値解析法の適用性および解の妥当性を同スケールで行った水理模型実験の結果と比較することにより検討する.

2. 数値解析法の概要

(1) 基礎式

本研究で用いた2次元非圧縮性流体の基礎式⁵⁾⁶⁾は, 運動方程式, 連続式およびVOF関数 F の移流方程式で

ある。また、乱流モデルとしては標準型 $k-\varepsilon$ モデル^{1),5),6),7)}を採用した。

《運動方程式》

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g_x + \nu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + g_y + \nu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] \quad (2)$$

《連続式》

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

《VOF関数 F の移流方程式》

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

《 k -方程式》

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_k \left[\frac{\partial k}{\partial x} \right] \right) \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_k \left[\frac{\partial k}{\partial y} \right] \right) + G_s - \varepsilon \end{aligned} \quad (5)$$

《 ε -方程式》

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_\varepsilon \left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right] \right) \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_\varepsilon \left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] \right) + C_1 \frac{\varepsilon}{k} G_s - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \nu_t = C_\mu (k^2 / \varepsilon), \quad \nu_k = \nu + \nu_t / \sigma_k, \quad \nu_\varepsilon = \nu + \nu_t / \sigma_\varepsilon \\ G_s = \nu_t \{ 2(\partial u / \partial x)^2 + 2(\partial v / \partial y)^2 + (\partial v / \partial x + \partial u / \partial y)^2 \} \end{aligned}$$

ここに、 x, y : は水平、垂直座標、 u, v : x, y 方向の流速成分、 g_x, g_y : 物体力、 ν : 流体の動粘性係数、 ν_t : 渦動粘性係数、 ρ : 流体密度、 F : VOF関数、 k : 乱流エネルギー、 ε : 乱流エネルギー散逸率である。なお、乱流モデル中の定数は磯部ら^{9),10)}の研究を参考にして以下のような値を採用した。

$$C_\mu = 0.09, \sigma_k = 1.00, \sigma_\varepsilon = 1.30, C_1 = 1.44, C_2 = 1.92$$

(2) VOF法の概要

VOF法は、解析空間を離散化したときに得られる差分セルに含まれる流体の存在体積比率をVOF関数 F として表し、このVOF関数 F を用いて自由表面の形状を表現する手法である。ここで、 F は次のように定義される。

$$\begin{aligned} F = 0 & : \text{流体が存在しない気体セル} \\ 0 < F < 1 & : \text{セルが自由表面に接している表面セル} \\ F = 1 & : \text{流体で満たされている流体セル} \end{aligned}$$

また、図-1 に示すように、離散化された各計算セル内の F の不均一さを示すパラメータとして表面の向きを示すフラグNFを定義する。このフラグがあることがVOF法の特徴ともなっており、VOF関数 F の移流方程式を計算する際に重要になっている。このモデル化により、差分格子のデカルト座標においても自由表面の形状を近

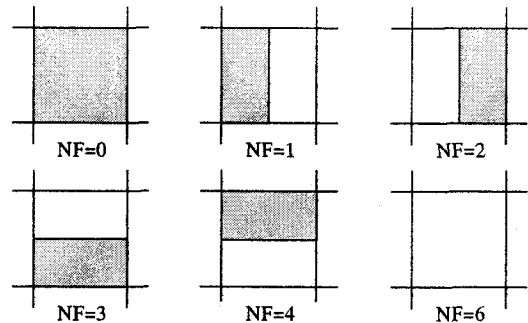


図-1 フラグNFによるセルの分類

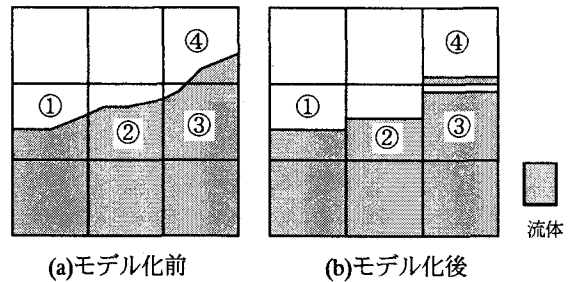


図-2 VOF法による自由表面のモデル化

似することが可能である。

VOF法では、図-2(a) のような自由表面形状を図-2(b) に示すように、四方に隣接するセルの内、最も多くの流体を含む方向にセル内の流体を存在させるようにモデル化する。図-2 のセル①、②は、下方方向に最も多くの流体を含む場合である。セル③のように、最も多くの流体を含む方向が複数あるような場合には周囲のセルの F 値を用いての水面の勾配を考慮して決める。セル④のように宙に浮いたようなセルも存在する。

(3) VOF関数 F の補正

図-2 の④に表されるような液滴や気泡は、フラグNFの定義の関係から気体セルや流体セルに変更して取り扱う必要がある。その場合、解析領域内において質量保存則を満たさなくなるおそれがある。本研究では、図-3に示すような米山ら⁷⁾により提案された補正処理を適用するとともに、より精度の高い自由表面形状を得るために図-4 に示される補正処理を新たに加え、これらの補正処理の有無の効果について検討した。

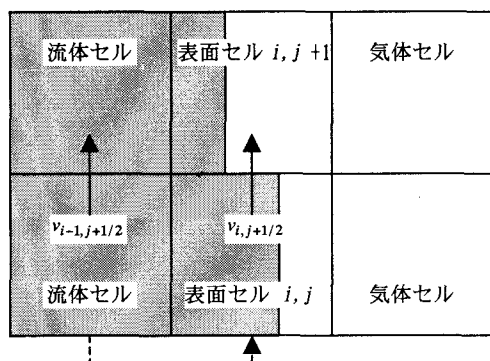
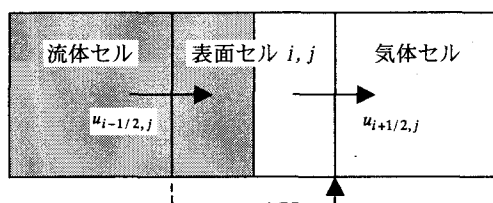
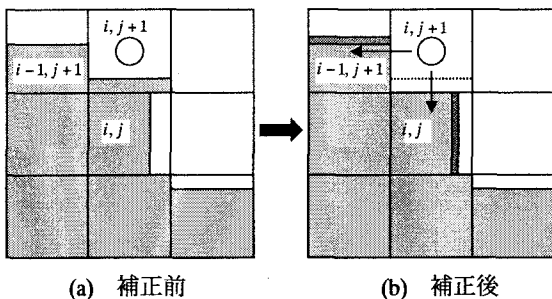
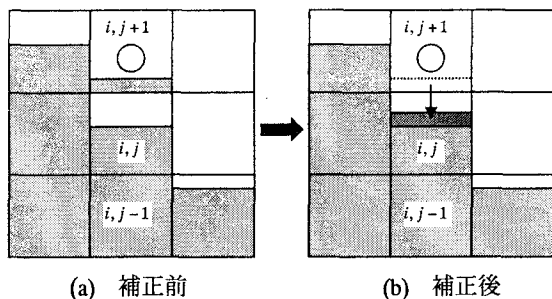
(4) 境界条件

(a) 自由表面における流速境界条件

図-5 に示すような自由表面の法線方向の流速については、表面セルにおいても以下に示す連続の式が成立するように決定する。

$$u_{i+1/2,j} = u_{i-1/2,j} - \frac{\Delta x}{\Delta y} (v_{i,j+1/2} - v_{i,j-1/2}) \quad (7)$$

図-6 に示すような自由表面の接線方向の流速については、フラグNFが指し示す流体セルがある方向の計算領域内の流速 $v_{i-1,j+1/2}$ を $v_{i,j+1/2}$ として与える。



(b) 自由表面における圧力境界条件

自由表面は表面セル内にあるので、表面セルにおいて表面圧力で圧力固定すればよいが、図-7 に示すように、表面セル内の自由表面位置と圧力の定義位置である計算セル中心は異なっている。そこで、表面セルの圧力を次式のように定義する。

$$p_{i,j} = (1 - \frac{d_c}{d})p_{i-1,j} + \frac{d_c}{d}p_{SURF} \quad (8)$$

(c) 固定境界および上下流端境界条件

固定境界および障害物などの境界では、その面に対する流速の垂直成分は0(m/s)とし、接線方向成分はノンス

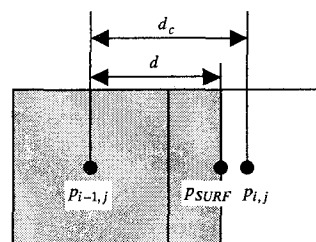


図-7 自由表面の圧力補間

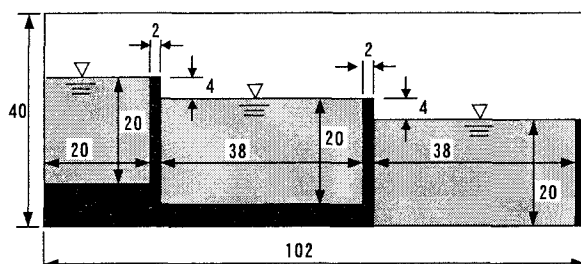


図-8 解析対象モデル (単位cm)

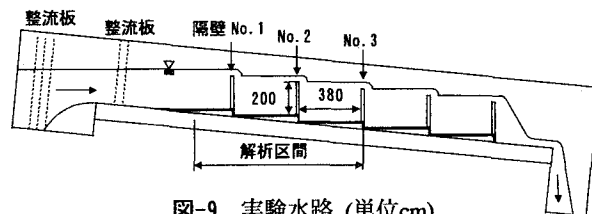


图-9 实验水路 (单位cm)

リップ条件とする。上流端では一定の流速を境界条件として与え、下流端では自由流出とする。

(5) 数值解析法

数値解析法としては、圧力 p およびVOF関数 F などのスカラー量をセルの中央で、流速ベクトルをセル界面で定義するスタッガード格子による有限差分法を用いている。運動方程式、 k および ε 方程式の移流項には一次風上差分^{8),9),10),11)}を用い、粘性項には二次中心差分^{8),9),10)}を用いている。なお、移流項については一次風上差分の他に、二次中央差分およびQUICK法^{11),12)}を用いた数値計算も行った。また、圧力はSMAC法¹²⁾を用いて時間積分を行う収束計算で求めている。VOF関数 F の移流方程式には、セル境界面からの流出入量をセルの種類や向きなどを考慮して決定するドナー・アクセプタ法^{1),9),12)}と呼ばれる移流方法を用いている。

3. 解析モデルおよび解析条件

図-8 にプールタイプ魚道を模擬した解析対象モデルを示す。メッシュ間隔を 1cm とした解析領域内に幅 2cm, 高さ 20cm の 2 次元平板隔壁モデルを障害物として設置した。初期条件は図-8 に示すように、水を満たした状態で解析領域全体の流速を 0 (m/s) とした。なお、実験には解析モデルと同スケールのプールを 4 段設置した奥行き 40cm の水路を用いた(図-9)。

表-1 解析条件

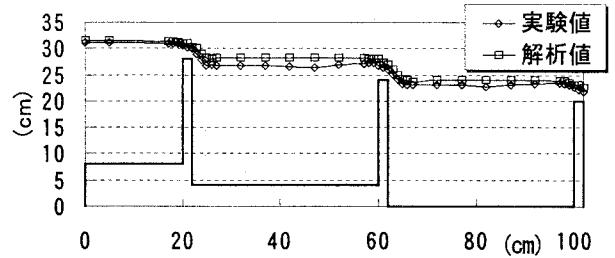
Run	流量Q(l/s)	移流項の差分方法	渦動粘性係数 $\nu(\text{m}^2/\text{s})$
Run0-1	4.18	一次風上差分	1.0×10^{-4}
Run0-2	6.97		
Run1-1	4.18	一次風上差分	
Run1-2	6.97		
Run2-1	4.18	一次風上差分および 二次中央差分	
Run2-2	6.97		
Run3-1	4.18	一次風上差分および QUICK法	
Run3-2	6.97		
Run4-1	4.18	一次風上差分	$k-\varepsilon$ 乱流モデル
Run4-2	6.97		
Run5-1	4.18	一次風上差分および 二次中央差分	
Run5-2	6.97		
Run6-1	4.18	一次風上差分および QUICK法	
Run6-2	6.97		

解析条件を表-1 に示す。すべてのケースにおいて、実験を行った2つの流量について数値解析を行った。上流端からは実験によって得られた流量を一樣に与えた。実験番号の最後の数字が流量の違いを示している。Run0 は図-2 で示した Nichols ら²⁾による VOF 関数 F の取り扱い方法をそのまま適用した場合である。その他のケースについてはすべて図-3 および図-4 に示した VOF 関数 F の補正処理を加えて数値解析を行った。渦動粘性係数については、河村ら¹³⁾の研究を参考にして、水の分子粘性係数の 100 倍である $1.0 \times 10^{-4} (\text{m}^2/\text{s})$ の値を用いた場合(Run1~Run3)と標準型 $k-\varepsilon$ 乱流モデルを導入した場合(Run4~Run6)について解析した。運動方程式中の移流項については、Run1 と Run4 では一次風上差分のみを用いた。Run2 と Run5 では、自由表面および障害物付近で一次風上差分、それ以外の場所で二次中央差分を併用した差分スキームを用い、Run3 と Run6 では、自由表面および障害物付近で一次風上差分、それ以外の場所で QUICK 法を併用した差分スキームを用いてそれぞれ数値解析を行っている。

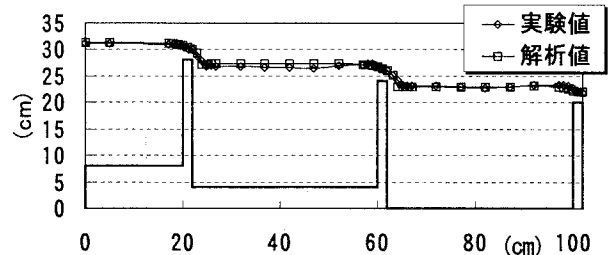
4. 数値解析結果

(1) VOF関数Fの取り扱いの検討

図-10 は、Run0-1 および Run1-1 の定常状態における解析値と実験値の水面形を比較したものである。また、図-11 は実験に用いた流量と、Run0-1 および Run1-1 の数値計算開始後約 15.0 秒までの各隔壁上部における流量を比較したものである。これらの図より、VOF 関数 F の補正処理を加えない場合には隔壁 No.2 および No.3 上の流量が実験値よりかなり大きくなり連続式が満足されておらず、水面形に関してもプール内の水位が実験値より高くなっていることがわかる。一方、補正処理を加えた場合には、隔壁 No.2 および No.3 上の流量は実験値とほぼ一致していることがわかる。したがって、本研究で提案した補正処理は、自由表面を含む流れを精度良く再現するために有効な手段であることがわかる。

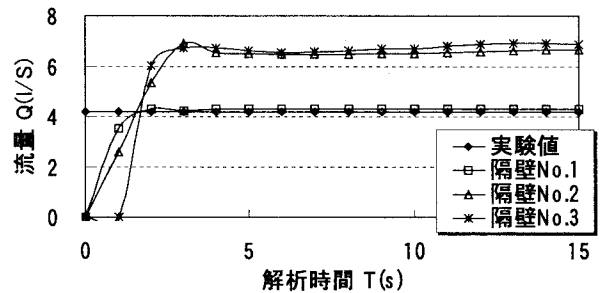


(a) 一次風上差分 F の取り扱い補正前 (Run0-1)

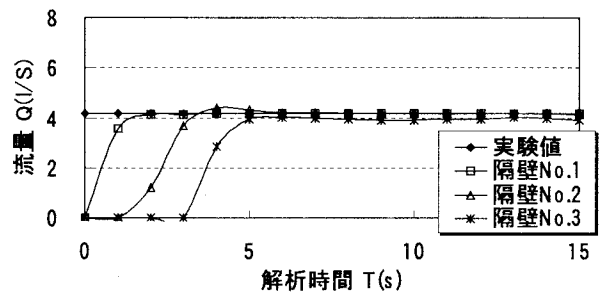


(b) 一次風上差分 F の取り扱い補正後 (Run1-1)

図-10 水面形比較図 (実験開始後約15秒)



(a) 一次風上差分 F の取り扱い補正前 (Run0-1)

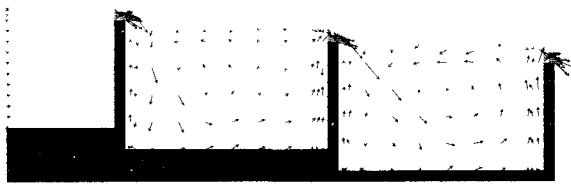


(b) 一次風上差分 F の取り扱い補正後 (Run1-1)

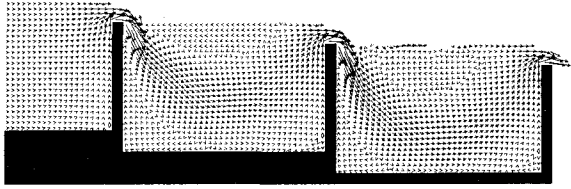
図-11 流量比較図

(2) 移流項の差分スキームによる適用性の検討

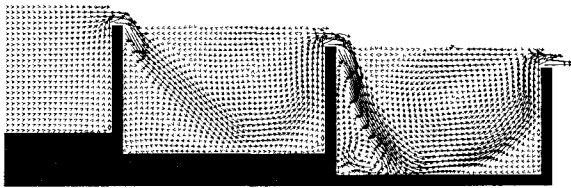
図-12 は実験値と Run1-1, Run2-1 および Run3-1 における定常状態になったと考えられる解析値の流速分布図である。これらの図より、運動方程式における移流項の差分スキームの適否を検討すると、流況については、Run1-1 では安定した流況を得ることができたが、流速が実験値に比べてやや小さくなり、プール内の渦があまりはっきり再現されなかった。紙面の都合上掲載していないが、流量が多い場合も Run1-1 とほぼ同様な流れの傾向が得られた。二次中央差分を用いた Run2-1 では実験結果および他の解析結果に比べてプール内の流速が速くなり、定常状態になる過程で激しい渦が発生しており、



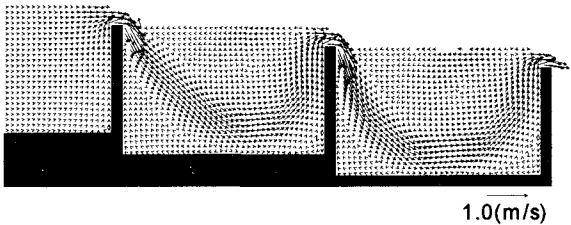
(a) 実験値 $Q=4.177(l/s)$



(b) 一次風上差分 (Run1-1)



(c) 二次中央差分 (Run2-1)

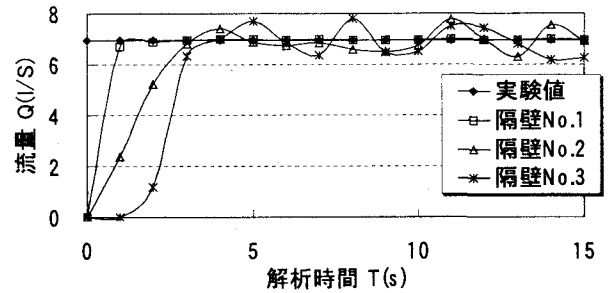


(d) QUICK法 (Run3-1)

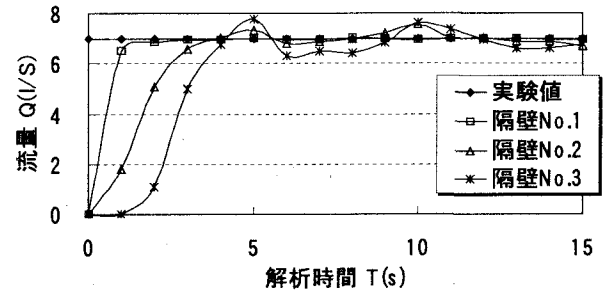
図-12 流速分布図

かなり乱れた流況となった。QUICK 法を用いた Run3-1 では、Run1-1 および Run2-1 の結果よりもプール内の流況をより正確に再現することができた。図-13(a)は QUICK 法で流量が多い場合の Run3-2 における隔壁上の流量の時間変化を示しているが、この図からもわかるように、流量が多くなると流量変化に伴い水面が振動し始め、15.0 秒計算を進めても定常状態には至らなかった。図には掲載していないが Run2-2 の場合も同様であった。

以上のことより、一次風上差分は流量の変化に対しても安定した結果を得られるが、流況をみると流れが全体的に平滑化されることが明らかにされた。また、二次中央差分および QUICK 法では、流量が少ない場合には比較的良好な結果が得られるが、流量が多くなると流況がかなり不安定になり、水面が振動し始めることが示された。今回の実験では、流量が多くなると下流側のプール以降では表面流となり実際にも流況がかなり乱れた状況であった。二次中央差分および QUICK 法は風上側に加え風下側の影響も計算結果に反映されるため、プール内に渦が形成されやすくなる。したがって、このような厳しい条件下においてこれらの方法を適用する際には渦動粘性係数の値に注意する必要がある。次に述べるようなモデルを導入することにより、局所的な乱流の再現が可能であると考えられる。



(a) QUICK法 (Run3-2)



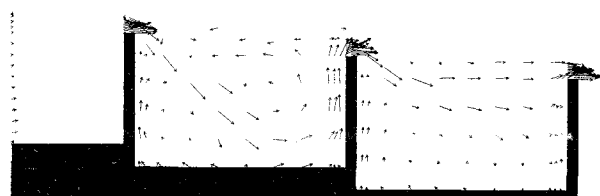
(b) QUICK法 $k-\epsilon$ 乱流モデル (Run6-2)

図-13 流量比較図

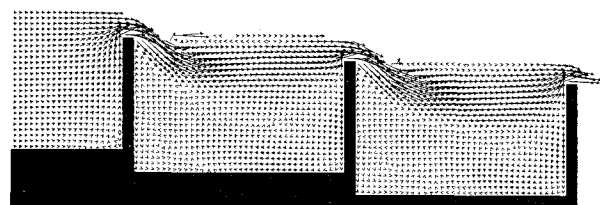
(3) $k-\epsilon$ 乱流モデルの検討

本解析法に標準型 $k-\epsilon$ 乱流モデルを導入して数値解析を行った結果について以下に述べる。図-13(b)は、解析によって得られた各隔壁上における流量と、実験時に与えた流量を記した流量比較図である。図-13(a)および図-13(b)を比較すると、QUICK 法を用いた解析では、流量が多い場合、 $k-\epsilon$ 乱流モデル導入前 (Run3-2) は定常状態にならなかったが、 $k-\epsilon$ 乱流モデル導入後 (Run6-2) は計算開始後約 12.0 秒でほぼ定常状態の流況を得ることができ、 $k-\epsilon$ 乱流モデル導入による改善がみられたことがわかる。図には示していないが、二次中央差分を用いた解析では、 $k-\epsilon$ 乱流モデル導入後 (Run5-2) においてもかなり乱れた流れを形成しており、 $k-\epsilon$ 乱流モデル導入による目立った効果は得られなかったが、 $k-\epsilon$ 乱流モデル導入前 (Run2-2) よりは安定した流況が得られた。これは、運動方程式中の移流項の差分スキームが適応していないことが原因で、 $k-\epsilon$ 乱流モデルを導入したことによる効果が少なかったためではないかと考えられる。

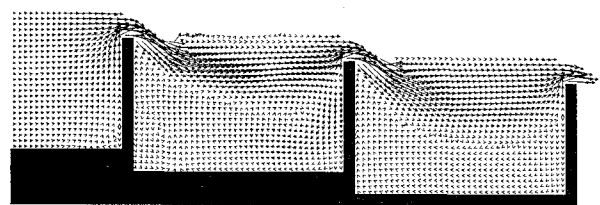
図-14 は、流量が多い場合における実験値の流速分布と Run4-2, Run5-2 および Run6-2 の解析値の流速分布を比較したものである。まず、下流側のプールについて見ると、ほぼ実験と同様の流況を再現できていることが分かる。しかし、上流側のプールについて見ると、実験結果では落下流が生じているのに対して、解析結果では表面流となっており、流況をうまく再現できたとは言えない。これは、数値解析では上流端の境界条件として水平方向に一樣な流速を鉛直断面内に与えているが、実際には図-14(a)に示すように流速は鉛直断面内において一定でなかったことが影響しているのではないかと考えられる。



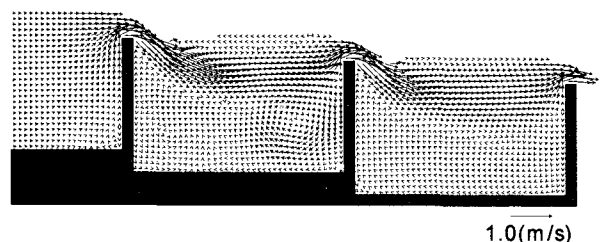
(a) 実験値 $Q=6.968(l/s)$



(b) 一次風上差分 $k-\varepsilon$ モデル (Run4-2)



(c) 二次中央差分 $k-\varepsilon$ モデル (Run5-2)



(d) QUICK法 $k-\varepsilon$ モデル (Run6-2)

図-14 流速分布図

以上のことから、標準型 $k-\varepsilon$ 乱流モデルの導入は、流れに対して風下側の影響を考慮する差分スキームである二次中央差分および QUICK 法を用いた場合であっても、流れの安定化に関して効果があることが分かった。また、二次中央差分および QUICK 法を比較すると、QUICK 法を用いた数値解析の方がより流れの再現性が良くっており、標準型 $k-\varepsilon$ 乱流モデルの導入による影響が大きかったと言える。

5. 結 論

本研究では、自由表面を含む複雑な流れを精度良く解析可能な数値モデルを構築することを目的として階段式魚道を対象として解析モデルの改善方法の検討を行った。その結果、以下のようなことが明らかにされた。

- (1) 液滴や気泡を流体セルおよび気体セルに変更する際に補正処理を加えることにより、流れの連続性が保たれ解析値の精度が上昇することが示された。
- (2) 一次風上差分は流量の大小に関わらず流況を再現できるが、全体的に平滑化される傾向がある。

- (3) 解析において一定の渦動粘性係数を用いる場合には、二次中央差分および QUICK 法は渦が形成されやすいため、解析の再現性が低下する。
- (4) $k-\varepsilon$ 乱流モデルを導入することによって、流況の再現性が良くなることが示された。とくに、QUICK 法と $k-\varepsilon$ 乱流モデルを用いた場合の再現性が最も良いことが明らかにされた。

以上のようなことが明らかにされたが、今後は自由表面付近における VOF 関数 F の決定アルゴリズムに対してさらに高精度の補正処理を加えること、また、移流項の差分スキームおよび $k-\varepsilon$ 乱流モデルに関して、壁面境界条件や自由表面境界条件、さらに上流端境界条件等を再検討する必要があるものと考えている。

謝辞：本研究を遂行するにあたり、東京大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻の磯部雅彦教授から貴重な研究資料を提供していただきました。また、本研究の一部は、(財)中国電力技術財団の補助を受け行われました。ここに記して感謝の意を表する次第であります。

参考文献

- 1) 富士総合研究所：汎用流体解析システム—FUJI-RIC/ α -FLOW—, 丸善, 1993.
- 2) B.D.Nichols, C.W.Hirt and R.S.Hotchiss : SOLA-VOF: A Solution Algorithm for Transient Fluid Flow with Multiple Free Boundaries, Los Alamos Scientific Laboratory, LA-8355, 1980.
- 3) 諏訪好英：らせん魚道における自由表面流の解析, α -FLOWによる熱と流れの解析事例集 I, pp.66-69, 1995.
- 4) 後藤仁志, 酒井哲朗, 芝原知樹：急激な水面変動を伴う流速場の Lagrange 型数値解析, 水工学論文集, 第43巻, pp.509-514, 1999.
- 5) 磯部雅彦, 余錫平, 梅村幸一郎, 高橋重雄：数値波動水路の開発に関する研究, 海岸工学論文集第46巻, pp.36-40, 1999.
- 6) 蔣勤, 高橋重雄, 磯部雅彦：防波堤の波力算定への数値波動水路の適用性について, 海岸工学論文集第46巻, pp.41-45, 1999.
- 7) 米山望, 守屋祥一：VOF法を用いた自由液面の数値解析手法, 水工学論文集第39巻, pp.373-378, 1995.
- 8) 藤井孝蔵：流体力学の数値計算法, 東京大学出版会, 1994.
- 9) 高橋亮一, 棚町芳弘：差分法, 培風館, 1993.
- 10) 高橋亮一：コンピュータによる流体力学, 構造計画研究所, 1981.
- 11) 朝位孝二, 細田尚：移流方程式の数値解析, 水工学における計算機利用の講習会, pp.13-21, 1999.
- 12) 河村哲也：数値流体力学シリーズ1 非圧縮性流体解析 第1,2章, 東大出版会, 1995.
- 13) 河村三郎, 中谷剛, 長屋琢次, 増田尚弥：水制工のある流れの数値計算について, 土木学会第48回年次学術講演会, pp.390-391, 1993.

(2000.10.2受付)