

洪水頻度解析における AMS と PDS の比較

COMPARISON OF AMS AND PDS IN FLOOD FREQUENCY ANALYSIS

田中茂信¹・宝 馨²

Shigenobu TANAKA and Kaoru TAKARA

¹正会員 工修 建設省中部地方建設局豊橋工事事務所 所長 (〒441-8149 豊橋市中野町字平西 1-6)

²正会員 工博 京都大学防災研究所教授 水災害研究部門 (〒611-0011 宇治市五ヶ庄)

Flood frequency analysis uses two types of extreme-value series: the annual maximum series (AMS) and the partial duration series (PDS) or the peaks-over-threshold (POT) data. Though the AMS has a few disadvantages, it has been used in many countries without identifying which method is more appropriate for analyzing flood peaks or extreme rainfalls. This paper discusses which method should be used for analyzing flood peaks. Samples are 105 continuous time series of discharge in A-class rivers in Japan. The Gumbel distribution and the GEV distribution are used for the AMS, the exponential distribution and the generalized Pareto (GP) distribution for the PDS. Consequently, the PDS is recommended through the comparison of the AMS and the PDS in terms of shape parameter, quantile estimates, SLSC goodness of fit and quantile stability.

Key Words : Annual maximum series, Partial duration series, Generalized extreme-value distribution, Generalized Pareto distribution, Shape parameter

1. はじめに

水文頻度解析に用いる資料の抽出方法には、一般に毎年最大値資料（毎年値, AMS）と部分的水文資料（非毎年値, PDS または POT）の2通りの方法がある。AMS には、渇水年や台風の少ない年には洪水と呼べないような値が含まれている場合があり、また、出水の多い年の年間第2位の出水で他の年の最大値より大きいものが解析の中に取り込まれないという問題があることが指摘されている。一方、PDS においては、資料を抽出する基準となる閾値の設定方法が課題として残されている。AMS と PDS のいずれの方法を用いるべきかという問題は古くから議論されているが、それぞれに一長一短があり結論が出ていない。一つの時系列資料から得られた AMS と PDS は理論的にはほぼ同じ確率水文量を与えるものである。わが国では、主に資料整理が簡便な AMS が慣用されてきており、膨大な数の研究や応用が実施されてきた実績がある¹⁾が、PDS についてはこれまで十分な知見が得られていない。

本論文では、わが国の一般河川の洪水ピーク流量について、これまであまり用いられてこなかった PDS による頻度解析を行い、これを AMS と比較す

る。この結果、両者による確率水文量が必ずしも一致しないことを示すとともにわが国の水文頻度解析において AMS と PDS のいずれの方法を用いるべきかを議論し、水文頻度解析における課題と今後の方向性について述べる。

2. AMS と PDS の理論的關係

AMS と PDS における事象の頻度の間には、いくつかの一般的な関係が存在する²⁾。PDS について、閾値 x_0 を上回る事象の1年当たりの平均発生回数を λ とする。 $G(x)$ は、事象が (x_0, x) の範囲に入る確率とする。対応する AMS に関する累積分布関数 $F_0(x)$ は、ある年に関する年間最大値が x を超えない確率である。独立事象については、1年間を通じて x を超過しない確率はポアソン分布によって与えられ、次の式で表される。

$$F_0(x) = \exp[-\lambda(1 - G(x))] \quad (1)$$

式(1)は AMS と PDS の累積分布関数の関係を表すものである。

今、 $G(x)$ が次式の一般パレート分布(GP)で表され

とする。

$$G(x) = 1 - \{1 - \kappa(x-x_0)/\alpha\}^{1/\kappa} \quad (2)$$

ここに κ は形状母数であり, α は尺度母数である。

式(2)を用いて式(1)を書き換えると, κ が 0 でない場合, AMS に対する一般極値分布(GEV)が得られる。

$$F_a(x) = \exp[-\{1 - \kappa(x-\xi)/\alpha^*\}^{1/\kappa}] \quad (3)$$

ここに κ は形状母数であり, GP の κ と同一のものである。したがって, AMS に対する GEV の κ と PDS に対する GP の κ は互換的に使用できる。位置母数 ξ と尺度母数 α^* は次式で定義される。

$$\xi = x_0 + \alpha(1 - \lambda^*)/\kappa, \quad \alpha^* = \alpha \lambda^* \quad (4)$$

κ が 0 の場合, 式(2)は指数分布(Exp)となる。

$$G(x) = 1 - \exp[-(x - x_0)/\alpha] \quad (5)$$

式(5)を式(1)に代入すると AMS に対するグンベル分布(Gumbel)が得られる。

$$F_a(x) = \exp[-\exp\{-(x - \xi)/\alpha\}] \quad (6)$$

式(5), (6)において α は尺度母数であり, 両式において互換的に使用できる。位置母数 ξ は次式で定義される。

$$\xi = x_0 + \alpha \ln(\lambda) \quad (7)$$

3. 解析に使用した資料

本研究では, わが国の一級河川における 105 地点の洪水ピーク流量の時系列資料を AMS と PDS の 2 種類の抽出方法で整理した。時系列資料の長さの平均値は 42 年である。最大は 67 年で最小は 27 年である。PDS については, 前述したように閾値設定の課題が残されているので, ここでは非毎年年数最大値 (PDS のうち統計年数と同じ数だけ上位から取り出したもの) を使用した。

4. AMS と PDS の確率水文量

解析に使用した確率分布は, AMS については Gumbel と GEV であり, PDS については Exp と GP である。これらの母数推定はすべて L 積率法²⁾により行った。また, AMS の確率水文量と比較する PDS

の確率水文量を算出する際には, 式(1)の関係から AMS の年超過確率に相当する PDS の超過確率を求め, それを使用している。

図-1 は年超過確率 1/100 の確率水文量を AMS の GEV と PDS の GP について比較したものである。GP は GEV より小さめの確率水文量を与えることが多い。この平均倍率は 0.925 である。

図-2 は図-1 と同様に年超過確率 1/100 の確率水文量を AMS の Gumbel と PDS の Exp について比較したものである。Exp は Gumbel より大きめの確率水文量を与えることが多く, この平均倍率は 1.062 である。

GEV と GP は 3 母数の確率分布である。一方, Gumbel と Exp は 2 母数の確率分布である。図-1 と図-2 から, 2 母数と 3 母数の分布では AMS と

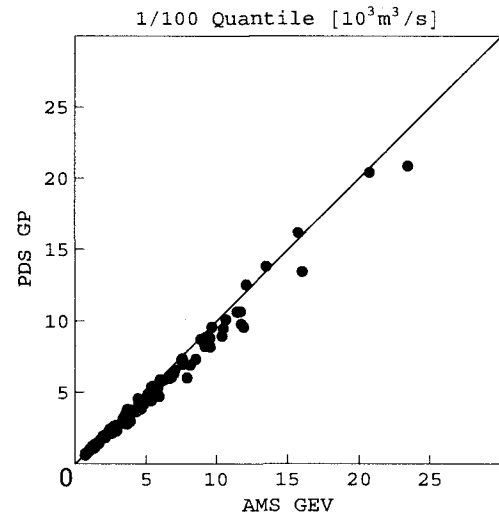


図-1 AMS の GEV と PDS の GP の確率水文量の比較

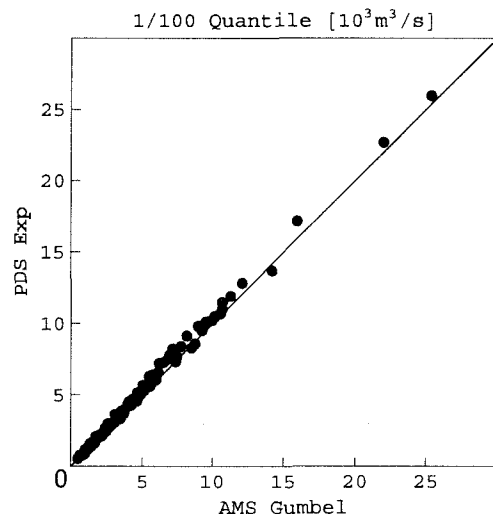


図-2 AMS の Gumbel と PDS の Exp の確率水文量の比較

PDSで傾向が異なることが分かる。この理由については後ほど確率紙による検討で述べる。

5. AMS と PDS の κ

(1) AMS と PDS の κ の比較

前述したように、理論的には κ は AMS と PDS で互換性を有している。図-1、図-2 で示した確率水文量の傾向が異なる原因を調べるため κ の特性について調べてみる。

図-3 は GEV と GP の κ を比較したものである。全資料（105 標本）のうち $\kappa > -1/3$ （ κ がひずみ係数と理論的關係を有する範囲）の条件を満たしかつ AMS と PDS の間で κ の値の差が 0.05 未満となるものを ●印で、それ以外を ○印で示している。●印は 17 標本みられるが、他の大部分は κ が AMS と PDS でかなり異なる。GEV の κ は 0.2 より小さい部分に分布しており、平均値は -0.129 であるのに対し、GP の κ は正負にバランスよく分布しており、平均値は 0.026 である。したがって、一般的に確率紙上で GEV は上に凸の曲線となり、裾の長い分布となるのに対し、GP はほぼ直線であるがやや下に凸の曲線となり、上限を有する分布となることが多い。

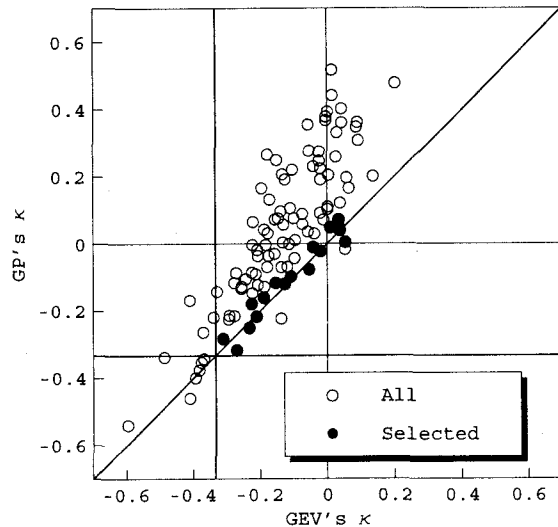


図-3 AMS の GEV と PDS の GP の κ の比較

(2) κ が互換性を有する標本の特性

a) 確率水文量

κ が一致している 17 標本を図-1 において ●印で区別して示したものが図-4 である。●印については GEV と GP の確率水文量がよく一致している。すなわち、 κ が一致すると確率水文量も一致すること

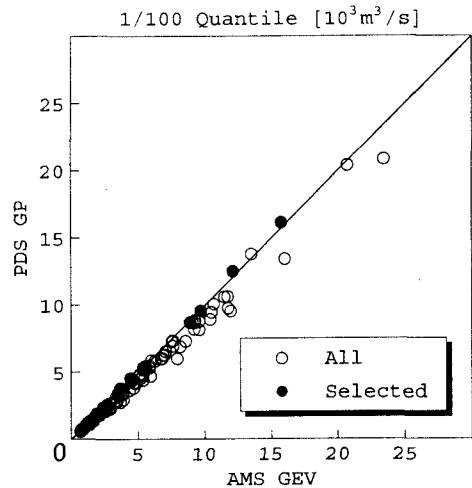


図-4 κ が一致する標本に関する GEV と GP の確率水文量の比較

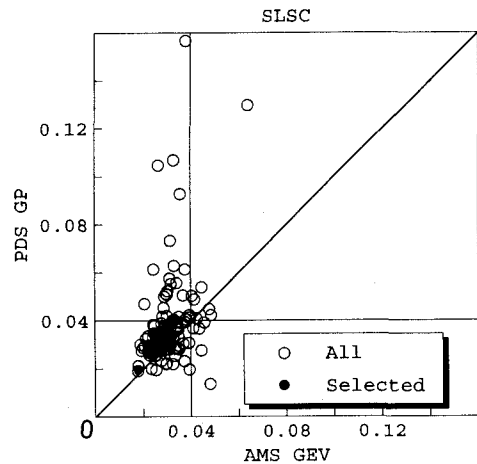


図-5 κ が一致する標本に関する GEV と GP の SLSC の比較

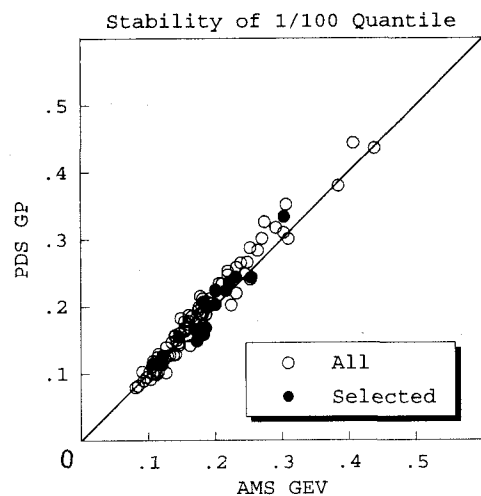


図-6 κ が一致する標本に関する GEV と GP の jackknife 相対誤差の比較

が見てとれる。(図-3, 図-4)

b)適合度

次に、これらの17標本に対するGEVとGPの適合度をSLSC³⁾により評価する。図-5はGEVのSLSCとGPのそれを比較したものであり、全資料との比較で示している。選択された17標本のSLSCは河川流量の適合度の基準⁴⁾である0.04以内である。

c)安定性

確率分布モデルの安定性の評価はリサンプリング手法⁵⁾で行う。リサンプリング手法にはjackknife法やbootstrap法があるが、ここではjackknife法を用いる。jackknife法による確率水文学量の推定誤差を不偏推定値で除した相対誤差を確率水文学量の安定性評価の指標として用いることができる。図-6は相対誤差をGEVとGPで比較したものであり、全資料とともに示している。選択された17標本のうち16標本がAMSおよびPDSともに相対誤差0.25未満であり、全体の中でも安定性が良好である。

以上の結果から、 κ がAMSとPDSで一致する標

本の場合、確率水文学量がAMSおよびPDSいずれで評価しても同程度となり、その上、適合度や安定性もAMSおよびPDSいずれの場合においても良好である。すなわち、このような場合は、AMSとPDSのいずれを用いても同様の結果が得られ、どちらを用いてもよい。

(3) κ が互換性を有していない標本の特

性
 κ がAMSとPDSで互換性を有していない時系列資料が84%と大部分を占めており、これらについてAMSとPDSのいずれを選択すべきかについて検討する必要がある。

確率水文学量、適合度、安定性については図-4, 5, 6で示したように κ が互換性を有する標本の特性和対比される。

ここでは、 κ が互換性を有していない代表的な標本について確率紙上でどのようにプロットされるのかをみてる。

図-7はAMSとPDSの標本をグンベル確率紙にプロットしたものである(プロットングポジショ

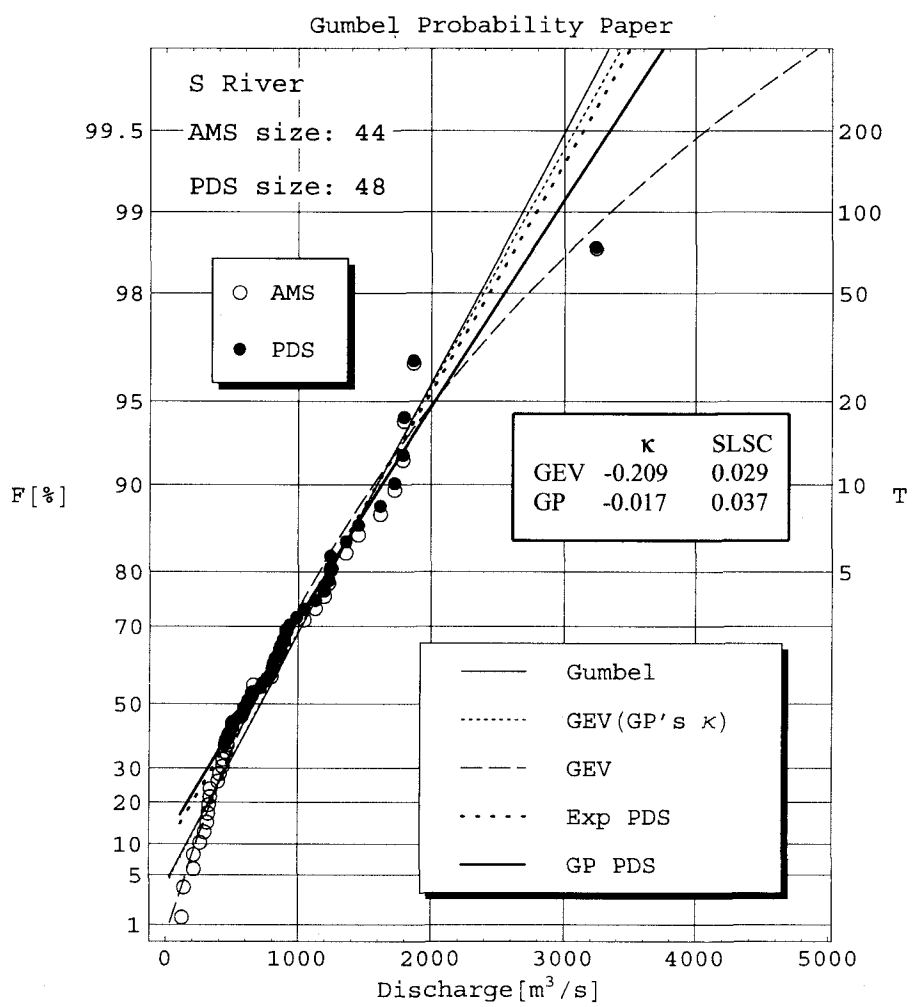


図-7 κ が一致しない標本に関する標本と確率分布モデルの比較

ンはカナンプロットを用いた)。この標本に対する GEV の $\kappa = -0.209$ であり、破線のような上に凸の形状となる。GP の $\kappa = -0.017$ であるのでほぼ直線（若干上に凸）である。GEV の SLSC = 0.029 で、GP の SLSC = 0.037 である。田中・宝⁶⁾は年超過確率の小さい部分に着目して非毎年年数最大値を式(1)による変換を行わずに比較しており、AMS と PDS の比較がしづらい。ここでは PDS の標本と Exp および GP は式(1)の関係を用いて AMS と比較できるように変換してプロットしてある。AMS、PDS ともに大きい事象はほぼ同じ位置にプロットされる。しかし、小さい事象（小洪水）の部分で AMS と PDS は図のように異なる。このことが確率分布のあてはめに大きな影響を与える。多くの AMS 標本ではこの図のように小さい洪水ピーク流量がほぼ同じ値となり、確率紙上で縦に並ぶ傾向があるが、PDS 標本ではこのようになることは少ない。この影響で AMS と PDS の分布のあてはめが以下になることが多い。

まず、2 母数の Gumbel はほぼ縦に並んだ小洪水の影響で Exp に比べ少し反時計回りに回転したグラフとなることが多く、結果として Exp に比べて小さな確率水文学量を与える。一方、3 母数の場合、GEV は上に凸形となるのに対し、GP はほぼ直線または少し下に凸形になることが多く、 κ は前者の方が一般に小さくなり、大きな事象（洪水）に対してはより大きな乖離がみられるとともに概して GEV の確率水文学量は GP の確率水文学量より大きく算定されることになる。

このように、確率紙へのプロットは適合度や安定性を示す数値以上に説得性を有しており、多くの情報が得られるので、単にモデルをあてはめて確率水

文学量を計算するのではなく、AMS と PDS の資料を確率紙にプロットして総合的な判断をすることも重要である。

(4) PDS の優位性

今回の検討は PDS については非毎年年数最大値としているが、取り扱う極値データの個数を増やすように閾値を設定することにより信頼性の高い推定を行うことが可能である。また、中小洪水の影響でどうしても適合度が良くない場合（たとえば、洪水流量の観測値は規模により精度や傾向が異なる場合がある）には、それらより大きな洪水のみを対象とするように閾値を設定することができるなどの柔軟性も有している。

6. κ の互換的使用による確率水文学量

多くの一級河川では昭和 30 年前後から観測が継続的に行われているが、一般に求めようとする確率水文学量の再現期間は 100～200 年であり、どうしてもパラメトリックな確率モデルにより外挿的に確率水文学量を推定することになる。上述したように、AMS は、年最大値といえども渇水年や台風の少ない年には洪水と呼べないような値である場合があり、また、出水の多い年の年間第 2 位の出水で他の年の最大値より大きいものが解析の中に取り込まれないという問題があることが指摘されている。一方、PDS では、資料年数の短さと AMS の問題点を解消することができる可能性がある。ここでは PDS を用いて得た GP の κ を AMS の解析に使用できるかどうか検討する。

図-8 は、横軸に通常の GP、縦軸は PDS に対する

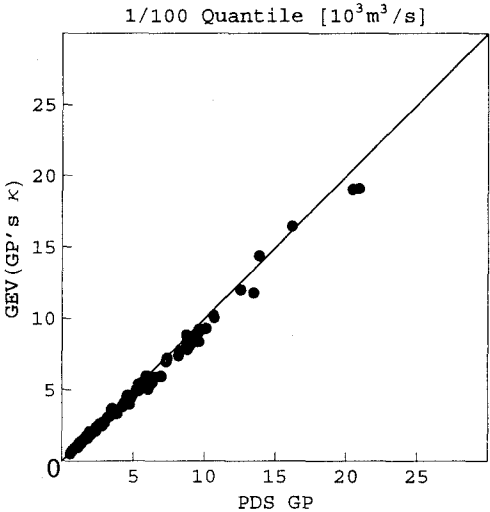


図-8 GP の κ を用いた GEV と GP の確率水文学量の比較

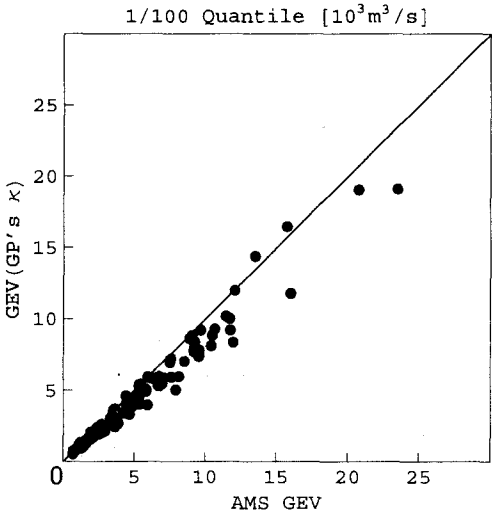


図-9 AMS の同一標本に対し通常の GEV と GP の κ を用いた GEV の確率水文学量の比較

GPの κ を使用して他の母数をAMSに対して推定したGEVそれぞれの確率水文量の比較である。同じ κ を使用してほぼ同じ確率水文量を与えており、GPの κ を互換的に使用することができる。また、図-1に比べて確率水文量のばらつきが少なくなっている。

図-9はGEVの確率水文量を κ の違いで比較したものである。横軸は通常のGEVであり、縦軸はPDSに対するGPの κ を使用し、他の母数をAMSに対して推定したGEVである。通常のGEVは後者に比べ少し大きめ（105標本の平均で1/100確率水文量が1.15倍）の確率水文量を与える。

図-8、図-9から、 κ が確率水文量の推定に際して大きな役割を果たしていることが分かったとともに適切な κ を設定することが重要であるといえる。

7. まとめ

上の結果から重要な点を挙げれば(1)～(3)のようになる。

- (1)確率水文量の推定に際して κ が重要な役目を果たしており、適切に κ を設定する必要がある。
- (2) κ がほぼ同じであればAMSのGEVとPDSのGPはほぼ同じ確率水文量を与え、適合度および安定性についても良好である。
- (3)PDSのGPの κ よりもAMSのGEVの κ の方が小さい事例が多く、AMSの κ の分布はPDSに比べて負に偏っている。このことは確率紙でも確認できる。すなわち、AMS、PDSともに超過確率の小さい事象はそれぞれの順序統計においてだいたい共通であるが、AMSにおいては同程度の小さい洪水ピーク流量がほぼ縦に並び、グンベル確率紙上でより勾配が大きくプロットされることが多い。そしてこれがPDSに比べAMSの κ を負に偏らせ大きめの確率水文量を与える原因になっている。

従来から指摘されているように、AMSの場合、渇水年における年最大値が洪水と呼べないような小さな値になることがある。また、年最大値のみを扱うので年間の第2位の洪水ピーク流量が解析に用いられない。一方、PDSにおいては閾値を適切に設定すれば”洪水”のみを対象とした解析ができる。さらに、観測が不連続な場合でも、閾値を適切に設定すれば連続しない資料も含めた全資料を解析に用いることができる。

したがって、わが国の洪水頻度解析においては、当面、AMSだけでなくPDSによる解析も同時に行い、両者の一致性を見た上でどちらを選択するか

判断することが望ましい。AMSとPDSが異なる傾向の時は、PDSが用いられるべきであろう。したがって、今後はPDSでも解析ができるよう資料の収集、蓄積を図って行く必要がある。

なお、PDSはAMSに比べ多くの利点を有しているが、独立なピークの抽出と閾値の設定に関する課題が残っている。前者についてはわが国の場合、洪水が数日で終結し、数ヶ月も続くことがないのであまり問題にならない。閾値設定のガイドラインを策定することがPDSの最大の課題となっており、いろいろな取り組みが行われている^{7), 8)}。

謝辞：今回の検討にあたって、各地方建設局には貴重な資料を提供いただいた。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) たとえば、星 清：水文頻度解析，水文・水資源ハンドブック，7.3，水文・水資源学会編，朝倉書店，pp.238-248，1997。
- 2) Stedinger, J. R., Vogel, R. M. and Foufoula-Georgiou, E. : Frequency Analysis of Extreme Events, Chap. 18, Handbook of Hydrology, (Ed.) D. R. Maidment, McGraw-Hill, New York, pp.18.1-18.66, 1993。
- 3) 宝 馨，高棹琢馬：水文頻度解析における確率分布モデルの評価規準，土木学会論文集，第393号/Ⅱ-9，pp.151-160，1988。
- 4) 田中茂信，宝 馨：河川流量の頻度解析における適合度と安定性の評価，水工学論文集，第43巻，土木学会水理委員会，pp.127-132，1999。
- 5) Efron, B. : The Jackknife, the Bootstrap and Other Resampling Plans, SIAM Monograph, No.38, 92pp., 1982。
- 6) 田中茂信，宝 馨：毎年資料と非毎年資料による確率水文量の評価，水工学論文集，第43巻，土木学会水理委員会，pp.145-150，1999。
- 7) Rasmussen, P. F., Ashkar, F., Rosbjerg, D. & Bobee, B. : The POT method for flood estimation: a review. Extreme Values: Floods and Droughts, edited by K.W. Hipel, Stochastic and Statistical Methods in Hydrology and Environmental Engineering, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 1, 15-26, 1994。
- 8) Tanaka, S. and Takara, K. : A Study on Threshold Selection in POT Analysis of Extreme Floods, Proc. of International Symposium on Extraordinary Floods, Reykjavik, Iceland, July 17-19, 2000, IAHS Pub. (to be published)

(2000.10.2 受付)