

流域土壌の透水性と基底流量の 長期的変動特性に関する数値実験

NUMERICAL EXPERIMENT ON THE RELATIONSHIP BETWEEN SOIL
PERMEABILITY AND LONG-TERM BEHAVIOR OF BASE-FLOW

横尾善之¹・風間聡²・沢本正樹³

Yoshiyuki YOKOO, So KAZAMA and Masaki SAWAMOTO

¹学生会員 工修 東北大学大学院 工学研究科 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉06)

²正会員 工博 東北大学大学院助教授 工学研究科 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉06)

³フェロー 工博 東北大学大学院教授 工学研究科 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉06)

Numerical experiments were carried out to investigate the relationship between the reduction curves of base-flow and the permeability of soil layer at hill-sloped forest. Variable parameters of the experiments were only saturated hydraulic conductivities in the direction of the hill slope and the normal direction.

In the results, the peaks of the base-flow were controlled by the magnitude of hydraulic conductivities in the both directions and arrival times in the peak base-flow were governed by the magnitude of hydraulic conductivity in the normal direction to the soil surface. The results also showed that the shapes of the base-flow recession curves could be controlled by the magnitude of hydraulic conductivities in the direction of hill-slope.

Key Words : *Richards equation, saturated hydraulic conductivity, base-flow recession curve, numerical experiment*

1. はじめに

近年, 日本各地において深刻な渇水被害が数多く報告されている。このような状況を受け, 水資源の有効利用に対する関心が年々高まっている。水源涵養域への植林が頻繁に行われているのはその一例である。温暖化に代表される地球環境の変化により, 水資源の有効利用に関する問題は益々重要視されるものと考えられる。

地球上の水資源の中で, 最も利用しやすい形態にあるのは河川水である。我々が日々利用している河川水は, 大部分が山地水源域の地中水にその端を発している。土壌からの雨水流出特性は, 流域の降水現象, 地形, 土地利用, 地質構成などの特性に影響を受けているが, 土壌自体の水理学的特性にも大きく影響を受けていることは明らかである。従って, 土壌の水理学的特性が河川流量, 特に基底流量に与える影響を定量的に評価することは, 水資源の有効利用上, 極めて重要な課題の一つに挙げられる。

山地小流域における現地調査と平行して, 土壌からの流出現象は飽和・不飽和浸透流モデルを用いた数値計算に

より精力的に研究されてきた。土壌水の大部分は不飽和状態で滞留しているため, その運動方程式はダルシー式の適用範囲を不飽和域に拡張したRichards式となる。この方程式は, Freeze^{1), 2), 3)}により数値的に解かれ, 土壌水の挙動が詳細に検討された。その後, 数多くの研究者により, 数値解法の改良, モデルの適用範囲の拡大, モデル特性の評価, 山地小流域でのモデルの適用などが行われてきた。この浸透流モデルを利用した基底流量の減退特性は, 鈴木^{4), 5)}により山地小流域の等方性土壌を対象として検討されている。しかし実際の流域は, 表層近くの腐朽落葉層中や土中パイプの影響で, 流域土壌を巨視的に見た場合の斜面方向と降下浸透方向の平均的な透水係数の値がオーダーで違う。ここに, 透水係数の異方性を考慮した数値実験の必要性がある。

そこで本研究では, 土壌の透水係数の異方性が基底流量の長期的変動に与える影響を数値実験により検証した。数値モデルは山地流域の森林土壌を想定した飽和・不飽和浸透流モデルとした。土壌の透水係数の異方性は, 体積含水率と透水係数を関係づける一般化Kozeny式⁶⁾の飽和透水係数の値を調節することにより再現した。

2. 数値モデル

(1) モデル構造

数値モデルの構造の概略を図-1に示す。モデル全体は、水平面に対して α 度傾斜している。モデル上流端の底面より斜面方向に x 軸を、底面に垂直上向きに z 軸を設定した。一つの格子サイズは、 x 方向に Δx 、 z 方向に Δz とし、その格子を x 方向に n_x 個、 z 方向に n_z 個並べて土壌モデルを構成した。図中の格子は、コントロールボリュームを示しており、各物理量はコントロールボリュームの中心にあるとした。

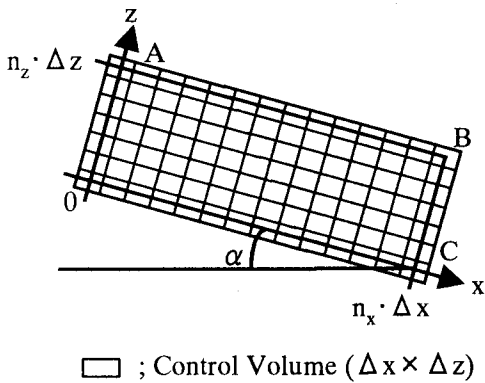


図-1 モデル構造

(2) 浸透流モデル

a) 支配方程式

図-1のような構造を有する浸透流モデルの場合、支配方程式であるRichards式は式(1)のように書かれる。式(1)に示すように、透水係数の異方性は主方向(K_x , K_z)のみを用いて簡略的に再現した。

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right) = \frac{\partial \theta}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial x} - K_x(\psi) \sin \alpha \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial z} + K_z(\psi) \cos \alpha \right) \quad (1)$$

$$\left[\begin{array}{l} \partial \theta / \partial \psi [= C(\psi)]: \text{比水分容量}(1/\text{cm}), \alpha: \text{斜面の傾斜} \\ \theta: \text{体積含水率}, \psi: \text{圧力水頭}(\text{cm}) \\ K_x, K_z: x, z \text{方向の透水係数}(\text{cm/s}) \end{array} \right]$$

式(1)を解く際に必要となる体積含水率 θ と圧力水頭 ψ の関係には式(2)に示す谷式⁷⁾を、不飽和透水係数 K_x , K_z と体積含水率 θ の関係には式(3)および式(4)に示す一般化Kozeny式⁸⁾を採用した。

$$\theta = (\theta_s - \theta_r) \left(\frac{\psi'}{\psi_0} + 1 \right) \exp \left(- \frac{\psi'}{\psi_0} \right) + \theta_r \quad (2)$$

$$\text{ただし, } \psi' = \begin{cases} \psi & (\psi < 0) \\ 0 & (\psi \geq 0) \end{cases} \quad (3)$$

$$K_x = Ks_x \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^\beta \quad (4)$$

$$K_z = Ks_z \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^\beta \quad (5)$$

$$\left[\begin{array}{l} \theta_s: \text{飽和体積含水率}, \theta_r: \text{残留体積含水率} \\ \psi_0: C \text{が最大となる} \psi(\text{cm}), \beta: \text{定数} \\ Ks_x, Ks_z: \text{飽和透水係数}(\text{cm/s}) \end{array} \right]$$

θ - ψ および K_x - θ の関係の一例を図示すると、図-2および図-3のようになる。なお、設定したモデルパラメータの値は各図中に示す通りである。

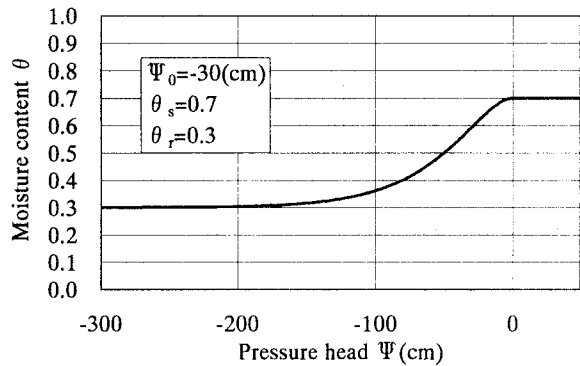


図-2 圧力水頭 ψ と体積含水率 θ の関係

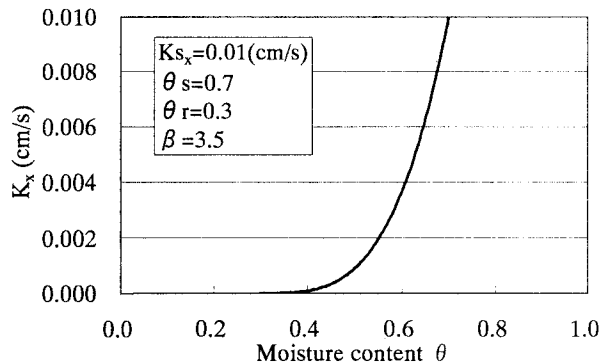


図-3 体積含水率 θ と透水係数 K_x の関係

式 (1) は、式 (6) のように差分化した。

$$\begin{aligned} \frac{C_{i,j}^{n+1}}{\Delta t} \psi_{i,j}^{n+1} = & \frac{C_{i,j}^n}{\Delta t} \psi_{i,j}^n \\ & + \left[Kx_{i-1/2,j}^{n+1} \psi_{i-1,j}^{n+1} - \left(Kx_{i-1/2,j}^{n+1} + Kx_{i+1/2,j}^{n+1} \right) \psi_{i,j}^{n+1} \right. \\ & \quad \left. + Kx_{i+1/2,j}^{n+1} \psi_{i+1,j}^{n+1} \right] / \Delta x^2 \\ & + \left[Kz_{i,j-1/2}^{n+1} \psi_{i,j-1}^{n+1} - \left(Kz_{i,j-1/2}^{n+1} + Kz_{i,j+1/2}^{n+1} \right) \psi_{i,j}^{n+1} \right. \\ & \quad \left. + Kz_{i,j+1/2}^{n+1} \psi_{i,j+1}^{n+1} \right] / \Delta z^2 \\ & - \left(Kx_{i+1/2,j}^{n+1} - Kx_{i-1/2,j}^{n+1} \right) \sin \alpha / \Delta x \\ & + \left(Kz_{i,j+1/2}^{n+1} - Kz_{i,j-1/2}^{n+1} \right) \cos \alpha / \Delta z \end{aligned} \quad (6)$$

なお、式 (6) では、大野ら⁹⁾が提示した「保存則を考慮した有限体積法にもとづく差分形式」を採用し、時間差分は完全陰解法とした。これを Alternating Direction Implicit (ADI) 法および Successive Over-Relaxation (SOR) 法より解いた。コントロールボリューム境界での透水係数の算定には、白木⁹⁾が提案した「上流法」を採用した。式 (7) に x 方向での「上流法」の適用例を示すが、z 方向にも同様に記述される。

<x方向>

$$Kx_{i+1/2,j} = \begin{cases} Kx_{i,j} & \phi_{i,j} \geq \phi_{i+1,j} \\ Kx_{i+1,j} & \phi_{i,j} < \phi_{i+1,j} \end{cases} \quad (7)$$

[ϕ : ピエゾ水頭 (= $\psi + z \cos \alpha$)]

b) 境界条件

図-1のABは正味の降水・蒸発散を伴う地表面、BCは降雨が流出する下流端、COおよびOAはそれぞれ不透水面、分水嶺とした。そのため、AB、BC、CO、OAでの境界条件はそれぞれ式(8)、(9)、(10)、(11)となる。

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = -\cos \alpha \left(1 + \frac{r(t)}{K_z(\psi)} \right) \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \psi &= 0 && (\text{飽和時}) \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0 && (\text{不飽和時}) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = -\cos \alpha \quad (10)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \sin \alpha \quad (11)$$

[$r(t)$: 浸透量 (正值 : 蒸発散, 負値 : 浸透)]

3. 数値実験

(1) 実験概要

本研究で構築した数値流出モデルを用いて、モデル土壌の2方向の透水性のみを変化させて数値実験を行った。これにより、土壌中のクラックやパイプ網の発達度の違いを間接的に表現できる。透水係数以外のモデルパラメータは、表-1に示すように山地斜面の森林土壌を想定した。なお、各実験とも計算開始時の圧力水頭を全格子点において-0.9m (体積含水率: 約40%) とした。実験は、降水量・蒸発散量を与えずに行い、500日間分の土壌からの流出量を求めた時点で計算を終了した。

表-1 共通モデルパラメータ

Name of parameter	Value of parameter
nx	99
nz	9
Δx (m)	1.0
Δz (m)	0.5
α (rad)	$\pi/10$
θ_s	0.7
θ_r	0.3
ψ_0 (m)	-0.3
β	3.5

数値実験は、大きく分けて3種類行った。第1の実験では、z方向の飽和透水係数の値を一定とし、x方向の飽和透水係数を変化させて実験を行った。第2の実験では、第1の実験とは逆に、z方向の飽和透水係数を変化させて実験を行った。これら2種類の実験により、x方向とz方向の飽和透水係数の値が基底流量に与える影響を個別に調べた。第3の実験では、x方向とz方向の飽和透水係数の値を任意に組み合わせることにより、2方向の飽和透水係数が基底流量に与える影響を総合的に調べた。

(2) 実験結果

a) Ks_z を一定値とした実験

表-2に示す通り、 Ks_z を0.01cm/sに固定して Ks_x の値を0.002cm/sから0.01cm/sまで変化させて合計5回の実験を行った。数値実験の結果を図-6に示す。

表-2 Ks_x の設定値

Case	Ks_x (cm/s)	Ks_z (cm/s)
Ksx-1	0.002	0.01
Ksx-2	0.004	0.01
Ksx-3	0.006	0.01
Ksx-4	0.008	0.01
Ksx-5	0.010	0.01

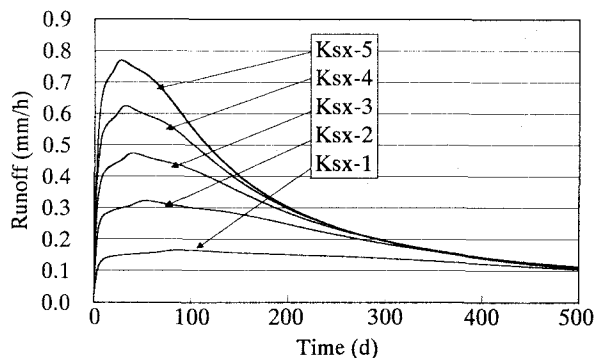


図-4 ハイドログラフ (K_{sx})

図-4から明らかなように、 K_{sx} が大きいほどピーク流出量が大きく、その直後の減衰曲線が急峻になっている。ピーク流出量の到達時刻は K_{sx} の増大とともに減少する傾向にある。 K_{sx} とピーク流出量およびその到達時刻の関係を図-5に示す。ピーク流出量と K_{sx} は比例関係にあり、ピーク流出量の到達時刻は K_{sx} の増加に伴って指数関数的に減少している。

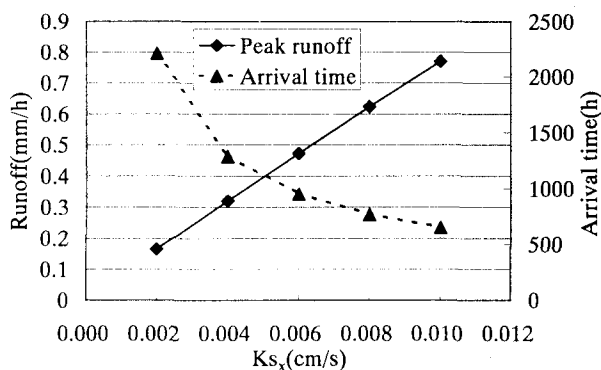


図-5 K_{sx} とピーク流出量およびその到達時刻の関係

b) K_{sx} を一定値とした実験

表-3に示す通り、 K_{sx} を0.01cm/sに固定して K_{sz} の値を0.00001cm/sから0.01cm/sまで変化させて合計8回の実験を行った。実験結果を図-6に示す。

表-3 K_{sz} の設定値

Case	K_{sx} (cm/s)	K_{sz} (cm/s)
Ksz-1	0.010	0.00001
Ksz-2	0.010	0.00005
Ksz-3	0.010	0.00010
Ksz-4	0.010	0.00020
Ksz-5	0.010	0.00030
Ksz-6	0.010	0.00050
Ksz-7	0.010	0.00100
Ksz-8	0.010	0.01000

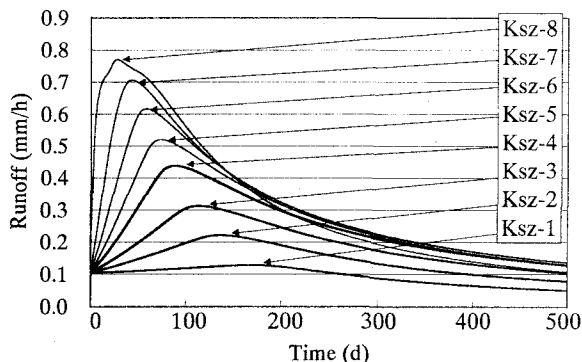


図-6 ハイドログラフ (K_{sz})

図-6より、 K_{sz} が小さくなるに従ってピーク流出量は減少し、到着時刻が遅くなることが読み取れる。 K_{sz} とピーク流出量およびその到達時刻の関係を図-7に示す。 K_{sz} の増加に伴い、ピーク流出量は対数関数的に増加し、ピーク流出量到達時刻は指数関数的に減少している。

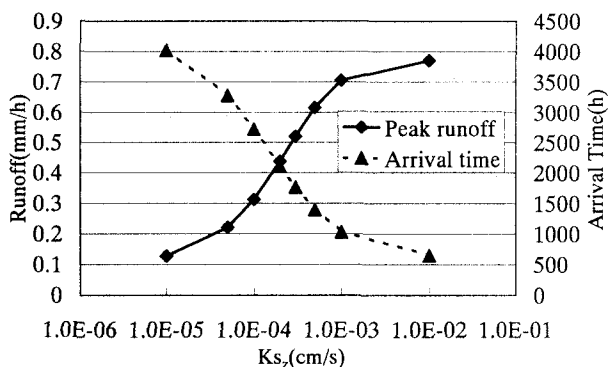


図-7 K_{sz} とピーク流出量およびその到達時刻の関係

c) 任意の K_{sx} および K_{sz} に関する実験

K_{sx} 、 K_{sz} 、および基底流量の3者の相互関係を調べるため、図-8に示すように K_{sx} および K_{sz} を23組用意して数値実験を行った。

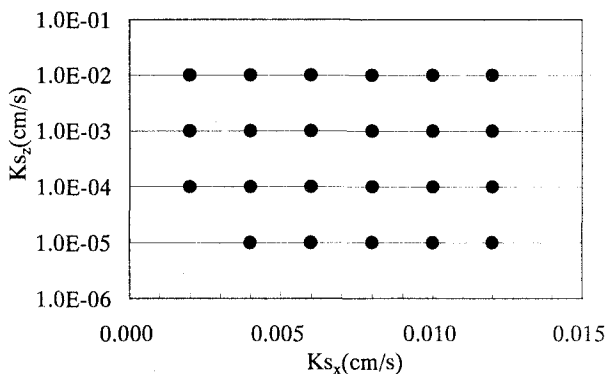


図-8 K_{sx} および K_{sz} の設定

なお、実験結果の提示は省略し、設定した K_{sx} および K_{sz} の値のみを表-4に示す。

表-4 K_{sx} および K_{sz} の設定値

Case No	$K_{sx}(\text{cm/s})$	$K_{sz}(\text{cm/s})$
1	0.002	0.01000
2	0.004	0.01000
3	0.006	0.01000
4	0.008	0.01000
5	0.010	0.01000
6	0.010	0.00001
7	0.010	0.00010
8	0.010	0.00100
9	0.008	0.00100
10	0.006	0.00100
11	0.004	0.00100
12	0.002	0.00100
13	0.008	0.00010
14	0.006	0.00010
15	0.004	0.00010
16	0.002	0.00010
17	0.008	0.00001
18	0.006	0.00001
19	0.004	0.00001
20	0.012	0.01000
21	0.012	0.00100
22	0.012	0.00010
23	0.012	0.00001

(3) 考察

a) 第1および第2の実験について

図-4および5は、 K_{sz} を0.01cm/sに固定して K_{sx} を0.002cm/sから0.01cm/sまで約1オーダーだけ変化させたことにより得られた結果である。一方、図-6および7は、 K_{sx} を0.01cm/sに固定して K_{sz} を0.00001cm/sから0.01cm/sまで3オーダー変化させたことにより得られた結果である。したがって、ピーク流出量およびの到達時刻は、 K_{sz} よりも K_{sx} に対して敏感であると言える。

また、第2の実験におけるCase Ksz-1からCase Ksz-6までの6回の実験では、減衰曲線の曲率が比較的類似している。 K_{sz} が0.0005cm/sよりも小さい場合には K_{sz} を変化させても減衰曲線の曲率が変化しないため、 K_{sz} が0.0005cm/sよりも小さい場合には、基底流量の減衰率に対する影響力が大きいのは K_{sx} の大きさであると言える。第2の実験のCase Ksz-7およびCase Ksz-8において基底流量の減衰率が大きくなるのは、土壌水が一旦下方浸透することにより土層底面の圧力水頭が増加し、土層底面近くでは土壌水の斜面方向の流速が局所的に大きくなるのが原因であると考えられる。土層底面近くの斜面方向の流速は K_{sx} の大きさに支配されているので、基底流量の減衰特性を把握するためには、 K_{sx} および K_{sz} の大きさを“土壌の透水性を示す一対のパラメータである”として両者を総合的に考慮する必要がある。これについては、次の第3の実験結果についての考察で述べる。

b) 第3の実験について

図-8に黒丸で示すような K_{sx} および K_{sz} の組み合わせで行った数値実験結果から、両方向の透水係数の大きさが基底流量の長期的減衰特性に与える影響を次の手順により調べた。まず、各実験についてハイドログラフを描き、つぎに流出計算開始後400日から計算終了時刻である500日までの間の流出量に対して、式 (12) で示す指数関数モデルをあてはめた。

$$q = q_{400} \cdot \exp(-b \cdot t')$$

(12)

q : 流出量(mm/h), b : パラメータ(1/h)
 q_{400} : 計算開始後400日の流出高(mm/h)
 t' : 計算開始後400日以降の経過時間(h)

式 (12) の2つのモデルパラメータのうち、基底流量減衰特性を特徴付けるのはパラメータ b である。このパラメータ b と、飽和透水係数 K_{sx} および K_{sz} との対応関係を図-9に示す。横軸が示す番号は、表-4中の実験のケース番号に対応している。 K_{sx} とパラメータ b の変動が同期していることから、 K_{sx} の方が基底流量の長期的減衰特性に対して支配的であると推定される。

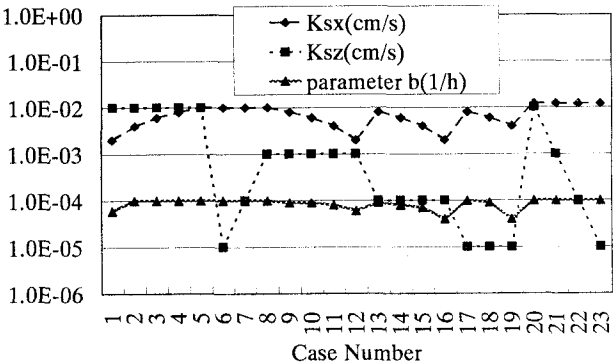


図-9 各飽和透水係数とパラメータ b の関係 (1)

各飽和透水係数とパラメータ b との関係を3次元グラフ化したのが次項の図-10である。各棒グラフの並びは、図-8の黒丸で示した数値実験に対応させた。この図からも、 K_{sx} とパラメータ b の間には正の相関があることが確認される。最も興味深いのは、図中に示すCase17およびCase18のグラフである。 K_{sx} が0.004cm/s以上のとき、 K_{sz} が 10^{-2} cm/sと大きいときに加えて 10^{-5} cm/sと小さいときにも基底流量の減衰率が増加することがある。これは、 K_{sz} が 10^{-5} cm/s以下になった時点で実質的な不透水面が土層全域にわたり形成され、 z 方向には浸透しないために減衰率が大きくなったためと考えられる。

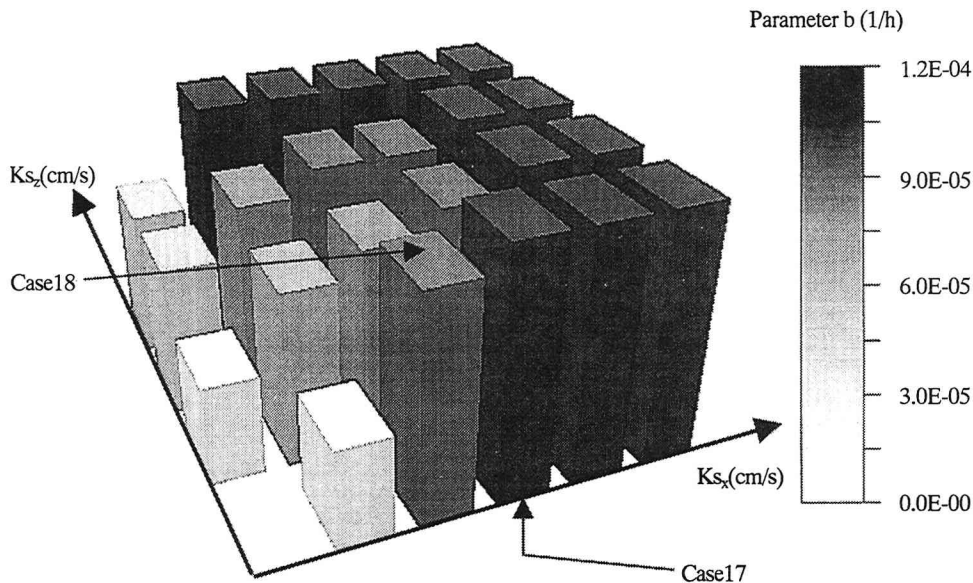


図-10 各飽和透水係数とパラメータbの関係 (2)

4. おわりに

本研究は、土壤斜面の方向とそれに垂直な方向の飽和透水係数が、基底流量に与える影響を数値実験により検証した。その結果、次のような結論が得られた。

- 基底流量のピークおよびその到達時刻に対しては、 K_{s_z} の大きさよりも K_{s_x} の大きさの方がより大きな影響を与えている。
- 基底流量の長期的通減特性に対しては K_{s_x} の大きさが支配的である。

本研究で得られた知見は、限られた条件下で得られたものではあるが、流域土壤全体を巨視的に見た際の斜面方向とそれに垂直な方向の“平均的な飽和透水係数”を、基底流量の変動曲線から物理的に推定するための有効な情報となる可能性がある。この“平均的な飽和透水係数”は、分布定数型流出モデルの構築の際に必要な入力パラメータとなり得る。数値モデル構造を実流域により近づけることにより、さらに有益な情報が得られるものと期待される。今後は、表面流モデルおよび地下水流モデルを組み込むことにより、流域の土地利用や地質が基底流出変動特性に与える影響を考慮する。

謝辞：本研究は、日本学術振興会特別研究員研究奨励金および平成12年度科学研究費補助金（特別研究員奨励費）からの補助を受けました。また、土木学会水理委員会河川懇談会から部分的な補助を受けました。ここに謝意を表します。

参考文献

- 1) Freeze, R.A. : Three-dimensional, transient, saturated-unsaturated flow in a groundwater basin, *Water Resources Research*, 7(2), pp.347-366, 1971.
- 2) Freeze, R.A. : Role of subsurface flow in generating surface runoff 1.Base flow contributions to channel flow, *Water Resources Research*, 8(3), pp.609-623, 1972.
- 3) Freeze, R.A. : Role of subsurface flow in generating surface runoff 2.Upstream source areas, *Water Resources Research*, 8(3), pp.609-623, 1972.
- 4) 鈴木雅一：山地小流域の基底流出通減特性（Ⅰ）飽和不飽和浸透流モデルを用いた数式的検討，日本林学会誌，66，pp.174-182，1984.
- 5) 鈴木雅一：山地小流域の基底流出通減特性（Ⅱ）蒸発散量が流出通減に与える影響，日本林学会誌，66，pp.211-218，1984.
- 6) Brutsaert, W. : The permeability of a porous medium determined from certain probability laws for pore size distribution, *Water Resources Research*, Vol.4, No.2, pp.425-434, 1968.
- 7) 谷誠：一次元鉛直浸透によって生じる水面上昇の特性，日本林学会誌，64(11)，pp.409-418，1982.
- 8) 大野亮一・鈴木雅一・大田猛彦：最近の動向をふまえた飽和不飽和浸透数値計算法の検討，砂防学会誌，Vol.51，No.4，pp.3-10，1998.
- 9) 白木克繁：山腹斜面を対象とした粗い空間刻みによる浸透数値計算法の提示，水文・水資源学会誌，Vol.11，No.6，pp.586-598，1998.

(2000.10.2受付)