

分布型流出モデルに基づく ダム流入量実時間予測モデルについて

A REAL TIME DAM INFLOW PREDICTION SYSTEM
BASED ON DISTRIBUTED RAINFALL-RUNOFF MODEL

藤田 暁¹・大東 秀光²・上坂 薫³・椎葉 充晴⁴・立川 康人⁵・市川 温⁶
Akira FUJITA, Hidemitsu DAITOU, Kaoru KAMISAKA, Michiharu SHIIBA,
Yasuto TACHIKAWA and Yutaka ICHIKAWA

¹正会員 工修 (株)ニュージェック 大阪本社 河川・海岸部 (〒542-0082 大阪市中央区島之内 1-20-19)

²正会員 工修 関西電力(株) 土木建築室 (〒530-8270 大阪市北区中之島 3-3-22)

³関西電力(株) 土木建築室 (〒530-8270 大阪市北区中之島 3-3-22)

⁴正会員 工博 京都大学大学院 工学研究科 教授 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

⁵正会員 工博 京都大学 防災研究所 助教授 (〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

⁶正会員 工修 京都大学大学院 工学研究科 助手 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

Today, we can get high quality information about spatial distribution of rainfall observed by radar on real time. In order to make effective use of such a spatial rainfall information, and to improve the flood forecasting accuracy for dam operation, we developed a real time dam inflow prediction system based on distributed rainfall-runoff model. In our system, channel flow is calculated by using the integrated kinematic wave model for channel networks, and the state of channel flow is updated with Kalman filter. Simulations are carried out with dam inflow data and precipitation data observed by rain gauges, and it was confirmed that the prediction system performs well.

Key Words : *real time runoff prediction, distributed rainfall-runoff model, Kalman filter*

1. はじめに

出水時に、ダム上下流で被害を発生させることなく洪水吐ゲートを適切・確実に操作するためには、数時間先までの流入量の変化を精度よく予測することが要求される。

こうしたことから、電力ダムでは、各ダムごとに貯留関数法とカルマンフィルターを組み合わせた実時間流入量予測モデルを作成し、ダム操作卓で流入量予測計算を行って操作の支援をしている事例がある¹⁾。すなわち、貯留関数法で雨量から流量を予測する計算を実時間で行うと同時に、ダムで実際に観測される流量(=ダム流入量)の情報を取り込んでカルマンフィルターにより貯留関数法の状態量(貯留高)を随時推定しなおすことで、計算が常に実際の流域の状況を適切に表しているようにし、精度の高い流出予測計算を実現しようとするものである。

しかし、近年、河川利用の多様化や社会状況の変化もあって、ダムの流入量予測は更なる精度の向上が望まれている。

一方、気象レーダーを始めとする気象観測施設や通信システム等が整備されるのに伴い、ダムでは、流域内の時空間的にきめ細かい降雨情報を即座に受信できるようになってきている。また、短時間先の雨量を予測する技術も向上しつつあり、それらを有効に利用することにより、流入量予測の精度も向上させることができると考えられる。

そこで本研究では、時空間的にきめ細かい降雨情報を有効に活用でき、また、あわせて地形の空間分布特性も考慮できるよう、分布型の流出モデルをベースにした新たな実時間ダム流入量予測モデルを構築し、その適用性を検討する²⁾。

2. 手法の概要

実時間での流量予測に用いる降雨流出モデルは、実現象よりも十分に速いスピードで計算を行えることが必要である。

また、カルマンフィルターを適用することを考慮すると、降雨流出モデルは、少ない個数の状態量で

流域全体の流出現象の状態を表すことができる構造になっていることが望ましい。しかし、一般に分布型の降雨流出モデルは、流域内の流出現象の状態を表すのに膨大な個数の変数を用いる。

これらのことからカルマンフィルターは、分布型の流出モデルではなく、貯留関数法のように流域全体を一まとまりに取り扱う集中型の流出モデルに対して適用されることが多かった。

本研究では、カルマンフィルターを分布型の降雨流出モデルに適用して流出予測計算を行うことを考え、分布型の降雨流出モデルとして、高棹・椎葉・市川²⁾により開発された河道網集中型 kinematic wave モデルを用いるものとする。このモデルは、3. に示すように各部分流域内の河道流量の分布に仮定を設けることにより、流出現象の状態を表現するのに膨大な個数の変数を必要としない構造となっている。モデルの内部変数として、各部分流域の流量変化率 $q_0(t)$ という変数が定義されており、これを流域の状態量として位置づける。そして、流域で観測される流量の情報を取り込み、カルマンフィルターにより状態量 $q_0(t)$ を随時推定し直すこととする。

河道網集中型 kinematic wave モデルは、河道の流れを計算するモデルであるので、河道への側方流入量を求めるため、別途、山腹斜面での降雨流出を計算する必要があるが、この山腹斜面の計算にはカルマンフィルターを適用せず、決定論的に、雨→流出という一方向的な計算を行うものとする。

雨量の情報は、観測値だけでなく、数時間先までの予測雨量の情報も随時取得できるものとし、それを用いると、斜面から河道への流出量、および河道での流量を、数時間先まで計算することができる。

以下、本論文の 3. では河道網集中型 kinematic wave モデルについて説明し、4. ではそのモデルに対するカルマンフィルターの導入を述べる。5. では、ダム流域に対する本手法の適用例を示す。

3. 河道網集中型 kinematic wave モデル

河道網集中型 kinematic wave モデルは、対象流域の河道網を部分流域ごとに区切り、部分流域どうしの水の受け渡しによって流域全体の水の動きを表現する。各部分流域内部の河道における水の流れは、以下の二つの仮定に基づいてモデル化される。

仮定 1：河道では、流量と通水断面積の間にべき乗関数の関係が成り立つとする。すなわち、部分流域 J の河道区分 i の上流から x の距離の地点における時刻 t の通水断面積を $A_i^J(x, t)$ 、流量を $Q_i^J(x, t)$ と表すものとし、それらの間には、

$$A_i^J(x, t) = K_i^J Q_i^J(x, t)^{P_i^J} \quad (1)$$

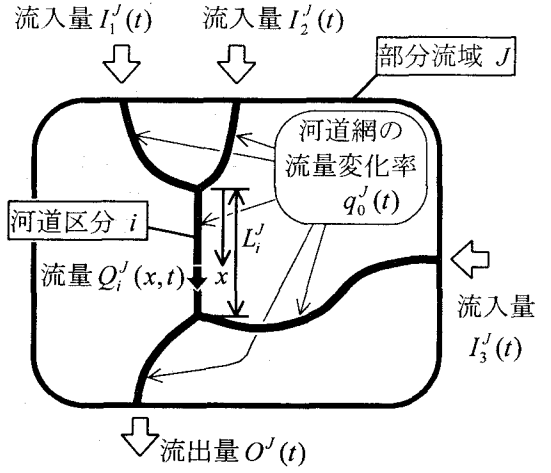


図-1 河道網集中型 kinematic wave モデルの模式図

なる関係があるとする。ただし、ここで河道区分とは、部分流域内の河道網を合流点等において区切ったものであり、 K_i^J 、 P_i^J は、部分流域 J の河道区分 i に固有の定数とする。

仮定 2：河道網における流量の値は、河道に沿う距離とともに直線的に変化するものとする。この流量の変化率は部分流域内で各瞬間ごとに一律であり、これを $q_0^J(t)$ と書くことにすると、 $Q_i^J(x, t)$ は次のように書ける。

$$Q_i^J(x, t) = Q_i^J(0, t) + q_0^J(t) x \quad (2)$$

仮定 2 について、河道区分 i の区分長を L_i^J とすると、 $q_0^J(t)$ と部分流域 J の流入量、流出量の関係は次のように表せる。

$$q_0^J(t) = \frac{O^J(t) - \sum_{i=1}^{M^J} I_i^J(t)}{\sum_{i=1}^{N^J} L_i^J} \quad (3)$$

ただし、 $O^J(t)$ は部分流域 J の下流端からの流出量、 $I_i^J(t)$ は部分流域 J の上流端への流入量、 M^J は上流端数、 N^J は河道区分数である。

式(1)を、流量 $Q_i^J(x, t)$ が負である場合にも拡張し、

$$A_i^J(x, t) = K_i^J Q_i^J(x, t) |Q_i^J(x, t)|^{P_i^J-1} \quad (4)$$

とすると、式(2)により

$$A_i^J(x, t) = K_i^J \left(Q_i^J(0, t) + q_0^J(t) x \right) \times |Q_i^J(0, t) + q_0^J(t) x|^{P_i^J-1} \quad (5)$$

となり、この通水断面積 $A_i^J(x, t)$ を x について積分すると、河道区分 i の河道内貯留量 $S_i^J(t)$ となる。

$$S_i^J(t) = \int_0^{L_i^J} A_i^J(x, t) dx = \frac{K_i^J}{q_0^J(t) (P_i^J + 1)} \left\{ |Q_i^J(L_i^J, t)|^{P_i^J+1} - |Q_i^J(0, t)|^{P_i^J+1} \right\} \quad (6)$$

各河道区分の河道内貯留量 $S_i^J(t)$ を足し合わせると、部分流域 J の河道網内貯留量 $S^J(t)$ となる。

$$S^J(t) = \sum_{i=1}^{N^J} S_i^J(t) \\ = \sum_{i=1}^{N^J} \frac{K_i^J}{q_0^J(t)(P_i^J+1)} \left\{ |Q_i^J(L_i^J, t)|^{P_i^J+1} - |Q_i^J(0, t)|^{P_i^J+1} \right\} \quad (7)$$

ここに、 $S^J(t)$ は $I_1^J(t), \dots, I_{M^J}^J(t), q_0^J(t)$ の関数となっている。

一方、河道網内貯留量 $S^J(t)$ に関する連続式は、

$$\frac{dS^J(t)}{dt} = \sum_{i=1}^{M^J} I_i^J(t) + Q_L^J(t) - O^J(t) \quad (8)$$

である。ここに、 $Q_L^J(t)$ は側方流入量である。式(3)を用いると、上式は

$$\frac{dS^J(t)}{dt} = Q_L^J(t) - q_0^J(t) \sum_{i=1}^{N^J} L_i^J \quad (9)$$

と表され、 $dS^J(t)/dt$ は、 $q_0^J(t)$ の関数として表すことができる。さらに、 $0 \leq \theta \leq 1$ を用いて式(9)を次のように差分展開する。

$$\frac{S^J(t+\Delta t) - S^J(t)}{\Delta t} = \theta Q_L^J(t+\Delta t) + (1-\theta)Q_L^J(t) - \left\{ \theta q_0^J(t+\Delta t) + (1-\theta)q_0^J(t) \right\} \sum_{i=1}^{N^J} L_i^J \quad (10)$$

時刻 t における各変数の値が既知であり、また、時刻 $t+\Delta t$ における部分流域上流端の流入量 $I_1^J(t+\Delta t), \dots, I_{M^J}^J(t+\Delta t)$ および側方流入量 $Q_L^J(t+\Delta t)$ が得られれば、式(7)と式(10)とからなる方程式を解くことにより、時刻 $t+\Delta t$ における河道網内貯留量 $S^J(t+\Delta t)$ や流量変化率 $q_0^J(t+\Delta t)$ を求めることができる。さらに、それに基づき、流出量 $O^J(t+\Delta t)$ も求められる。方程式の具体的な解法については、文献³⁾に示されているアルゴリズムを用いる。

以上の計算は、最上流の部分流域から下流の部分流域に向かって順に行うことができ、これにより、流域全体の時々刻々の流量を求めることができる。

4. カルマンフィルターの適用

(1) 河道網集中型 kinematic wave モデルの確率過程的取扱い

3. に示したモデルは、河道の流れに関する決定論的なモデルである。以下では、この決定論的なモデルに対し、モデル誤差や観測誤差を表すノイズ項を付け加えることにより、確率過程的なモデルを作成する。

各部分流域ごとに一つずつ、式(9)で表される連続式にノイズ項を付加する。

$$\frac{dS^J(t)}{dt} = Q_L^J(t) - q_0^J(t) \sum_{i=1}^{N^J} L_i^J + a A^J p^J(t) \quad (11)$$

ここに、 a はモデル誤差の大きさを表す係数、 A^J は部分流域 J の流域面積、 $p^J(t)$ は無次元で分散1のノイズとする。

式(11)を次のように差分展開する。

$$\frac{S^J(t+\Delta t) - S^J(t)}{\Delta t} = \theta Q_L^J(t+\Delta t) + (1-\theta)Q_L^J(t) - \left\{ \theta q_0^J(t+\Delta t) + (1-\theta)q_0^J(t) \right\} \sum_{i=1}^{N^J} L_i^J + \theta a A^J p^J(t+\Delta t) + (1-\theta)a A^J p^J(t) \quad (12)$$

3. に述べたように、部分流域 J の河道網内貯留量 $S^J(t)$ は、上流端流入量 $I_1^J(t), \dots, I_{M^J}^J(t)$ および流量変化率 $q_0^J(t)$ の関数として表すことができる。また、上流端流入量 $I_1^J(t), \dots, I_{M^J}^J(t)$ は、その上流側に隣接する部分流域における上流端流入量と流量変化率を用いて表すことができるが、その関係を用いると、部分流域 J の上流端流入量 $I_1^J(t), \dots, I_{M^J}^J(t)$ は、 J よりも上流に位置する部分流域の流量変化率 $q_0(t)$ だけで表すことができることとなる。したがって、部分流域 J の河道網内貯留量 $S^J(t)$ は、部分流域 J および J より上流に位置する部分流域の $q_0(t)$ の関数として書き表すことができる。

そこで、 $\mathbf{q}_0(t) = [q_0^1(t), \dots, q_0^N(t)]^T$ (N は部分流域の個数)というベクトルをおき、 $\mathbf{q}_0(t+\Delta t)$ 、 $\mathbf{q}_0(t)$ の関数として次式を定義できる。

$$F^J(\mathbf{q}_0(t+\Delta t), \mathbf{q}_0(t)) = \frac{S^J(t+\Delta t) - S^J(t)}{\Delta t} - \theta Q_L^J(t+\Delta t) - (1-\theta)Q_L^J(t) + \left\{ \theta q_0^J(t+\Delta t) + (1-\theta)q_0^J(t) \right\} \sum_{i=1}^{N^J} L_i^J \quad (13)$$

これを用いて式(12)は、

$$F^J(\mathbf{q}_0(t+\Delta t), \mathbf{q}_0(t)) = \theta a A^J p^J(t+\Delta t) + (1-\theta)a A^J p^J(t) \quad (14)$$

と表すことができる。

式(11)で導入したノイズ $p^J(t)$ は、本研究では、各部分流域どうしで空間的な相関を持ち、また、時間的にも指数関数的な相関を持つ有色ノイズ⁴⁾を用いるものとする。

$$\frac{dp^J(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau} p^J(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau}} w^J(t) \quad (15)$$

ここに、 $\tau (>0)$ は時定数、 $w^J(t)$ は分散が1であり、次式(16)で表される共分散構造を持つ白色ノイズである。

$$E\{w^{J_1}(t_1) w^{J_2}(t_2)\} = r_{J_1, J_2} \delta(t_1 - t_2) \quad (16)$$

ここに、 $\delta(t_1 - t_2)$ は Dirac のデルタ関数、 r_{J_1, J_2} は部分流域 J_1 のノイズと部分流域 J_2 のノイズの共分散を表す値である。

$p^J(t)$ の共分散構造は次式で表される。

$$E\{p^{J_1}(t_1) p^{J_2}(t_2)\} = r_{J_1, J_2} e^{-|t_1 - t_2|/\tau} \quad (17)$$

式(15)を離散化することにより、次式を導くことができる。

$$p^J(t + \Delta t) = e^{-\Delta t/\tau} p^J(t) + v^J(t, t + \Delta t) \quad (18)$$

ここに、 $v^J(t, t + \Delta t)$ は次式(19)で表される共分散構造を持つ。

$$E\{v^{J_1}(t, t + \Delta t) v^{J_2}(t, t + \Delta t)\} = r_{J_1, J_2} (1 - e^{-2\Delta t/\tau}) \quad (19)$$

以上を用いて、式(14)は次のように表せる。

$$F^J(\mathbf{q}_0(t + \Delta t), \mathbf{q}_0(t)) = g_p^J p^J(t) + g_v^J v^J(t, t + \Delta t) \quad (20)$$

ここに、

$$g_p^J = a A^J \{ \theta e^{-\Delta t/\tau} + (1 - \theta) \} \quad (21)$$

$$g_v^J = a A^J \theta \quad (22)$$

である。

また、 $\mathbf{p}(t) = [p^1(t), \dots, p^N(t)]^T$ 、 $\mathbf{v}(t + \Delta t) = [v^1(t, t + \Delta t), \dots, v^N(t, t + \Delta t)]^T$ 、(N は部分流域の数) というベクトルをおくと、式(20)より、対象流域全体の連続式は

$$F(\mathbf{q}_0(t + \Delta t), \mathbf{q}_0(t)) = \mathbf{G}_p \mathbf{p}(t) + \mathbf{G}_v \mathbf{v}(t, t + \Delta t) \quad (23)$$

と表せる。ここに、 F は各部分流域の F^J で構成されるベクトル値関数であり、

$$\mathbf{G}_p = \begin{pmatrix} g_p^1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & g_p^N \end{pmatrix} \quad (24)$$

$$\mathbf{G}_v = \begin{pmatrix} g_v^1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & g_v^N \end{pmatrix} \quad (25)$$

である。対象流域全体のノイズの推移を表す式は、式(18)より、

$$\mathbf{p}(t + \Delta t) = \mathbf{D} \mathbf{p}(t) + \mathbf{v}(t, t + \Delta t) \quad (26)$$

と表される。ここに

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} e^{-\Delta t/\tau} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & e^{-\Delta t/\tau} \end{pmatrix} \quad (27)$$

である。

以上より、各時点における流域の状態は $\mathbf{q}_0(t)$ と $\mathbf{p}(t)$ により表すことができ、その推移は式(23)および式(26)で表されることとなる。

(2) 時刻 t から時刻 $t + \Delta t$ の予測更新

流量変化率 $\mathbf{q}_0(t)$ と有色ノイズ $\mathbf{p}(t)$ を成分とするベクトル $\mathbf{X}(t)$ を、対象流域の状態を表す状態ベクトルとして位置づける。

$$\mathbf{X}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{q}_0(t) \\ \mathbf{p}(t) \end{pmatrix} \quad (28)$$

状態ベクトル $\mathbf{X}(t)$ の推移を式(23)と式(26)に基づいて計算していく (予測更新) と同時に、流域で流量の観測値が得られたら、そのつどその観測値を用いて $\mathbf{X}(t)$ を修正する (観測更新) こととなる。

時刻 t における $\mathbf{X}(t)$ の推定値が、

$$\tilde{\mathbf{X}}(t) = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{q}}_0(t) \\ \tilde{\mathbf{p}}(t) \end{pmatrix} \quad (29)$$

であり、その推定誤差の共分散行列が $\tilde{\mathbf{P}}(t)$ であるとす。以下に、 $\tilde{\mathbf{X}}(t)$ 、 $\tilde{\mathbf{P}}(t)$ から次時刻の $\tilde{\mathbf{X}}(t + \Delta t)$ 、 $\tilde{\mathbf{P}}(t + \Delta t)$ を求める予測更新を示す。

a) $\tilde{\mathbf{X}}(t)$ の更新

式(23)、式(26)より、 $\tilde{\mathbf{q}}_0(t)$ 、 $\tilde{\mathbf{p}}(t)$ から $\tilde{\mathbf{q}}_0(t + \Delta t)$ 、 $\tilde{\mathbf{p}}(t + \Delta t)$ を求める式は次のようになる。

$$F(\tilde{\mathbf{q}}_0(t + \Delta t), \tilde{\mathbf{q}}_0(t)) = \mathbf{G}_p \tilde{\mathbf{p}}(t) \quad (30)$$

$$\tilde{\mathbf{p}}(t + \Delta t) = \mathbf{D} \tilde{\mathbf{p}}(t) \quad (31)$$

なお、式(30)は、3. に示した決定論的なモデルと同様の方法で計算することができる。

b) $\tilde{\mathbf{P}}(t)$ の更新

式(23)で、 $F(\tilde{\mathbf{q}}_0(t + \Delta t), \tilde{\mathbf{q}}_0(t))$ を $\tilde{\mathbf{q}}_0(t + \Delta t)$ および $\tilde{\mathbf{q}}_0(t)$ のまわりにテーラー展開し、2次以上の項を無視すると次式を導くことができる。

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial F}{\partial \mathbf{q}_0(t + \Delta t)} \right)_{\mathbf{q}_0(t + \Delta t) = \tilde{\mathbf{q}}_0(t + \Delta t)} (\mathbf{q}_0(t + \Delta t) - \tilde{\mathbf{q}}_0(t + \Delta t)) = \\ - \left(\frac{\partial F}{\partial \mathbf{q}_0(t)} \right)_{\mathbf{q}_0(t) = \tilde{\mathbf{q}}_0(t)} (\mathbf{q}_0(t) - \tilde{\mathbf{q}}_0(t)) \\ + \mathbf{G}_p (\mathbf{p}(t) - \tilde{\mathbf{p}}(t)) + \mathbf{G}_v \mathbf{v}(t, t + \Delta t) \end{aligned} \quad (32)$$

また、式(26)から次式が導かれる。

$$(\mathbf{p}(t + \Delta t) - \tilde{\mathbf{p}}(t + \Delta t)) = \mathbf{D} (\mathbf{p}(t) - \tilde{\mathbf{p}}(t)) + \mathbf{v}(t, t + \Delta t) \quad (33)$$

式(32)と式(33)を行列の形にまとめて表すと次式のようになる。

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \left(\frac{\partial F}{\partial \mathbf{q}_0(t + \Delta t)} \right)_{\mathbf{q}_0(t + \Delta t) = \tilde{\mathbf{q}}_0(t + \Delta t)} & 0 \\ 0 & \mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{q}_0(t + \Delta t) - \tilde{\mathbf{q}}_0(t + \Delta t) \\ \mathbf{p}(t + \Delta t) - \tilde{\mathbf{p}}(t + \Delta t) \end{pmatrix} = \\ \begin{pmatrix} - \left(\frac{\partial F}{\partial \mathbf{q}_0(t)} \right)_{\mathbf{q}_0(t) = \tilde{\mathbf{q}}_0(t)} & \mathbf{G}_p \\ 0 & \mathbf{D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{q}_0(t) - \tilde{\mathbf{q}}_0(t) \\ \mathbf{p}(t) - \tilde{\mathbf{p}}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{G}_v \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} \mathbf{v}(t, t + \Delta t) \end{aligned} \quad (34)$$

さらに式(35)～式(37)に示すように $\bar{\mathbf{F}}, \bar{\mathbf{G}}_p, \bar{\mathbf{G}}_v$ をおくと、式(34)は式(38)のように表される。

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \mathbf{q}_0(t+\Delta t)} \right)_{\mathbf{q}_0(t+\Delta t)=\tilde{\mathbf{q}}_0(t+\Delta t)} \bar{\mathbf{F}} = - \left(\frac{\partial F}{\partial \mathbf{q}_0(t)} \right)_{\mathbf{q}_0(t)=\tilde{\mathbf{q}}_0(t)} \quad (35)$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \mathbf{q}_0(t+\Delta t)} \right)_{\mathbf{q}_0(t+\Delta t)=\tilde{\mathbf{q}}_0(t+\Delta t)} \bar{\mathbf{G}}_p = \mathbf{G}_p \quad (36)$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \mathbf{q}_0(t+\Delta t)} \right)_{\mathbf{q}_0(t+\Delta t)=\tilde{\mathbf{q}}_0(t+\Delta t)} \bar{\mathbf{G}}_v = \mathbf{G}_v \quad (37)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{q}_0(t+\Delta t) - \tilde{\mathbf{q}}_0(t+\Delta t) \\ \mathbf{p}(t+\Delta t) - \tilde{\mathbf{p}}(t+\Delta t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{F}} & \bar{\mathbf{G}}_p \\ \mathbf{0} & \mathbf{D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{q}_0(t) - \tilde{\mathbf{q}}_0(t) \\ \mathbf{p}(t) - \tilde{\mathbf{p}}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{G}}_v \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} \mathbf{v}(t, t+\Delta t) \quad (38)$$

式(38)の両辺にそれぞれの転置行列を掛けて期待値をとると、次式を得る。

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{P}}(t+\Delta t) &= \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{F}} & \bar{\mathbf{G}}_p \\ \mathbf{0} & \mathbf{D} \end{pmatrix} \tilde{\mathbf{P}}(t) \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{F}}^T & \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{G}}_p^T & \mathbf{D}^T \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{G}}_v \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} \mathbf{C}(t, t+\Delta t) (\bar{\mathbf{G}}_v^T \quad \mathbf{I}) \end{aligned} \quad (39)$$

ここに、 $\mathbf{C}(t, t+\Delta t)$ は $\mathbf{v}(t, t+\Delta t)$ の共分散行列である。

式(39)により $\tilde{\mathbf{P}}(t) \rightarrow \tilde{\mathbf{P}}(t+\Delta t)$ の更新を行うことができる。

なお、4. (1)で述べたように、部分流域 J の河道網内貯留量 $S^J(t)$ は、部分流域 J および J より上流の部分流域の流量変化率 $q_0(t)$ の関数として書き表すことができる。よって、 $F^J(\mathbf{q}_0(t+\Delta t), \mathbf{q}_0(t))$ は、部分流域 J および J より上流の $q_0(t+\Delta t)$ 、 $q_0(t)$ の値のみに依存し、 J より下流の $q_0(t+\Delta t)$ 、 $q_0(t)$ の値には依存しない。このため、上流の部分流域ほど若い番号になるように部分流域番号をつけると、 $J_1 < J_2$ に対しては、

$$\frac{\partial F^{J_1}}{\partial q_0^{J_2}(t+\Delta t)} = 0 \quad (40)$$

となり、 $(\partial F / \partial \mathbf{q}_0(t+\Delta t))$ は下3角行列となる。

このため、式(35)～式(37)により $\bar{\mathbf{F}}, \bar{\mathbf{G}}_p, \bar{\mathbf{G}}_v$ を求める計算は、比較的楽に行うことができる。

(3) 観測更新

時刻 t_k に状態ベクトルの推定値 $\hat{\mathbf{X}}(t_k)$ と推定誤差共分散行列 $\tilde{\mathbf{P}}(t_k)$ が計算されており、そこへ流量の観測値が得られたら、観測更新を行い $\hat{\mathbf{X}}(t_k)$ 、 $\hat{\mathbf{P}}(t_k)$ を計算する。 $\wedge$ は観測更新による推定を意味し、時刻 t_k からは $\hat{\mathbf{X}}(t_k)$ 、 $\hat{\mathbf{P}}(t_k)$ をスタートとして、(2)に示した予測更新を行う。

3. の仮定2により、流域の河道網の任意の地点における流量は、その地点が属している部分流域、

およびそれより上流の部分流域の流量変化率 $q_0(t)$ に関する線形の式で表すことができる。これにより、観測方程式を式(42)のように表すことができる。

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}' \mathbf{q}_{0k} + \xi_k \quad (41)$$

ここに、 $\mathbf{z}$ は流量の観測値ベクトル、 k は時刻を表す添え字、 ξ は正規白色ノイズベクトルでありその共分散行列は $\mathbf{R}$ とする。また、 $\mathbf{H}'$ は係数行列であり、時刻に依らず常に一定値である。

$\mathbf{H} = [\mathbf{H}', \mathbf{0}]$ とおくと、式(41)は次のように書き直すことができる。

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H} \mathbf{X}_k + \xi_k \quad (42)$$

これにより、観測更新の式は次のようになる。

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \tilde{\mathbf{X}}_k + \mathbf{K}(\mathbf{z}_k - \mathbf{H} \tilde{\mathbf{X}}_k) \quad (43)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K} \mathbf{H}) \tilde{\mathbf{P}}_k (\mathbf{I} - \mathbf{K} \mathbf{H})^T + \mathbf{K} \mathbf{R} \mathbf{K}^T \quad (44)$$

$$\mathbf{K} = \tilde{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \tilde{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (45)$$

5. ダム流域への適用

4. に示した計算方法により、予測シミュレーションを行う。

紀伊半島日置川水系の関西電力殿山ダム流域(294km²)を対象とした。国土数値情報(河道網流路位置)と数値地図(50mメッシュ標高)に基づいて地形モデル⁵⁾を作成し、対象河道網は図-2のように44の部分流域に分割した。分割にあたっては、3. に示した仮定2が許される部分流域規模がどの程度であるのか、ということを検討するべきであると考えられるが、ここでは、各部分流域の面積が、ダムの降雨予測システムのメッシュ(2.5km×2.5km)と同程度のオーダーになるように、また、各部分流域の河道の長さにより差が生じないように分割した。

なお、殿山ダムの降雨予測システムは、整備されてから日が浅く、その雨量データがまだ十分蓄積、整理されていないため、本シミュレーションでは、流域内に従来からある5ヶ所の地上雨量計の毎時雨量データを用い、ティーセン法により各部分流域ごとの毎時雨量を求めて与えた。

予測シミュレーションでは、まず、飽和雨量と一次流出率の概念により有効降雨を求め、さらに市川⁶⁾の集中化された表面流・中間流統合型 kinematic wave モデルを用いて山腹斜面の流れを計算し、河道への側方流入量を算出した。

このようにして観測雨量から求めた側方流入量を入力とし、4. (2)に示した予測更新の計算方法に従って河道の流れの時々刻々の状態推移を計算する。

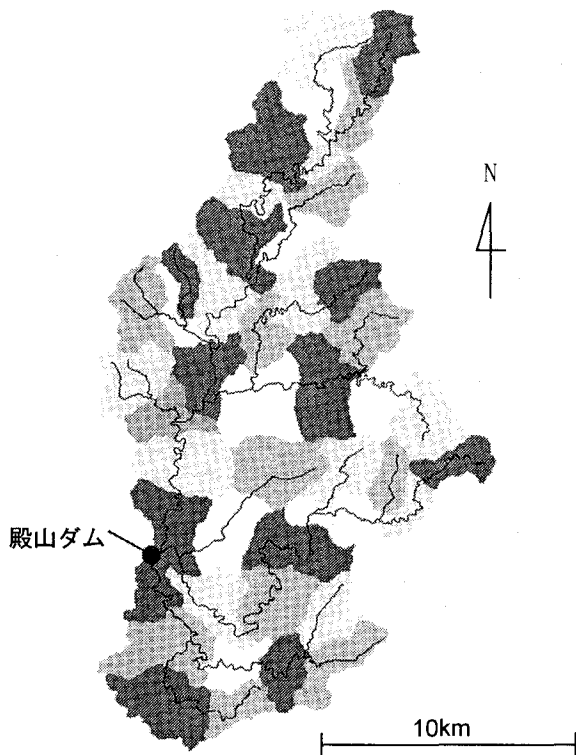


図-2 対象流域の部分流域への分割

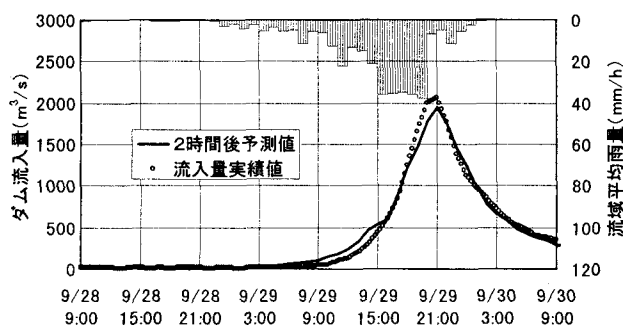


図-3 計算結果（ダム流入量）

また、15分おきに、ダムの流入量の観測値による観測更新（4.（3））を行う。

観測更新がされるごとに、新たに推定し直された流域の状態をスタートとして、観測雨量を用いて算出した側方流入量を入力とする上述の予測更新の計算を行うだけでなく、予測雨量から算出した側方流入量を入力とする予測更新の計算も数時間先まで行い、数時間先までの予測流量を求める。

このように、予測流量を計算するには予測雨量の値が必要となるが、シミュレーションでは、観測された実績雨量を予測雨量として用いた。

また、15分おきに観測更新およびそれをスタートとする流量予測計算を行うためには、観測雨量も

15分おきに得られていることが必要となってくる。しかし今回シミュレーションに用いた雨量データは毎時データとして記録されたものであり、その毎時雨量を15分ずつに等しく割り振り、15分毎の雨量データであるものとして用いた。

計算結果例を図-3に示す。ダム流入量の実績値、および、2時間予測値（15分おきに算出した2時間後予測流量を連ねたハイドログラフ）を表している。PC上で、実現象よりも十分に速いスピードで計算を行うことができ、また、計算が不安定になることもなかった。計算結果より、本稿に示した流入量予測手法が有効であることがうかがわれる。

6. 終わりに

以上、分布型の流出モデルをベースに、カルマンフィルターを用いた実時間流出予測モデルを構築し、ダム流域への適用を試みた。今後、ダム地点の流入量だけでなく、流域内にある水位観測所の流量の情報も活用した計算を行っていきたい。また、他の流域への展開も図り、モデルの適用性の検討をさらに進めたい。

参考文献

- 1) 白木 亨, 中村幾雄, 岩永建夫: 電力ダム操作のための実時間確率出水予測モデルの実用化, 土木学会論文集, 第399号, pp.221-230, 1988.
- 2) 藤田 暁, 上坂 薫, 椎葉充晴, 立川康人, 市川 温: ダム流域への分布型実時間流入量予測モデルの適用, 土木学会第55回年次学術講演会講演概要集CD-ROM版, II-132, 2000.
- 3) 高塚琢馬, 椎葉充晴, 市川 温: 分布型流出モデルのスケールアップ, 水工学論文集, 第38巻, pp.809-812, 1994.
- 4) 椎葉充晴, 立川康人, Xavier LAURENSEN: 河道網系水理モデルを用いた水位流量の実時間予測, 土木学会第54回年次学術講演会講演概要集第2部, pp.582-583, 1999.
- 5) 椎葉充晴, 立川康人, 市川 温: 流域地形の新たな表現形式とその流出モデリングシステムとの統合, 京都大学水文研究グループ研究資料No.1, 1998.
- 6) 市川 温, 小椋俊博, 立川康人, 椎葉充晴, 宝 馨: 山腹斜面流出系における一般的な流量流積関係式の集中化, 水工学論文集, 第44巻, pp.145-150, 2000.

(2000.10.2 受付)