

樹林群を考慮した浅水流モデル

NUMERICAL STUDY ON A SHALLOW WATER MODEL WITH LIGNOSA FROM LARGE-EDDY SIMULATION

中山恵介¹・堀川康志²・江島敬三³

Keisuke NAKAYAMA, Yasushi HORIKAWA and Keizou EJIMA

¹正会員 工博 運輸省港湾技術研究所 海洋環境部環境評価研究室

(〒239-0826 神奈川県横須賀市長瀬3-1-1)

²正会員 パシフィックコンサルタンツ(株) (〒060-0807 札幌市北区北7条西1丁目2番地6NNS・ニューステージ札幌)

³正会員 パシフィックコンサルタンツ(株) 筑波実験場 (〒300-4204 茨城県つくば市大字作谷642番地1)

In a river, diffusion which is caused by horizontal shear has a great effect on the environmental problem and in previous studies we made a shallow water flow equation including turbulent term on the basis of horizontal shear. In this study we propose a shallow water flow equation taking into account lignosa by using large eddy simulation theory and carried out experiments which types are high density, low density and middle density of lignosa. As results, in case of high density the water depth obtained by a equation including horizontal shear is more similar to the experimental results than a equation not including horizontal shear and in case of low density the water depth is consistent with the experimental results greatly by including horizontal shear.

Key Words : Horizontal shear, Lignosa, Shallow water flow equation, CIP method, Large Eddy Simulation

1. はじめに

近年、河川の持つ多様な自然環境と水辺空間の利用に対する要望が高まり、河川環境の整備と保全を目的とした河川整備と管理が実施されている。特に河道内の樹林は、動植物の生息環境を創出すること、修景や日陰等の快適な利用空間を創出することなどの生態学的な機能が認識されている。治水面では、堤防や低水路河岸の保護機能がある反面、水位上昇、局所的な高速流の発生に伴う河床変動及び流木化による河川施設の破壊・欠損等を引き起こし、被害を助長するなどの問題がある。そのため、河道内の樹林の存置や植樹による回復を行う場合には洪水時の流れの特性を十分把握し、河道や樹木に与える影響を把握することが重要である。

洪水時の流れにおいて、樹林は流水抵抗をもたらす河積阻害や乱れを発生させ、上流の堰上げや下流での低下背水を発生させる。扇状地で多く見られる急勾配の中小河川では、洪水時に射流状態もしくはそれに近い流れとなり、樹林の影響が著しく、堰上げによる破堤や下流河道の洗掘及び樹木の流木化が発生することが考えられ、射流場での樹林を考慮した流れの検討が必要となる。

これまでに、樹林を有する複断面河道の研究が進められており、主流域と樹林域との速度差による水平混

合を伴った大規模平面渦の発生についての報告¹⁾、樹林の密生度や樹林の配置が流れに及ぼす影響の検討²⁾などがあり、境界混合係数を用いた準2次元解析法³⁾の実用化が行われているが、これらは常流における流れ場の解析である。

樹林が及ぼす影響は、樹林の空間スケール以下で見た場合、抵抗、もしくは逆に乱れを生み出すものとして考えることができる。さらに、透過性の水制等もその代表スケール以下の流れを考慮することで、ある程度厳密に流れを解き、抵抗等を推定することができる。

しかし、実際の河川の流れの解法は、現段階では計算容量の関係上、浅水流方程式を上述の物体のスケール以上の空間メッシュを用いて解くものが現実的な方法としてあげられる。そのため、これまでの樹林を考慮した浅水流モデルによる流れの再現は、単に樹林を抵抗として考える、もしくは粗度として扱われている。また、樹林による乱れに対しては、八木ら(SDS)⁴⁾、清水ら(1方程式LES)⁵⁾などの浅水流方程式による解法が報告されている。

本論文では、射流場において樹林が繁茂する河道の流れ場の特性を明らかにし、数値計算による再現を行うため、射流場に杭群を配置した流れの場の実験と浅

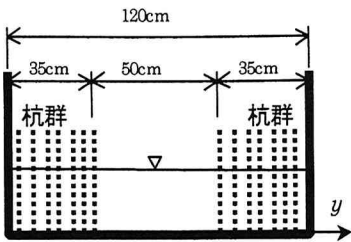


図-1 水路横断面図

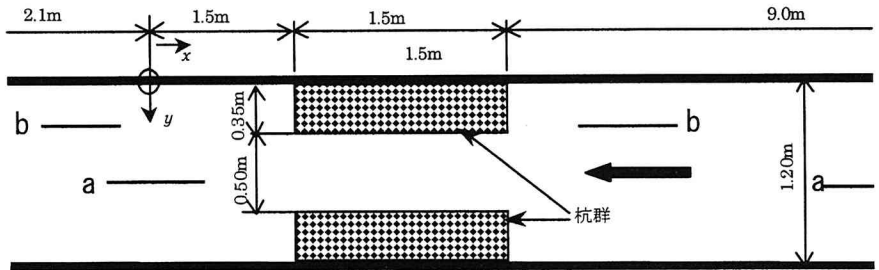


図-2 水路平面図

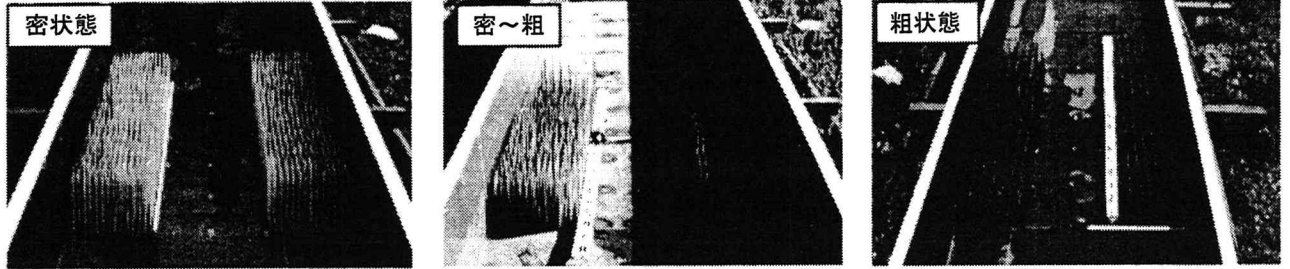


写真-1 設定した杭群

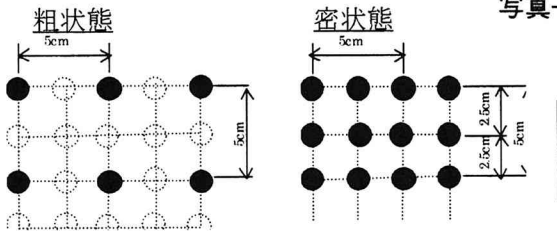


図-3 密・粗状態杭の配置図

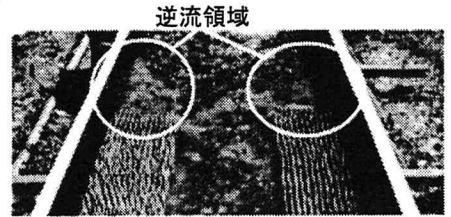


写真-2 密状態の杭群上縁部における流れの状態

験と浅水流モデルを用いた流れ場の再現計算を行うものとした。

実験では、樹林群の密生度による影響を明らかにするため、「密」の状態、「粗」の状態、「密～粗」に変化させた状態の3ケースを実施した。

数値計算においては常流と射流が混在するためCIP(cubic-polynomial interpolation)法を用いた著者らによるアルゴリズム⁶⁾⁷⁾を使用し、また杭群による乱れが生じることから差分化による空間レイノルズ応力の影響が大きいものとなるため、LESモデルを基に空間平均レイノルズ応力を考慮した方程式を構築し、考慮しない場合と再現性の比較検討を行うものとした。

2. 実験結果

(1) 実験装置

実験水路の形状を図-1、2に示す。水路は、全長14.0m、全幅1.2mの開水路を用い、上流端から9mの地点から延長1.5mにφ5mmの杭群を設置したものである。水路勾配 $i=1/70$ 、粗度係数 $n=0.0106$ 、流量 $0.09\text{m}^3/\text{s}$ 、フルード数 $Fr=2.17$ の射流状態で流れる水路である。実験は杭群の密生度を変化させ、表-1に示す3ケースを行った。また、杭群の状態を図-3、写真-1に示す。計測は、水深をポイントゲージ、2次元の流速をL型の電磁流速計を用い、杭群上流端から2.4m上流の地点から杭群下流端から1.5m下流地点までの範囲で行った。

(2) 実験結果

実験での各ケースにおける水路中心部(a-a)と杭群の

中心部(b-b)の水位縦断面図を図-4に示す。

図-4から各ケースにおいて上流部で跳水が発生し、その後常流となり、下流部で低下背水が発生しているのが分かる。また、各ケースにおいて、跳水位置と堰上げ水深が密状態において最も上流で大きく、次いで密から粗状態、粗状態となっている。これは、杭群の抵抗が密状態で大きく、粗状態で小さくなっていることを示している。

水深は、水路中心部(a-a)では杭群上縁端で最大水深、杭群中心部(b-b)では杭群の抵抗から杭群上流付近で最大水深となっている。また、その後低下背水状態となり、支配断面を経て杭群下流端から1.5m下流で等流に戻っている。

各ケースにおいて、主流部領域と杭群領域の間で水深の横断変化は、杭群の上流端と下流端以外ほとんど無く、それらの境界部では、染料による可視化で僅かながら小規模な平面渦の発生が見られた程度であった。

各ケースの流速ベクトルを図-5、主流部領域と杭群領域の流速差を図-6に示す。杭群設置範囲における主流

表-1 実験ケース

計算ケース	杭群の配置 幅(m)×長(m)-ピッチ	備考
Case-1	1.2×1.5-ctc.25mm	密状態
Case-2	1.2×1.5-ctc.50mm	粗状態
Case-3	1.2×0.75- ctc.25mm～1.2× 0.75-ctc.50mm	密～粗に変化

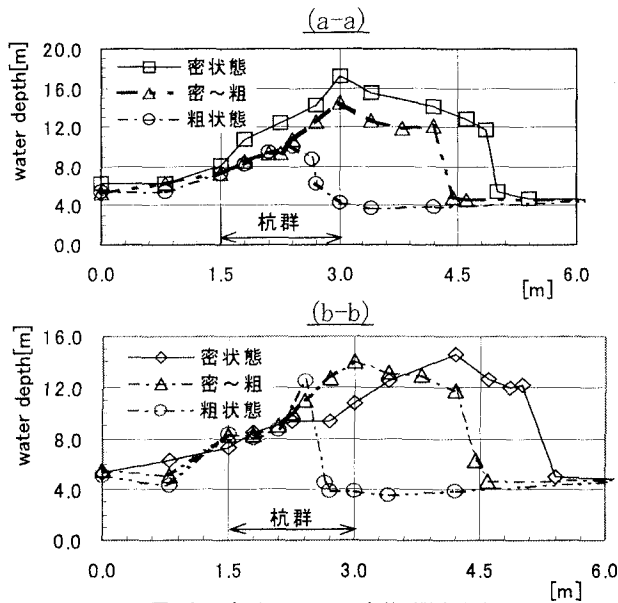


図-4 各ケースの水深縦断面図

領域と杭群領域の速度差は、密の状態では0.5～1.3m/s、密から粗の状態では0.2～1.1m/s、粗の場合では0.02～0.7m/sであり、密状態ほどせん断抵抗が大きく、主流部領域と杭群領域の境界に平面渦が発生していたことがわかる。また、粗状態では杭群の範囲の上流部で跳水が発生していたため、 $x=2.65\text{m}$ で流速差が僅かとなった。

一方、密状態では、最大水深が跳水前縁の全水頭より上昇していた。これは、写真-2で示すように杭群上縁において、常流化に伴う戻り流の発生によりせん断層が形成され底部流と上部流の境界で剥離し、底部で逆流領域を形成したためであると考えられる。

3. 樹林群を考慮した浅水流モデル

式(1)、式(2)に浅水流近似された連続の式と運動方程式を示す。運動方程式の右辺第3項は摩擦抵抗を、右辺第4項は樹林による抵抗を示す。

$$\begin{cases} \frac{\partial h_r}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (h_r u_{rk}) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} (h_r u_{ri}) + \frac{\partial}{\partial x_k} (h_r u_{ri} u_{rk}) = -gh_r \frac{\partial h_r}{\partial x_i} \\ -gh_r \frac{\partial Z}{\partial x_i} - f|u_{rk}|u_{ri} - f_c|u_{rk}|u_{ri} + h\nu\Delta u_{ri} \end{cases} \quad (1)$$

$$(2)$$

ここで、 $i=1, 2$: x 方向, y 方向, u_{ri} : 流速, h_r : 水深, g : 重力加速度, ν : 動粘性係数, f : 摩擦抵抗係数, f_c : 樹木の抵抗に関する係数, Z : 基準面からの河床までの高さである。式(1)、式(2)にresolved fieldにおける値と、真値との偏差を用いてresolved fieldにおける連続式と運動方程式を導くと式(4)、式(5)が得られる。以上の方程式から水平せん断に基づ

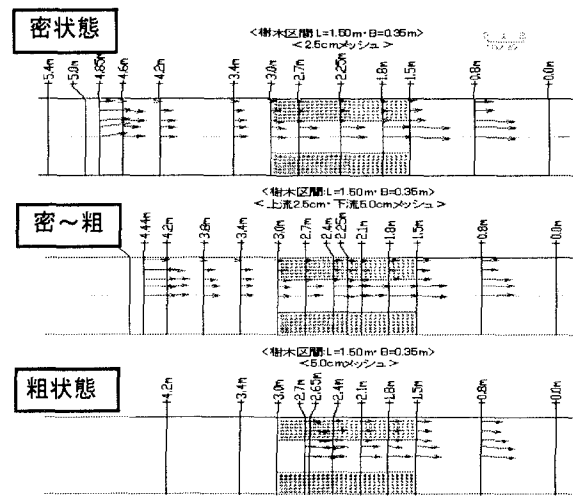


図-5 流速ベクトル図

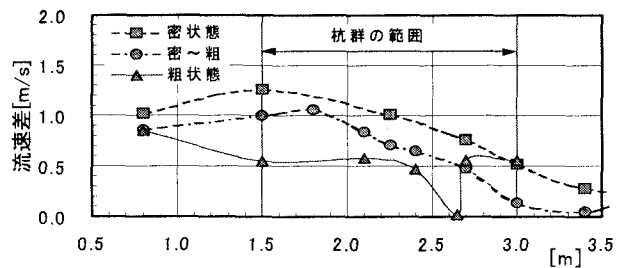


図-6 各ケースの水路中心部と杭群中央部の速度差

くサブグリッド(SGS)の乱流エネルギーの方程式を導出すると、式(6)が得られる。

$$u_{ri} = u_i + u'_i$$

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \{h(1-c)\} + \frac{\partial}{\partial x_k} \{h(1-c)u_k\} = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \{h(1-c)u_i\} + \frac{\partial}{\partial x_k} \{h(1-c)u_i u_k\} = \\ -\frac{\partial}{\partial x_k} \{h(1-c)\overline{u'_i u'_k}\} \\ -gh(1-c)\frac{\partial h}{\partial x_i} - gh(1-c)\frac{\partial Z}{\partial x_i} \\ -(1-c)f|U|u_i - \frac{C_D}{2} \frac{B_i}{l_i} |U|u_i + h\nu\Delta u_i \\ \frac{\partial E}{\partial t} + u_k \frac{\partial E}{\partial x_k} + \overline{u'_i u'_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} = -2f \frac{|U|}{h} E \\ -C_D \frac{B_i}{h(1-c)l_i} |U|E + \varepsilon + T_d \end{cases} \quad (4)$$

$$(5)$$

$$(6)$$

ここで、 u, h_r : resolved fieldにおける流速, 水深, c : 樹林の単位面積当たりの混入率, E : SGS乱流エネルギー, C_D : 樹林による抵抗係数, l_i : i 方向に直交する面に投影されたメッシュのスケール, B_i : i 方向に直

交する面に投影された樹林群の総スケール, ε : 散逸率, T_d : 拡散等による項である. ちなみに, 式(6)は水面が変動することによる鉛直流速の効果を無視している. さらに, 以上の方程式には樹林群が混在することによる混入率も考慮されている.

SGS乱流エネルギーの方程式を導く際に, 水面変動を無視したことを踏まえて, 式(6)の水平せん断による乱流生成項, 摩擦抵抗, 樹林の抗力による乱流生成項, 散逸率の釣り合いから, 式(7), 式(8)を導き, 式(9), 式(10)を仮定する.

$$\left\{ \overline{u'_i u'_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} = -2f \frac{|U|}{h} E - C_D \frac{B_i}{h(1-c)l_i} |U| E - \varepsilon \right. \quad (7)$$

$$\left\{ \overline{u'_i u'_k} = -v_T \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) + \delta_{ik} E \right. \quad (8)$$

$$\left\{ v_T = (C_S \Delta)^{4/3} \varepsilon^{1/3} \right. \quad (9)$$

$$\left\{ E = \frac{v_T^2}{(C_K \Delta)^2} \right. \quad (10)$$

ここで, v_T : 渦粘性係数, C_S, C_K : LES定数, Δ : メッシュの代表スケールである.

以上の式を, これまでの仮定を用いて解くことにより, 式(11)で示される渦粘性係数推定式を導くことができる.

$$-\frac{|U|}{h} \left(2f + C_D \frac{B_i}{h(1-c)l_i} \right) \frac{v_T^2}{(C_K \Delta)^2} - \frac{v_T^3}{(\Delta)^4} \\ = -\frac{v_T}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right)^2$$

$$\frac{|u|}{h} \left(\frac{C_S}{C_K} \right)^2 2 \left(f + \frac{C_D}{2} \frac{B_i}{(1-c)l_i} \right) \frac{v_T}{(C_K \Delta)^2} \\ + \left\{ \frac{v_T^2}{(C_S \Delta)^2} \right\}^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right)^2 = 0$$

$$\therefore \frac{v_T}{(C_S \Delta)^2} = -\frac{|u|}{h} \left(\frac{C_S}{C_K} \right)^2 \left(f + \frac{C_D}{2} \frac{B_i}{(1-c)l_i} \right) \\ + \left[\left(\frac{|u|}{h} \left(\frac{C_S}{C_K} \right)^2 \left(f + \frac{C_D}{2} \frac{B_i}{(1-c)l_i} \right) \right)^2 \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right)^2 \right]^{1/2}$$

結局, 式(4)-式(5), 式(8)-式(11)が樹林群を考慮した浅水流モデルとして解けばよい. 尚, メッシュのスケール Δ は水深規模で構成している.

3. LES定数について

Lilly⁸⁾⁹⁾やSchmidt¹⁰⁾により慣性小領域の理論を用いたLES定数の議論が存在する. ここでは, 同様な議論を浅水流近似した際に得られる水平せん断による乱流の評価に適用する. 1次元から3次元までの慣性小領域におけるエネルギースペクトルは式(12)-式(14)で示される. ここで, Hinze¹¹⁾による関係式(15), 式(16))を用いることにより, それぞれの係数は式(17)-式(18)のように得られる.

$$E_1(k_1, t) = \alpha_1 \langle \varepsilon \rangle^{2/3} k_1^{-5/3} \quad (12)$$

$$E_2(k_2, t) = \alpha_2 \langle \varepsilon \rangle^{2/3} k_2^{-5/3} \quad (13)$$

$$E(k, t) = \alpha \langle \varepsilon \rangle^{2/3} k^{-5/3} \quad (14)$$

$$E_1(k_1, t) = \int_{k_1}^{\infty} \frac{E(k, t)}{k} \left(1 - \frac{k_1^2}{k^2} \right) dk \\ = \frac{18}{55} \alpha \langle \varepsilon \rangle^{2/3} k_1^{-5/3} \quad (15)$$

$$E_2(k_2, t) = \frac{1}{2} \int_{k_2}^{\infty} \frac{E(k, t)}{k} \left(1 + \frac{k_2^2}{k^2} \right) dk \\ = \frac{24}{55} \alpha \langle \varepsilon \rangle^{2/3} k_2^{-5/3} \quad (16)$$

$$\alpha_1 = 0.524 = \frac{18}{55} \alpha \quad (17)$$

$$\alpha_2 = \frac{24}{55} \alpha = 0.699 \quad (18)$$

$$\alpha = 1.60 \quad (19)$$

ここで, E_1, E_2, E : 1, 2, 3次元でのエネルギースペクトル, $\langle \rangle$: アンサンブル平均値である.

浅水流モデルにおけるSGS乱流エネルギーは格子平均された鉛直流速はゼロという仮定の基で導かれた. 同様に, 格子内では2方向成分による等方性の仮定の基, 散逸が生じるとしてSGS乱流エネルギーを式(20)のように格子スケールによる波数以上の積分により導く.

$$\langle E \rangle = \int_{\pi/\Delta}^{\infty} E_2(k_2) dk_2 = \frac{3\alpha_2}{2} \langle \varepsilon \rangle^{2/3} \left(\frac{\Delta}{\pi} \right)^{2/3} \quad (20)$$

散逸率を1方程式LESにおける式(21)を用いて定義することにより, 式(22)を得る.

$$\varepsilon = C_{\varepsilon m} \frac{E^{3/2}}{\Delta} \quad (21)$$

$$\langle E \rangle^{3/2} \approx \langle E^{3/2} \rangle$$

$$C_{\varepsilon m} = \left(\frac{2}{3\alpha_2} \right)^{3/2} \pi \quad (22)$$

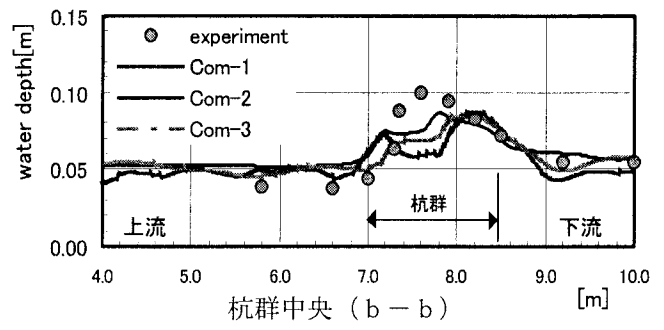
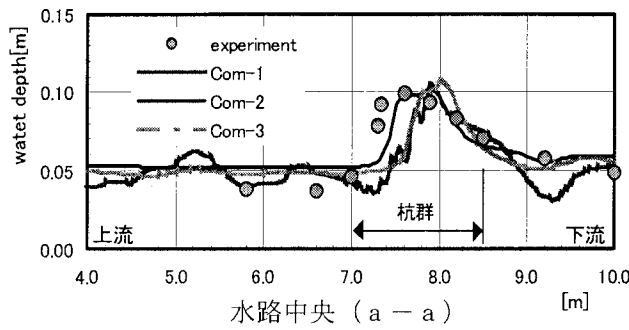


図-7 case-2の実験結果とcom-1, com-2の計算結果水位縦断面図(t=100 Sec)

散逸率を1方程式LESにおける式(21)を用いて定義することにより、式(22)を得る。式(10)利用することで、水平せん断による乱流生成が式(23)のように導かれる。その際、注意することは、水平せん断による乱流生成による値であることから、エネルギースペクトルは2次元におけるものを用いる点と、鉛直流速ゼロという仮定を用いている点である。

$$\begin{aligned} \langle P \rangle &= \left\langle \overline{u'_i u'_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right\rangle = C_K \langle \Delta E^{1/2} D \rangle \\ &= C_K \Delta \langle E^{1/2} D \rangle \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \langle D \rangle &= \frac{1}{2} \left\langle \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right)^2 \right\rangle = 2 \int_0^{\pi/\Delta} k_2^2 E_2(k_2) dk_2 \\ &= \frac{3\alpha_2}{2} \langle \varepsilon \rangle^{2/3} \left(\frac{\pi}{\Delta} \right)^{4/3} \end{aligned} \quad (24)$$

散逸率と式(23)の釣り合いにより、式(25)を得る。

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon \rangle &= \langle P \rangle \\ \langle E^{1/2} D \rangle &\approx \langle E^{1/2} \rangle \langle D \rangle \\ \langle E^{1/2} \rangle &\approx \langle E \rangle^{1/2} \\ C_{em} \frac{\langle E \rangle^{3/2}}{\Delta} &= C_v \Delta \langle E \rangle^{1/2} \langle D \rangle \\ C_K &= \left(\frac{2}{3\alpha_2} \right)^{3/2} \frac{1}{\pi} \end{aligned} \quad (25)$$

以上の式と式(9)を用いることにより、式(26)が得られ、最終的に式(27)～式(29)が得られる。

$$\begin{aligned} \nu_t &= C_K \Delta E^{1/2} \\ &= (C_S \Delta)^2 \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right)^2 \right\}^{1/2} \\ &= (C_S \Delta)^2 D^{1/2} \\ \langle D \rangle &= \frac{C_v^2}{C_S^4 \Delta^2} \langle E \rangle \end{aligned}$$

$$C_S = \left(\frac{C_K^3}{C_{em}} \right)^{1/4} \quad (26)$$

$$C_{em} = \left(\frac{2}{3\alpha_2} \right)^{3/2} \pi = 0.845 \quad (27)$$

$$C_K = \left(\frac{2}{3\alpha_2} \right)^{3/2} \frac{1}{\pi} = 0.296 \quad (28)$$

$$C_S = \left(\frac{2}{3\alpha_2} \right)^{3/4} \frac{1}{\pi} = 0.307 \quad (29)$$

これまで著者により、参考文献⁵⁾ $C_K=0.10$, $C_S=0.17$ を使用してきたが、新たに導かれた値はそれ以上のものであり、次節の実験との検証により検討する。

4. 再現計算の実験結果との比較

実験case-1, case-3の杭群が密な状態では、鉛直方向断面内の剥離の発生に伴う底部流と上部流の分離が発生したため、水深方向の長波を近似した浅水流モデルでは再現性が低いと考えられる。そのため、実験case-2における結果の数値計算による再現を試みるものとし、実験結果と計算結果を比較する。数値計算には常流と射流が混在する流れの再現となるためCIP法を対流項の計算に用い、連続関係を陰的に解くアルゴリズムを用いている。また、数値計算の上下流条件を周期境界としている。

計算ケースは、次の3ケースの計算を行った。

- ①com-1：SGSの乱流エネルギーを考慮しないで(1)～(2)を直接用い、渦粘性に $\frac{\kappa \cdot u \cdot h}{6}$ を用いて差分計算を行う計算
- ②com-2：SGSの乱流エネルギーを考慮し(3)～(11)を用い、LES定数 $C_K=0.296$, $C_S=0.307$ を用いて差分計算を行う計算
- ③com-3：SGSの乱流エネルギーを考慮した解析手法を用い、LES定数 $C_K=0.10$, $C_S=0.17$ を用いて差分計算を行う計算

尚、後記の計算結果は、計算値が定常に達したときの瞬間値を示す。

図-7に主流領域の水路中心部(a-a)及び杭群領域の

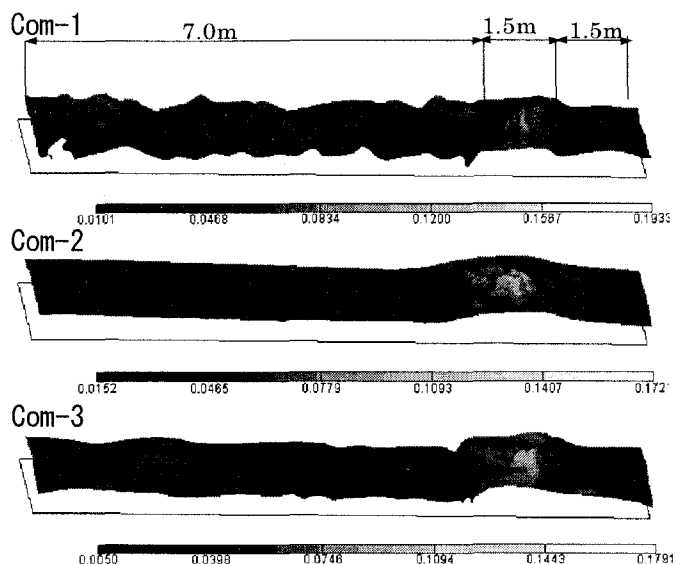


図-8 各計算ケースにおけるの水位鳥瞰図($t=100$ Sec)

群中心部(b-b)における実験水深と各ケースの計算結果をそれぞれ示す。各ケースにおいて、杭群上流部で跳水が発生し、その下流で最大水深となっている。最大水深の発生位置は、com-2が最も再現性が高く、com-1、com-3では若干下流で発生している。

水路中央部(a-a)においては、計算結果の内Com-2の計算結果が最大水深発生位置や水面形において再現性の高いものとなった。また、杭群中央部(b-b)では、各計算ケースの最大水深の発生位置や水深の再現性があまりよくないが、これは、杭群上縁部の剥離に伴う水深の増大によるものであると考えられる。だが、この計算結果においても、Com-2が最も再現性がよいものとなった。

杭群上縁部の剥離に伴う水深の増大に対する再現は、杭群内の抵抗やその上流における剥離の影響の見積もりなど、今後検討する必要があると考えられる。

一方、図-8に計算ケースの水深鳥瞰図を示す。com-1では、杭群抵抗による波状跳水もしくは斜め波が上流部の区間で発生しており、杭群上縁部でも著しい乱れを発生している。これに対しcom-2、com-3では、これらの乱れの発生は見られず、実験においても見られなかった。以上から、樹林を考慮した浅水流モデルは、杭群の影響をある程度厳密に再現できると考えられる。

5. まとめ

射流場矩形水路において、左右岸に杭群を設置した場合の実験とLESモデルに基づく樹林群を考慮した浅水流モデルを構築し数値計算を行った結果、次の事項が本論文においてわかった。

- (1) フルード数 $Fr > 2$ の射流場において、杭群を密状態、粗状態、密～粗の状態を設置し実験を行った結果、密な状態ほど杭群のより上流で跳水が発生し、水深を高く堰き上げる。
- (2) 主流領域と杭群領域では大きな速度差が生じ、平面

渦が発生する。

(3) 杭群が密な状態では、杭群上縁において、常流化に伴う戻り流の発生によりせん断層が形成され、底部流と上部流の境界で剥離し、底部で逆流領域を形成していた。

(4) 杭群による乱れが生じることから差分化による空間レイノルズ応力の影響が大きいため、LESモデルを基に空間平均レイノルズ応力を考慮した方程式を構築し、LES定数について理論解を導き出した。

(5) 樹林を考慮した浅水流モデルを構築し再現計算を行った場合と従来の手法で再現計算を行った結果、前者の方が再現性の高いものとなった。

参考文献

- (1) 福岡捷二, 藤田光一: 洪水流に及ぼす河道内樹木群の水利的影響, 土木研究所報告第180号-3, 1990
- (2) 辻本哲朗, 北村忠紀: 側岸部に植生群落を有する開水路流れの横断混合機構に関する実験的研究, 土木学会論文集No.491/II-27, pp.41-50, 1944.
- (3) 富永晃宏, 長尾正志, 劉建, 鈴木徹也: 洪水流の抵抗と流れの構造に及ぼす高水敷樹木群配置の影響, 水工学論文集第39巻, pp477-482, 1955.
- (4) 灘岡和夫, 八木宏: 浅い水域の乱流場に関する数値計算モデルの開発と沿岸流場への適用, 土木学会論文集No.473/II-24, pp25-34, 1993.
- (5) 清水義弘, 辻本哲郎, 小葉竹重機, 平衡植生流れと浮遊砂輸送に関する数値計算, 水工学論文集第41巻, pp845-850, 1997.
- (6) 中山恵介, 佐藤圭洋, 堀川康志: CIP法を用いた浅水流方程式の数値計算手法の開発, 水工学論文集第42巻, pp.1159-1164, 1998.
- (7) 中山恵介, 堀川康志, 三上卓哉: 射流場におかれた円柱周辺の流れの解析, 水工学論文集第43巻, pp.365-370, 1999.
- (8) Lilly, D.C.: The representation of small-scale turbulence in numerical simulation experiments, In *Proc. IBM. Sci. Comput. Symp. on Environmental Sci.*, Nov. 14-16, 1966.
- (9) Ulrich Schumann: Subgrid Length-Scales for Large-Eddy Simulation of Stratified Turbulence, *Theoret. Comput. Fluid Dynamics* 2, pp279-290, 1991.
- (10) Helmut Schmidt and Ulrich Schumann: Coherent structure of the convective boundary layer derived of large-eddy simulations, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.200, pp.511-562, 1989.
- (11) Hinze, J.O.: *Turbulence*, McGraw-Hill, pp586, 1959.

(1999.9.30受付)