

粒径分布をもつ固体粒子浮游による傾斜サーマルの解析法

ANALYSIS OF INCLINED SUSPENSION THERMAL WITH NONUNIFORM PARTICLES

福嶋祐介¹・今田昌運²

Yusuke FUKUSHIMA and Masayuki IMADA

¹正会員 長岡技術科学大学教授 工学部環境・建設系 (〒940-2188 長岡市上富岡町1603-1)

²工修 (株) エイエスビルコンサルタント (〒733-0025 広島市西区小戸内2-23-8)

The experiments on the non-conservative inclined wall thermals using the mixture of water and nonuniform barium sulfate particles are carried out. The experimental results obtained may be compared with the numerical simulations. The new numerical model of an inclined wall thermal is proposed, in which the size distribution of solid particles is taken into account. The simulation model for inclined wall thermals of nonuniform suspended particles consists of the continuity equation, the mass conservation equation and the momentum equation. In the model, the dimensionless value α related to the entrainment coefficient E_w and the form drag coefficient c_D are chosen as parameters. Comparing the numerical calculation with experimental results of inclined thermals, likely values of α and c_D are obtained.

Key Words : *inclined thermal, suspension flow, nonuniform solid particles, size distribution numerical analysis*

1. はじめに

傾斜壁面サーマル(以下サーマル)は重力流の代表例であり, 自然界で多く観測される。例えば, 厳冬期山岳地帯で発生する煙型雪崩, 海底や湖沼で発生する泥水流などである。傾斜サーマルは, 溶解性物質によって形成され, 負の浮力の総量が保存される“保存性傾斜サーマル”と, 固体粒子の浮游などで形成され, 負の浮力の総量が保存されない“非保存性傾斜サーマル”とに分類される。

保存性の重力密度流についてはこれまでに多くの研究がある。Beghin and Olagne¹⁾は三次元の傾斜サーマルの実験と理論的検討を行っている。上石・川田²⁾は塩水を用いた傾斜ブルームの実験を行っている。福嶋・早川・山口³⁾は塩水を用いた傾斜ブルームの実験を行い, 二次元傾斜ブルームの理論との比較を行っている。これらの研究は何れも煙型雪崩の模擬実験として行われたものである。

一方, 非保存性のサーマルの流動機構を考慮するためには, 固体粒子の特性を十分に考慮することが必要である。特に粒径はその大きさによって静水中の沈降速度が変化することから, サーマルの流動に与える影響は大きい。浮游粒子の流体力学特性を考慮した傾斜サーマルの研究はあまり多くはない。著者ら(福嶋・金子⁴⁾, 福嶋・萩原⁵⁾, 福嶋・萩原・坂本⁶⁾)は固体粒子の沈降を考慮したサーマルの理論を提案し, 実験を行いその結果と数値解析結果と比較してきた。これらの研究では粒子の直径を平均粒径で代表させている。一方, 粒径

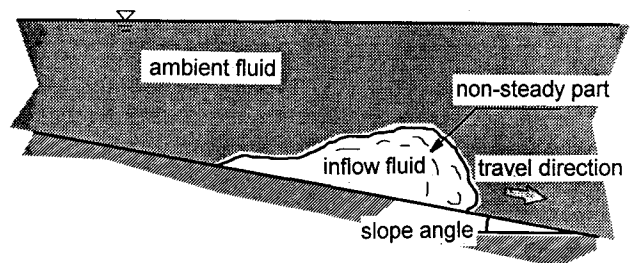


図 1: 傾斜壁面斜サーマルの模式図

の大きさは沈降速度と密接に関わっており, その分布 (particle size distribution) を考慮することは浮游サーマルの流動機構をより深く解明する上で重要であると考えられる。

本研究では, 淡水中に塩水あるいは硫酸バリウム(以下バリウム)混合水を流下させ, 二次元的に非保存性サーマルを実験で再現し, 沈降した粒子の粒径分布を測定した。さらに, 粒度分布を考慮した新しい流動モデルを提案した。さらにこのモデルを用いて数値解析した結果を実験結果と比較することによって, モデルの妥当性を検討した。

2. 実験装置及び実験方法

測定項目として従来の研究で測定されてきたサーマルの流下特性, 流動特性とともに硫酸バリウム粒子の沈降量とその粒径分布も測定した。コールターカウン

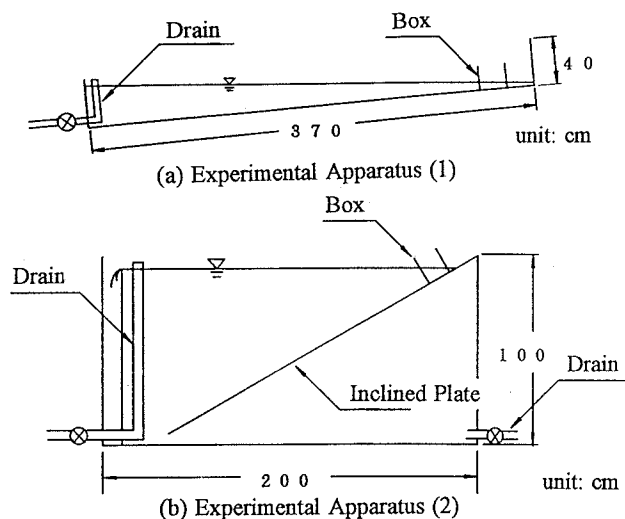


図 2: 実験装置 (a) と (b).

表 1: 実験条件

Run No.	slope (°)	Initial C. C_0 (%)	Temp. °C	ρ_a (g/cm ³)	$\Delta\rho/\rho_a$ (-)
1	10.0	5.0	11.0	0.99961	0.04014
2	10.0	20.0	13.0	0.99938	0.18261
3	30.0	5.0	14.0	0.99924	0.04017
4	30.0	20.0	14.5	0.99917	0.18279

ターにより沈降した硫酸バリウム粒子の粒径分布を測定した。これらの実験ではサーマルの流下速度を大きくするため、バリウムの濃度を大きくした場合の実験を行った。

傾斜壁面サーマルの模式図を図1に示す。実験は斜面の傾斜角が10°と30°の2種類で行った。傾斜角10°の実験では図2(a)の水槽を用いた。この水槽は長さ370cm、高さ40cm、幅15cmのアクリル製である。また傾斜角30°の場合では、図2(b)に示す、水路長200cm、高さ100cm、水路幅30cmのアクリル製水槽に幅15cmのアクリル板を傾斜角30°に固定したものを用いた。

サーマルによる流れ場を調べるため硫酸バリウム混合水による非保存性傾斜サーマルの実験を行った。淡水を満たした水槽上部のボックスに硫酸バリウム混合水を1ℓ入れる。ゲートを引き上げることによってサーマルを発生させる。その流れをビデオカメラで撮影し、最大厚さ、流下速度を測定した。サーマルとして流下する硫酸バリウム粒子量(以下では“サーマル量”と呼ぶ)を測定するため、ボックス内と流下方向に20cm間隔でバリウム粒子をサイフォンで採取し、それぞれの区間での沈降量 B_{fi} を求めた。サーマル量はボックスから浮遊して流下したバリウム量 Ba_0 からそれぞれの区間での沈降量 Ba_i を差し引くことにより求めた。すなわち i 番目の区間のサーマル量は $Ba_i = Ba_{i-1} - B_{fi}$ となる。バリウム粒子の粒径分布の測定では、各区間で沈降した硫酸バリウム粒子のサンプルを粒径測定装置コールターカウンターを用いて測定した。なお、硫酸バリウムの比重は4.37であった。

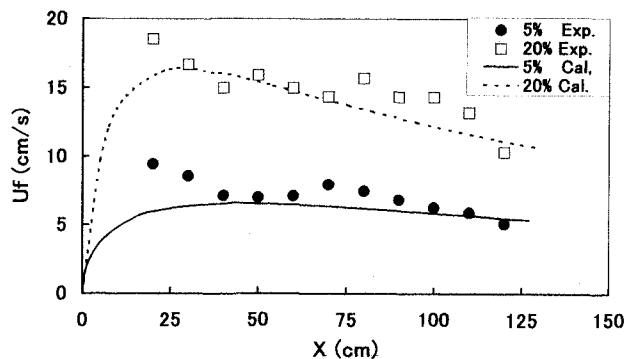


図 3: 流下速度の流下距離に対する変化, $\theta = 10^\circ$, Run 1($C_0 = 5\%$), Run 2($C_0 = 20\%$)

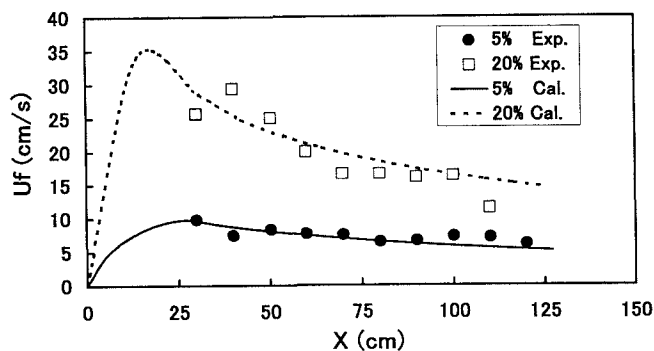


図 4: 流下速度の流下距離に対する変化, $\theta = 30^\circ$, Run 3($C_0 = 5\%$), Run 4($C_0 = 20\%$)

本研究で対象とした実験条件を表1にまとめて示す。

3. 実験結果とその考察

流下距離に対するサーマルの流下速度の変化を図3,4に示す。実験値を記号で後述する数値解析結果を曲線で示している。サーマルの流下速度は初期濃度が増加すると大きくなり、流下距離が大きくなるに従って流下速度が減少する。初期濃度が大きくなるとサーマル内の負の浮力が増えるため、流下速度が増加すると考えられる。また、周囲水の連行やバリウム粒子の沈降により負の浮力が減少することに対応して、サーマルの流下速度が流下方向に減少したものと考えられる。

流下距離に対するサーマル量の変化を図5(Run 1, 3), 6(Run 2, 4)に示す。これらの図においても実験値を記号で、数値解析結果を曲線で示した。ここで言うサーマル量は、ボックスに入れたバリウム量とその沈降量の測定値から計算で求めたものである。図5から初期濃度5%の場合では、流下距離に対するサーマル量の減少割合が大きい。 $\theta = 30^\circ$ の場合の方が減少割合が小さいのは、 $\sin \theta$ に比例して流下方向に働く重力の斜面方向成分が大きくなるため、サーマル内の粒子がより遠くに運ばれたことが理由として考えられる。図6の初期濃度が20%の場合では、傾斜角の違いによってサーマル量の差が全体的に大きくなっている。これは傾斜角30°、初期濃度20%の実験条件(Run 4)では、流入ボッ

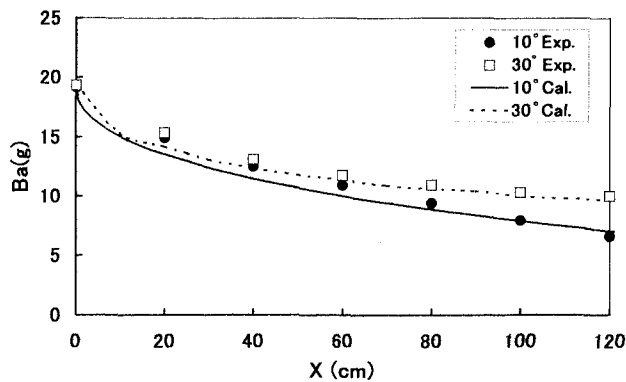


図 5: サーマルの流下距離に対する変化, $C_0 = 5\%$, Run 1 ($\theta = 10^\circ$), Run 3 ($\theta = 30^\circ$).

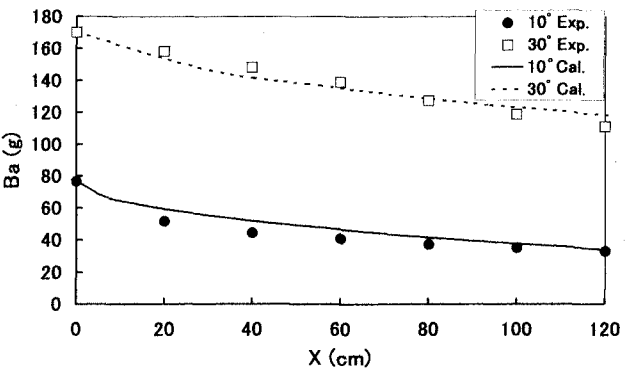


図 6: サーマルの流下距離に対する変化, $C_0 = 20\%$, Run 2 ($\theta = 10^\circ$), Run 4 ($\theta = 30^\circ$).

クスの傾きが大きく、流入ゲート付近に硫酸バリウム粒子が多く堆積していたバリウムがゲート開放直後、混合水の流下に伴って多量に流出したためである。この理由により $\theta = 30^\circ$ では、サーマル量がかなり大きくなったものである。

実験に用いた硫酸バリウムの粒径を粒径測定装置コーンカウンター ZM 型によって測定した結果を図 7 に示す。粒度比とは各粒径範囲で測定した個数と全測定個数との割合を表したものである。また、各区間で沈降したバリウム粒子の粒径分布変化を図 8 (Run 3), 9 (Run 4) に示す。このケース Run 3, Run 4 では、粒径が大きいほど沈降速度が大きくなるため、流下方向に大きな粒径の粒子の割合が減少し、小さな粒径の粒子の割合が増加する傾向にある。これは、大きな粒径の粒子は静水中での沈降速度が大きく沈降しやすいが、小さな粒径の粒子は沈降速度が小さく沈降しにくいためである。しかしながら、今回の実験で得られた条件では粒子の沈降速度に大きな差がなかったため粒度分布の流下方向の変化については顕著な傾向は見られなかった。

4. 粒径分布を考慮した傾斜サーマルの流動モデル

著者らが進めてきた傾斜壁面浮游サーマルの流動モデル^{4),5),6)}を発展させ、固体粒子の粒度分布を考慮できるように改良した。流動モデルの基本的な構成はサー

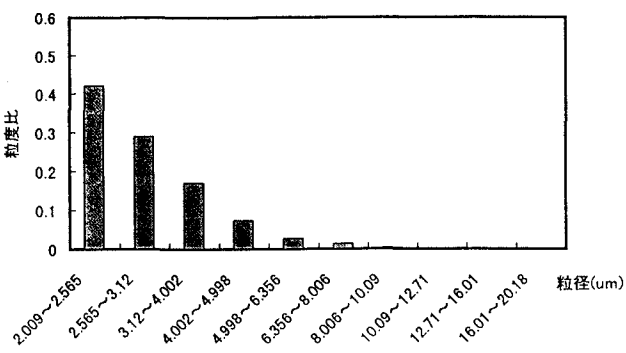


図 7: 硫酸バリウムの粒径分布

マルの体積の連続式と流下方向の運動方程式、粒径分布を考慮した固体粒子の輸送方程式である。モデルを構築する上での仮定は基本的にはこれまでのものと同一であり、連続式、運動方程式に変更点はない。

傾斜サーマルの模式図と記号を図 10 に示す。斜面の傾斜角を θ 、周囲流体の密度を ρ_a 、サーマルの平均密度を ρ 、サーマルの層厚を h 、サーマルの断面積を A 、サーマルフロントの流下速度を U_f 、底面の長さを P_b 、サーマルの周囲流体と境界面との長さ (潤辺長) を P_i 、サーマルの流下距離を s 、重力加速度を g とする。

福嶋ら⁷⁾の一樣粒径を仮定した前回までのモデル^{5),6)}に対して、今回新たに固体粒子が粒径分布を考慮した解析法を提案する。固体粒子の粒径分布が全体で n 個の範囲で分割する。その中で k 番目の粒径区分の体積濃度を C_k 、底面近傍の濃度を c_{bk} とする。体積濃度の総和を C で、また底面近傍の濃度を c_b で表すと次のようになる。

$$C = \sum_{k=1}^n C_k; \quad c_b = \sum_{k=1}^n c_{bk} \quad (1)$$

混合水としての密度 ρ は C を用いて次のように書ける。

$$\rho = \rho_a + (\rho_s - \rho_a)C = \rho_a(1 + RC) \quad (2)$$

ここで、 R は固体粒子と周囲水の相対比重であり $R = (\rho_s - \rho_a)/\rho_a$ となる。周囲流体中での相対密度差 ε はこの相対比重差 R と固体粒子の体積濃度 C を用いて、 $RC (= \varepsilon)$ で表される。

福嶋⁷⁾が初めて示したように、サーマルの形状が斜面の傾斜角によって相似であると仮定し、各種の形状関数を用いて、サーマルの幾何学的な特性を表現する。この仮定は、福嶋⁷⁾ほか^{4),5),6)}により、傾斜角 θ が 5° 以上で成立することが確かめられている。傾斜サーマルの面積 A 、内部境界面の潤辺長 P_i 、底面の長さ P_b は最大厚さ h の一義的な関数であり、これらに対する形状係数 ξ_A , ξ_i , ξ_b を用いて次のように表す。

$$A = \xi_A h^2; \quad P_b = \xi_b h; \quad P_i = \xi_i h \quad (3)$$

今回の解析では新たに粒径分布を考慮した解析法を提案しているが、モデルに含まれる形状係数について同じ関数で評価するのに問題はないと考えた。

固体粒子の輸送方程式は、それぞれの粒径区分の粒子に対して考慮する必要がある。すなわち、 k 番目の粒

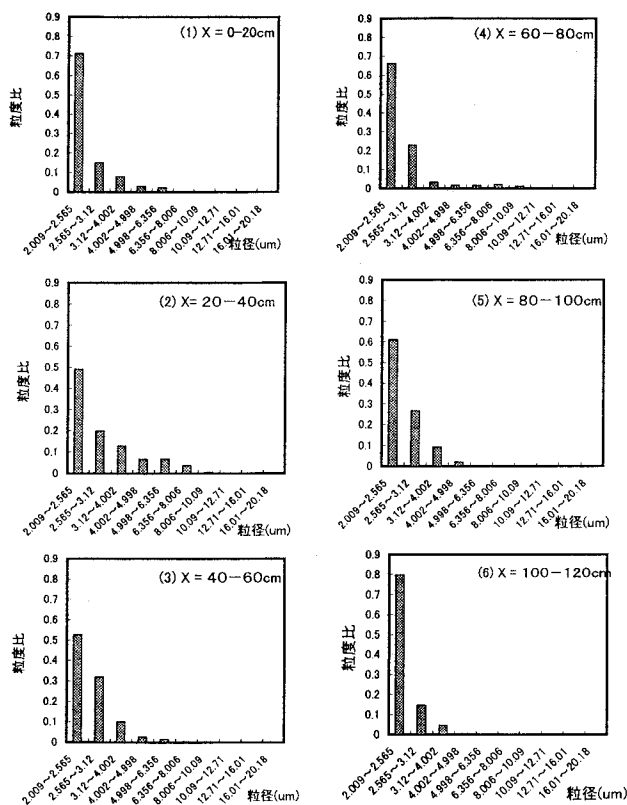


図 8: 流下距離20cm ごとの粒径分布の変化, Run 3 ($C_0 = 5\%$, $\theta = 30^\circ$).

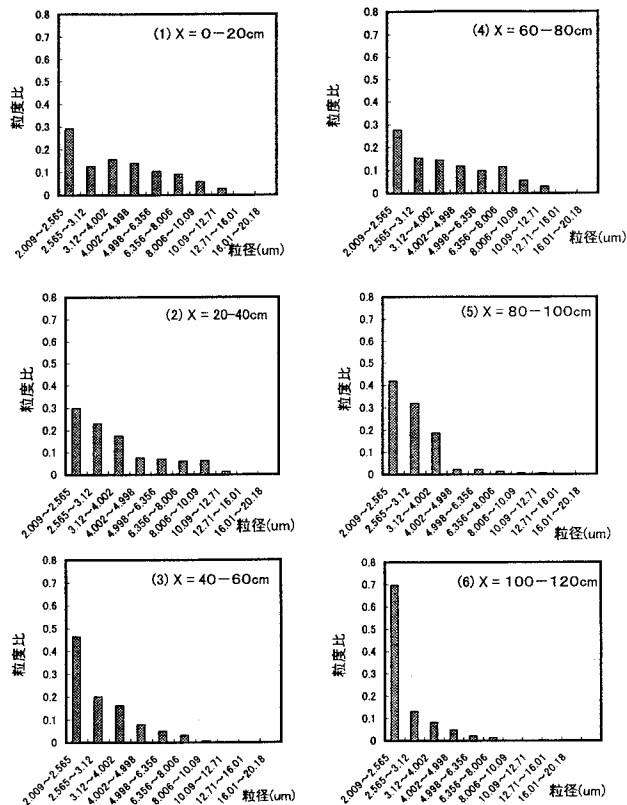


図 9: 流下距離20cm ごとの粒径分布の変化, Run 4 ($C_0 = 20\%$, $\theta = 30^\circ$).

径区分に対する固体粒子の輸送方程式は次のように表される。

$$\frac{d}{dt} C_k A = v_{sk} (p_k E_{sk} - c_{bk} \cos \theta) P_b \quad (4)$$

ここで、 t は時間、 v_{sk} 、 E_{sk} 、 c_{bk} はそれぞれ k 番目の粒径区分の沈降速度、粒子の連行係数、底面近傍の体積濃度である。 p_k は流路床に堆積している全粒子に対する k 番目の粒子の割合である。 k 番目の粒子に対する輸送方程式は、粒径区分の数の n 本だけであることになる。

混合水の体積の保存式は次のようになる。

$$\frac{dA}{dt} = E_w U P_i + \sum_{k=1}^n v_{sk} (p_k E_{sk} - c_{bk} \cos \theta) P_b \quad (5)$$

ここで、 E_w は周囲流体の連行係数、 U はサーマルの質量中心の移動速度である。底面密度 ρ_b と c_b との関係は次式で表される。

$$\rho_b = \rho_a (1 - c_b) + \rho_s c_b = \rho_a (1 + R c_b) \quad (6)$$

流下方向の運動方程式は次式で表される。

$$\frac{d}{dt} (\rho + k_v \rho_a) U_f A = (\rho - \rho_a) g A \sin \theta - \tau_i P_i - \tau_b P_b - F_D \quad (7)$$

ここで、 k_v は仮想質量係数、 U_f サーマルフロントの移動速度、 g は重力加速度、 τ_i 、 τ_b は、それぞれ、内部境界面と底面に作用するせん断応力、 F_D はサーマルに作

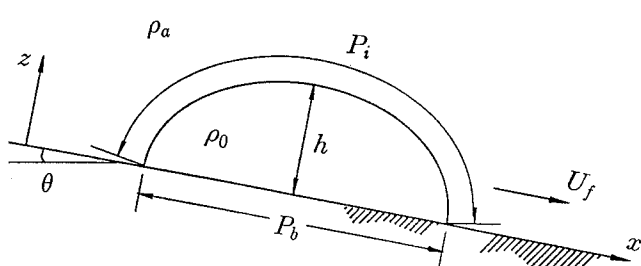


図 10: 傾斜壁面浮游サーマルの模式図と記号

用する抗力である。式(4)、(5)、(7)が傾斜サーマルの流動を表す基礎方程式である。これは主たる微分方程式が3つであり三式モデルと呼んでいる(福嶋⁷)。

流動モデルを構築するために、基礎方程式に加えて、構成方程式が必要である。内部境界面及び底面に作用するせん断応力 τ_i 、 τ_b 、フロントに作用する抗力 F_D は、サーマルの質量中心の流下速度 U とフロントの移動速度 U_f と次のように関係づけられる。

$$\tau_i = f_i \rho_a \frac{1}{2} U^2; \quad \tau_b = f_b \rho_b \frac{1}{2} U^2; \quad F_D = c_D \rho_a \frac{1}{2} U_f^2 h \quad (8)$$

ここで、 f_i 、 f_b はそれぞれ、上部境界面と、底面での摩擦抵抗係数、 c_D はフロントの抗力係数である。

フロントの形状係数及び仮想質量係数はフロントの

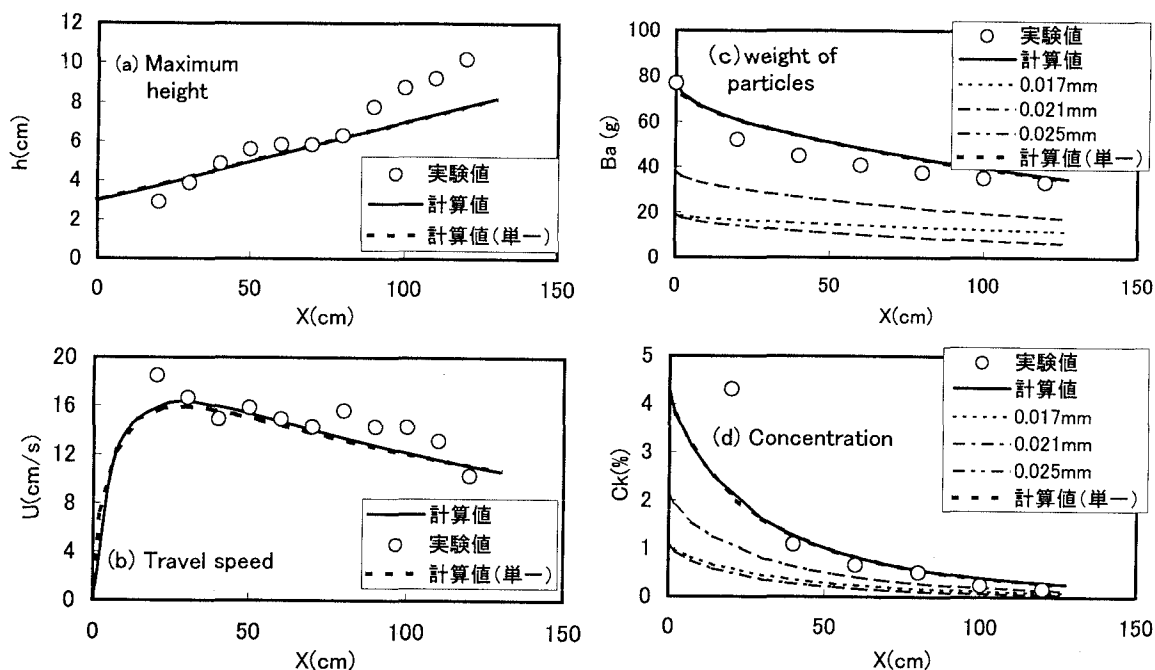


図 11: 計算結果と実験結果との比較 (Run 2, $C_0 = 20\%$, $\theta = 10^\circ$, $\alpha = 0.5$, $c_D = 0.25$)

形状が半楕円形で表される⁷⁾と考へ、次のように表す。

$$\xi_A = \frac{\pi}{4}\xi_b; \quad \xi_i = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}\sqrt{(4\xi_b^{-2} + 1)}\xi_b; \quad k_v = 2/\xi_b \quad (9)$$

底面の長さに関連する形状係数 ξ_b は、斜面の傾斜角 θ の関数で与えられる。福嶋⁷⁾は次のような実験式を提案した。

$$\xi_b = 8.47\theta^{-1/3} \quad (10)$$

ここで、 θ は度($^\circ$)で表される。

周囲流体の連行係数 E_w は次式で表す。

$$E_w = \alpha \frac{\theta}{90^\circ} \quad (11)$$

ここで、 α は $\theta = 90^\circ$ の場合の連行係数であり、実験結果との比較により定めるものとする。Escudier and Maxworthy⁸⁾では、規模の大きな鉛直三次元サーマルの場合で、 $\alpha = 0.1 \sim 0.25$ の値を報告している。一方、秋山⁹⁾は室内実験による保存性の二次元サーマルに対して $\alpha = 0.4$ となることを報告している。

粒径分布を考慮した底面での固体粒子の連行係数 E_{sk} はAkiyama and Fukushima¹⁰⁾, Garcia and Parker¹¹⁾により提案されているように粒径と底面せん断応力の関数である。しかし、今回の比較に用いた実験では流れの規模が小さいことから粒子の沈降が卓越した領域にあり、底面からサーマルへの粒子の連行は無視できるほど小さい。一方、流路床での固体粒子の堆積層がないので $p_k = 0$ である。この二つの理由で流路床からの粒子の巻き上げの項は零となる。

計算では、パラメータとして粒子の粒径を与える。今回の実験の範囲では粒子レイノルズ数が十分に小さく沈降速度は次のストークスの式で求められる。

$$v_{sk} = \left(\frac{\rho_s}{\rho_a} - 1 \right) g \frac{D_{sk}^2}{18\nu} \quad (12)$$

ここで、 D_{sk} は固体粒子の粒径、 v_{sk} は粒径 D_{sk} の粒子の静水中における沈降速度である。

5. 計算結果と実験値との比較

数値計算にあたっては、福嶋^{4), 5), 6)}の研究から、鉛直サーマルの連行係数 α を0.5、抗力係数 c_D を0~0.5とすると良く適合することが分かっているの、この二つのパラメータをこの範囲に設定した。今回行った数値解析では3つの粒径を考慮し、実験データで得られた粒径分布を基に統一的变化させた。数値計算はサーマルの最大厚さ、フロントの流下速度、サーマル量、固体粒子の体積濃度の計算結果を実験結果と比較する。一様粒径として計算した結果については福嶋^{4), 5), 6)}を参考にされたい。

その結果、粒径を0.017mmから0.029mmと設定した場合に実験値を良く再現できることが分かった。それらの粒径を用いた場合における結果を図11, 12に示す。これらの図で(a)がサーマルの流下速度、(b)が最大厚さ、(c)サーマル量、(d)サーマル内の粒子濃度である。Run 2(図11)の場合には粒径0.017mm, 0.021mm, 0.025mmの割合は1:2:1であった。これらの重み平均の値として粒径0.021mmを得るので、この値を用いて均一粒径として計算を行った。その結果を図中に破線で示している。

図から分かるように、流下速度、最大厚さ、サーマル量、粒子濃度のいずれも実験誤差の範囲で統一的に非保存性サーマルの流下特性を表すことができる。またRun 2においては均一粒径として計算しても、混合粒径として計算しても、最大厚さ、流下速度、サーマル量と体積濃度の値には顕著な差は認められない。これは計算において与えた粒径の値が狭い範囲に設定し

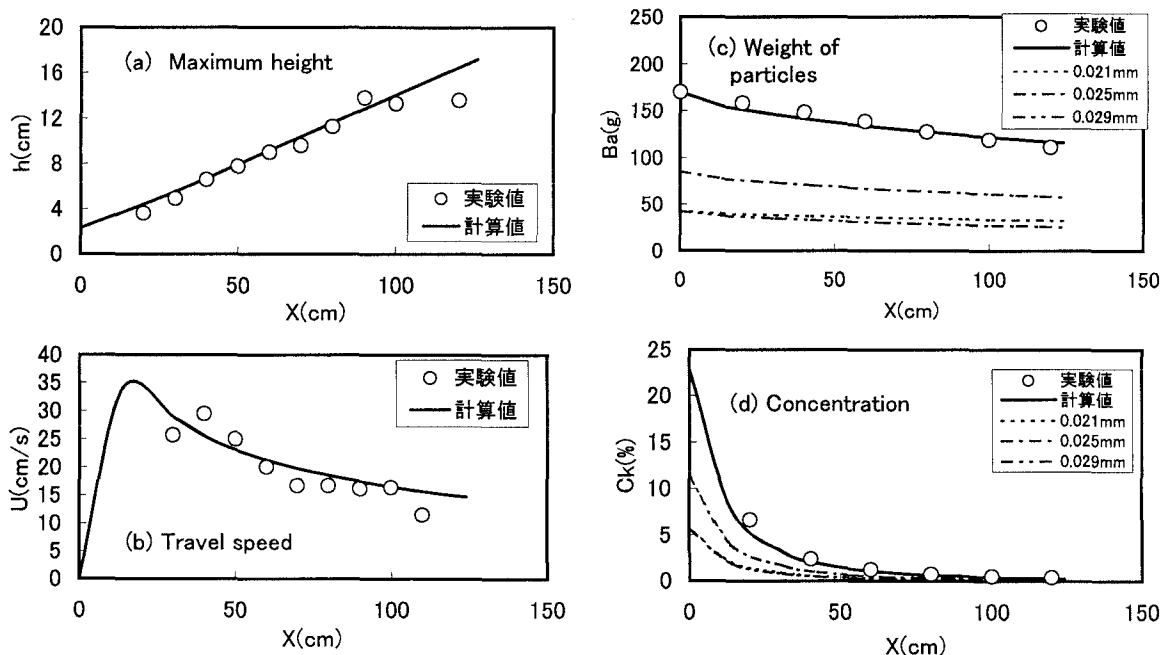


図 12: 計算結果と実験結果との比較 (Run 4, $C_0 = 20\%$, $\theta = 30^\circ$, $\alpha = 0.5$, $c_D = 0.5$)

たためである。

一方、傾斜サーマルのフロントの流下速度、最大厚さ、サーマルによって輸送される硫酸バリウム粒子の量（サーマル量）と一致させようとするとコールターカウンターで測定した実験結果に比べて、粒径の大きさをかなり大きくする必要があった。このことから、本実験においては、硫酸バリウムの粒子がそれぞれ単独で沈降するのではなく、複数の粒子がフロックを形成して塊となって沈降していることが推測される。また、粒子の沈降速度以外に固体粒子の粒径の効果について今後検討する必要がある。

6. おわりに

非保存性傾斜サーマルの実験において次のような結果を得た。硫酸バリウムの初期濃度が20%の実験条件では、粒子の沈降量が多くなり流下速度が早く減速する。サーマル量は初期濃度が大きくなると、傾斜角の影響を強く受けるようになる。硫酸バリウムの粒径分布は、傾斜角 30° の場合では流下に伴って粒径の大きな粒子が減少し、小さな粒子が増加する傾向にある。

数値計算と実験結果の比較からは、連行係数 $\alpha = 0.5$ と固定し、 $c_D = 0 \sim 0.5$ の範囲にすることで、粒子の粒径として、 $D_{sk} = 0.017\text{mm}$ から 0.029mm ほどの粒径分布を与えれば、浮游傾斜壁面サーマルの流下特性を統一的に再現することができる。一方、数値解と実験結果との比較から求められた粒径は、硫酸バリウムの資料をコールターカウンターを用いて求めた粒径に比べて、かなり大きくなった。逆に実験で測定した粒径を用いて計算を行うとバリウム粒子の沈降量が少なくなり、サーマル量、バリウム粒子の濃度の流下方向の変化を説明できなかった。

謝辞：本研究の一部は文部省科学研究費補助金基盤

研究(一般C) 代表者 福嶋祐介 課題番号 09650563 の補助を受けたことを記し、深甚なる感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Beghin, P. and Olagne, X., Experimental and Theoretical Study of the Dynamics of Powder Snow Avalanches, *Cold Regions Sci. and Technol.*, **19**, 317-356, 1991.
- 2) 上石勲, 川田邦夫, 密度流による雪崩の運動に関する模擬実験, 雪氷, **56-2**, 109-118, 1994.
- 3) 福嶋祐介, 早川典生, 山口武俊, 重力密度流による煙型雪崩の流動シミュレーションモデルの検討, 雪氷, **58-3**, 205-214, 1996.
- 4) 福嶋祐介・金子幸弘, 固体粒子を浮游する傾斜サーマル減速域, 水工学論文集, 土木学会, **41**, 537-542, 1997.
- 5) 福嶋祐介・萩原達司, 浮游傾斜サーマルの減速域の流動特性, 水工学論文集, 土木学会, **42**, 517-522, 1998.
- 6) 福嶋祐介・萩原達司・坂本充男, 固体粒子浮游による傾斜サーマルの流動特性, 水工学論文集, 土木学会, **43**, 893-898, 1999.
- 7) 福嶋祐介, 粉雪雪崩の流動機構の解析, 雪氷, **48-4**, 1-8, 1986.
- 8) Escudier, M. P. and Maxworthy, T., On the Motion of Turbulent Thermals, *Jour. Fluid Mech.*, **61-3**, 541-552, 1973.
- 9) 秋山壽一郎, 浦勝, 齋藤俊一郎, 富岡直人, 傾斜重力密度流の連行係数に関する統一的考察, ながれ(日本流体力学会誌), **16-2**, 149-161, 1997.
- 10) Akiyama, J. and Fukushima, Y., Entrainment of Non-Cohesive Bed into Suspension, *External Memorandum, St. Anthony Falls Hydraulic Lab., University of Minnesota*, **195**, 1985.
- 11) Garcia, M. and Parker, G., Entrainment of Bed Sediment into Suspension, *Jour. Hydraulic Engineering, ASCE*, **117-4**, 414-435, 1990.

(1999.9.30 受付)