

数値移動床による混合粒径流砂の 流送過程のシミュレーション

MOVABLE -BED SIMULATOR FOR FRACTIONAL TRANSPORT OF GRADED SEDIMENT

後藤仁志¹・原田英治²・酒井哲郎³

Hitoshi GOTOH, Eiji HARADA and Tetsuo SAKAI

¹正会員 工博 京都大学助教授 工学研究科土木工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

²学生会員 工修 京都大学大学院博士後期課程 工学研究科土木工学専攻 (同上)

³フェロー 工博 京都大学教授 工学研究科土木工学専攻 (同上)

The fractional transport of graded sediment and the resultant sorting are the key factors to understand the sediment transport phenomena in alluvial stream. Ordinary approach is to apply the sediment transport law, which is proposed for the uniform sediment, for each fractions of graded sediment, with estimating the critical bottom shear stress based on the Egiazaroff's formula. In other words, the particle/particle interaction was not considered directly in the previous studies of the graded sediment; while the interaction between the different size sediments are predominant factor of the transport process of the graded sediment. In this study, the *Movable Bed Simulator* - the numerical code of granular material based on the Distinct Element Method - is applied to the fractional transport of graded sediment. The critical bottom shear stress and the fractional sediment transport rate estimated by the present code show satisfactory agreement with the previous experimental data. Furthermore, the velocity profile of the sediment particles and the thickness of the sediment moving layer are calculated by the present simulation to estimate the internal structure of the transport process of graded sediment.

Key Words: *graded sediment, critical bottom shear stress, fractional transport rate, Movable Bed Simulator, Distinct Element Method*

1. 緒 言

現実の移動床は種々の粒径の砂粒子で構成されている。このことに起因する分級現象は、河床変動に大きな影響を及ぼし、均一砂で生じる現象と実河川の現象の相違の支配的な要因となっている。このような、混合砂の重要性は広く認識され、これまで多くの研究が試みられてきたが、現象の複雑さ故に、砂粒子の個々の運動特性にまで至る微視的観点からの検討は少なく、今日なお、Egiazaroff¹⁾の粒径別限界掃流力の着想を基礎として、均一砂に対して提案された粒径別流砂量式を個々の粒径階に対して適用する方法が主流をなしている。

例えば、粒径別の移動限界の議論では、(i) 混合砂から成る粗面上の乱流の流速分布を如何に記述するか、(ii) 混合砂から成る移動床上での個々の砂粒子の移動抵抗をどのように評価するかの2点が問題とな

る(例えば、辻本²⁾)。 (i) については、最も単純化すれば、粗面対数則の座標原点と粗度係数をどのように定めるかと言う問題に帰着できるし、詳細に考えると、不規則な砂面凹凸上の乱流場の時空間構造の数値解析(最も微視的にはDNS)が必要となるだろう。一方、(ii)に関しても問題は複雑である。粗礫による細砂の遮蔽効果(Einstein³⁾)や粗礫の露出高さの効果(Egiazaroff¹⁾)など流体力の均一粒径に対する相対的減少・増加の議論はなされているが、周囲の粒子との位置関係から決まる離脱抵抗(単純化すれば抜け出し角)の相違も考慮すべき重要な要因である。また、これらの効果は粗礫と細砂とがともに存在して初めて生じる効果であるが、粗礫と細砂の存在比率(すなわち粒度分布)が変化した場合にどのような影響が生じるかといった問題に対する明確な回答は見あたらない現状である。

このように混合砂の流送過程は、移動限界のみに

注目しても極めて複雑であり、現象自体の複雑性が多くの支配パラメータの導入を必要とし、このことが普遍的モデルの構築と力学機構の解明を阻んできたと言えよう。

一方、砂粒子の個々の運動の積み上げとして流砂過程を記述しようとする数値流砂力学の試みは、近年の計算機の高速度化に支えられて急速に進歩しつつあるが、これまでは均一粒径を対象とした研究が重点的に行われてきた（例えば、後藤⁴⁾）。特に、粒子間干渉を直接取り扱う粒状体モデルは、先に述べたような河床粒子の幾何的配列に起因する移動抵抗の相違を直接取り扱えるモデルであり、さらには、現実の移動床では無視できない粒子間衝突による河床粒子の離脱に関しても計算が可能である。著者らは、これまで、Cundall⁵⁾の個別要素法を基礎にした粒状体モデルを、高レベルせん断力が作用する場を対象に適用してきたが（例えば、後藤・酒井⁶⁾）、移動限界付近の現象の再現性に関しては詳細な適用性の議論は保留してきた。特にシートフロー状態の大量の土砂輸送では、底面の幾何的凹凸の特性に起因する移動抵抗の相違を遙かに凌駕するレベルの高いせん断力が作用するので、砂粒子の初期配列の統計的特性などが陽に流砂量に影響せず、それ故比較的少数の粒子で既往の実験データを説明できる結果が得られた。しかし、移動限界付近では、初期配列の多様性が重要な要因となりうるので、計算粒子数を増加させて砂粒子の幾何的な配列のバリエーションを再現する必要が生じる。

本研究では、著者らの粒子コードを基礎に、従来のコードより安定で長時間計算を効率的に実施できるコードを再構築し、混合砂の初期移動と流送過程に関して、系統的検討を実施する。さらに、シミュレーション結果を移動限界や流砂量に関する既往の実験値や推定式と比較して、再現性を確認し、粒径別の移動速度や交換層厚など、実験ではそれほど詳細に検討されてこなかった内部特性に関しても検討する。

2. 個別要素法に基づく粒子コードの概要

(1) 個別要素法の構成

個別要素法に基づく粒子コードを流砂現象に適用する際に、しばしば問題点として指摘されるのが、モデル定数の選択である。個別要素法では、一般に粒子間接触を表現するために少なくとも5個の定数（法線方向および接線方向のバネ定数と粘性定数、接触面の摩擦係数）が必要とされ、これらに加えて、塑性バネの導入に伴うバネの圧縮限界や、粒子間の異常反発を抑制し計算を安定化させるための反発係数の導入など、粒子間接触の

記述に多くの定数が必要となる。さらに、従来、これらの定数の関係に関しては必ずしも明確ではなく、Cundall⁵⁾以来の研究の経験的蓄積を頼りに、試行錯誤で決めることが多かった。ここでは、著者らがこれまで用いてきたコード（後藤・酒井⁵⁾）を見直し、粒子間の異常反発処理など特殊な事象に対する処理ルーチンを削除してモデル定数を削減し、さらに、既往の研究で提案された方法を参考に計算時間ステップから適正なモデル定数（粒子の異常反発が生じない定数の組み合わせ）を逆算する方法でパラメータをチューニングした。

粒子の運動方程式は、

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{du_{pi}}{dt} \\ &= \sum_j \left\{ -f_n \cos \alpha_{ij} + f_s \sin \alpha_{ij} \right\}_j \\ &+ \frac{1}{2} \rho C_D \sqrt{(U+u-u_{pi})^2 + (v-v_{pi})^2} (U+u-u_{pi}) A_2 d^2 (1) \\ & \rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{dv_{pi}}{dt} = \\ & \sum_j \left\{ -f_n \sin \alpha_{ij} + f_s \cos \alpha_{ij} \right\}_j \\ &+ \frac{1}{2} \rho C_D \sqrt{(U+u-u_{pi})^2 + (v-v_{pi})^2} (v-v_{pi}) A_2 d^2 \\ &- \rho \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) A_3 d^3 g \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\pi d^5}{32} \frac{d\omega_{pi}}{dt} = \frac{d}{2} \cdot \sum_j \{f_s\}_j \quad (3)$$

で与えられる⁶⁾。ここに、 x, y ：主流方向の座標軸とそれに直交する座標軸、 ρ ：水の密度、 σ ：砂粒子の密度、 C_M ：付加質量係数（ $C_M=0.5$ ）、 A_2, A_3 ：砂粒子の2次元・3次元形状係数（球を想定し、 $A_2=\pi/4, A_3=\pi/6$ ）、 d ：砂粒径、 u_{pi}, v_{pi} ：砂粒子 i の x, y 方向の移動速度、 f_n, f_s ：砂粒子 ij 間の法線(n)および接線(s)方向の作用力、 α_{ij} ：砂粒子 ij の接触角、 C_D ：抗力係数（ $C_D=0.4$ ）、 U ：主流方向（ x 方向）の平均流速、 u, v ： x, y 方向の流速の変動成分、 g ：重力加速度、 ω_{pi} ：砂粒子 i の角速度である。

各粒子の接点には、法線方向および接線方向に弾性スプリング（バネ定数 k_n, k_s ）および粘性ダッシュポット（粘性定数 η_n, η_s ）を配置して相互作用を表現する。要素 ij 間の法線および接線方向の作用力 f_n, f_s は、

$$\begin{aligned} f_n(t) &= e_n(t) + d_n(t) \\ f_s(t) &= e_s(t) + d_s(t) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} e_n(t) &= e_n(t - \Delta t) + k_n \cdot \Delta \xi_n ; & d_n(t) &= \eta_n \cdot \Delta \dot{\xi}_n \\ e_s(t) &= e_s(t - \Delta t) + k_s \cdot \Delta \xi_s ; & d_s(t) &= \eta_s \cdot \Delta \dot{\xi}_s \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

と書ける．ここに、 e_n, e_s ：法線および接線方向のバネによる抗力、 d_n, d_s ：法線および接線方向のダッシュポットによる抗力、 $\Delta \xi_n, \Delta \xi_s$ ：時間 Δt 間の法線および接線方向変位である．また、非粘着性材料を対象とすることから、法線方向には引っ張りに抵抗しないジョイントを、接線方向には一定の限界を越える力が作用すると滑動するジョイントをそれぞれ配置した．これらのジョイントの効果は、次式で与えられる．

$$f_n(t) = f_s(t) = 0 \quad \text{when } e_n(t) < 0 \quad (6)$$

$$f_s(t) = \mu \cdot \text{SIGN}(e_n(t), e_s(t)) \quad \text{when } |e_s(t)| > \mu \cdot e_n(t) \quad (7)$$

ここに、 μ ：動摩擦係数 ($\mu=0.577$)、 $\text{SIGN}(a, b)$ は $|a|$ に b の符号を付けることを意味する．

(2) モデル定数の設定

モデル定数は以下の方法で設定した．計算時間ステップ Δt に関しては、橋谷・中田・梶川⁷⁾ が、質点 m の上下にバネを配した 1 自由度振動系 (バネ定数 k_n) の固有周期 T を基準に定める方法を提案し、

$$\Delta t = T / 20 ; \quad T = 2\pi \sqrt{m / 2k_n} \quad (8)$$

の時間ステップが適切であるとの結論を得ている．この関係は、通常用いられる 1 自由度振動系の差分解の収束性と安定性を考慮した計算時間ステップの制約

$$\Delta t \leq 2\sqrt{m / k_n} \quad (9)$$

より、安全側にある．ここでは、まず計算時間ステップを $\Delta t = 2.0 \times 10^{-4}$ s と設定し、(8)式の関係からバネ定数 k_n を算定した．次に、 k_s については、縦弾性係数とせん断弾性係数の関係を援用して一般に用いられる関係

$$k_s = \frac{k_n}{2(1+\nu)} \quad (10)$$

を用いて算定した．ここに、 ν ：ポアソン比($=0.3$)である．さらに、粘性定数 η_n, η_s に関しては、Voigtモデル 1 自由度振動系の臨界減衰の条件を基準に、

$$\eta_n = \alpha_{cn} \cdot 2\sqrt{m \cdot k_n} ; \quad \eta_s = \eta_n / \sqrt{2(1+\nu)} \quad (11)$$

により算定した．上式において $\alpha_{cn}=1.0$ とした関係は、粒子間の異常反発の抑制には効果的でよく用いられる．ここでは、既存の流砂量のデータと計算結果を一致させるように(11)式の係数 α_{cn} をチューニングし (図-1 参照)、 $\alpha_{cn}=1.3$ を得た．なお、式(8)の表現から明らか

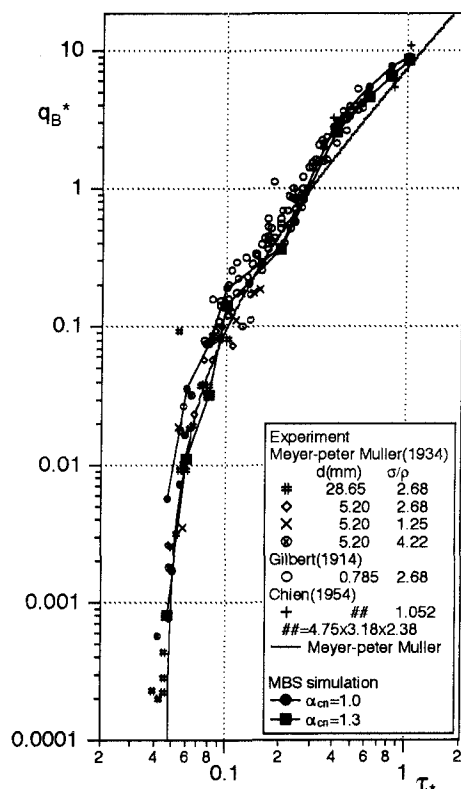


図-1 均一粒径の流砂量

なように、本モデルの定数は、粒子径 d に依存する．例えば、粒径 $d=0.5$ cm、比重 $\sigma/p=2.65$ の砂粒子に値するモデル定数は、 $k_n=2.54 \times 10^2$ (N/m)； $k_s=9.78 \times 10^1$ (N/m)； $\eta_n=4.58 \times 10^{-1}$ (Ns/m)； $\eta_s=2.84 \times 10^{-1}$ (Ns/m)である．なお、混合粒径については、はじめに最大粒径に対して諸定数を定め、パッキングの終了時に粒子間の重なりが過大となることのないように、計算時間ステップを短縮して対応した．この操作は、所定のモデル定数に対する時間的分解能を上げることに相当するので、粒子間の重なりを抑制し、計算を安定化することに繋がる．なお、混合砂に対して、ここで用いた時間ステップは、 $\Delta t=2.0 \times 10^{-6}$ s である．

流砂量への影響要因としては、砂粒子の初期配列の適切性が特に移動限界付近で問題となる．ここでは、砂粒子をランダムに配列して抜け出し角のバリエーションをモデル河床に取り込んでいる．なお、パラメータ決定プロセスの詳細に関しては、本報では紙面制約の都合上、詳述できないが、機会を改めて詳細に報告する予定である．

(3) 流速場のモデル化

流れ場のモデルは、砂粒子に作用する駆動力を適切に評価するためには不可欠であるが、ここでは、乱流の影響に関してできるだけ簡単な取り扱いとするため、従来、著者らが用いてきた方法 (例え

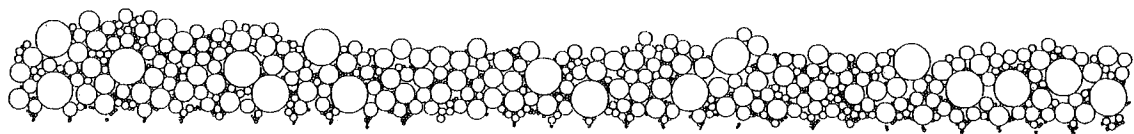


図-2 初期配列

表-1 粒径階の構成

class i	$d_i(\text{mm})$	n_i	$f_{0i}(d_i)$	d_i/d_m
1	0.35	493	0.0448	0.141
2	0.92	154	0.0967	0.371
3	1.68	126	0.2638	0.677
4	2.44	81	0.3577	0.984
5	4.47	16	0.2371	1.802

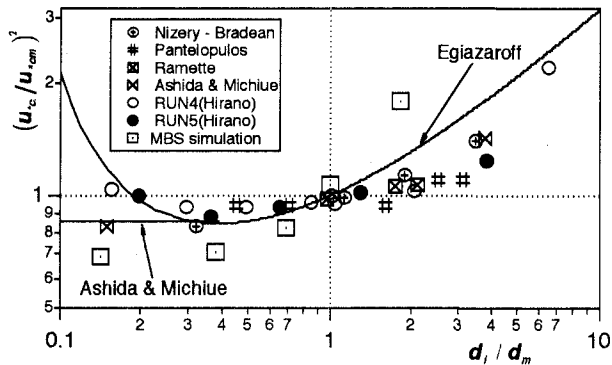


図-3 粒径別限界掃流力

ば、後藤・酒井⁸⁾) に遮蔽効果を考慮した若干の修正を加えて、流速場を模擬した。

平均流速分布は粗面对数則で与えた。平均河床高は、表層付近の粒子（最も高い位置に存在する粒子の中心の座標から、河床を構成する最大粒径の粒子の粒径分の幅に存在する粒子）の中心の座標の平均値で定義し、粗度係数には、表層付近の粒子の平均粒径を用いることとした。また、乱れ強度は欄津⁹⁾による普遍関数表示（水深を 20.0 cm と仮定）で与え、Monte Carlo 法で乱れの時系列を模擬した（後藤・酒井⁸⁾）。なお、乱れの時系列の切り替えのタイミングに関しては、100（混合砂では 10000）ステップに 1 回としたが、この設定では、50Hz の変動が支配的な状態を対象とすることとなる。

3. 混合砂の流送過程の数値解

(1) 混合砂の移動限界

表-1 に示す 5 粒径階から成る混合砂を対象にシミュレーションを実施した。表中の記号は、 d_i ：粒径、 n_i ：粒子数、 f_{0i} ：面積占有率、 d_m ：平均粒径である。平均粒径は $d_m = 2.48 \text{ mm}$ 、標準偏差は $\sigma_d = 1.93$ であり、各粒径階の構成比率は粒径階の混合比率（面積占有率）ができるだけ均等になるように決定した。ただし、完全に均等な配分の実現には極めて多数の小粒径の粒子が必要となり、計算効率が低下する。

そこで、適度な比率で全粒径が表層に存在することを条件に、小粒径の粒子数を減少させている。パッキング計算終了時の粒子配列状態を図-2 に示す。なお、計算対象領域の上・下流は周期境界としている。

図-3 に粒径別限界掃流力の計算結果（図中では MBS Simulation と表示）を示す。図中には、芦田・道上¹⁰⁾、平野¹¹⁾をはじめとする実験データを併示した。シミュレーションの結果は、粒径の大きい砂粒子の移動限界をやや過大評価するものの、既往の実験結果や Egiazaroff¹⁾ の式が示す粒径別限界掃流力の特徴をほぼ良好に再現している。また、中央粒径以下の砂粒子では限界掃流力の再上昇は見られず、近似的には横這い傾向を示している。このことは、粒状体モデルの面から、芦田・道上の補正の妥当性が再確認されたものと解釈できる。

(2) 混合砂の粒径別流砂量

図-4 は、シミュレーション結果から得られる流砂量の既往の実験との一致について示したものである。既往の実験データ、本シミュレーションデータとも複数の粒径階に関して多くのプロットを必要とするので、両者を個別に粒径別の芦田・道上式¹⁰⁾と併示することとした。両図比較すると、既往の実験と本シミュレーション間の良好な対応関係が理解できる。

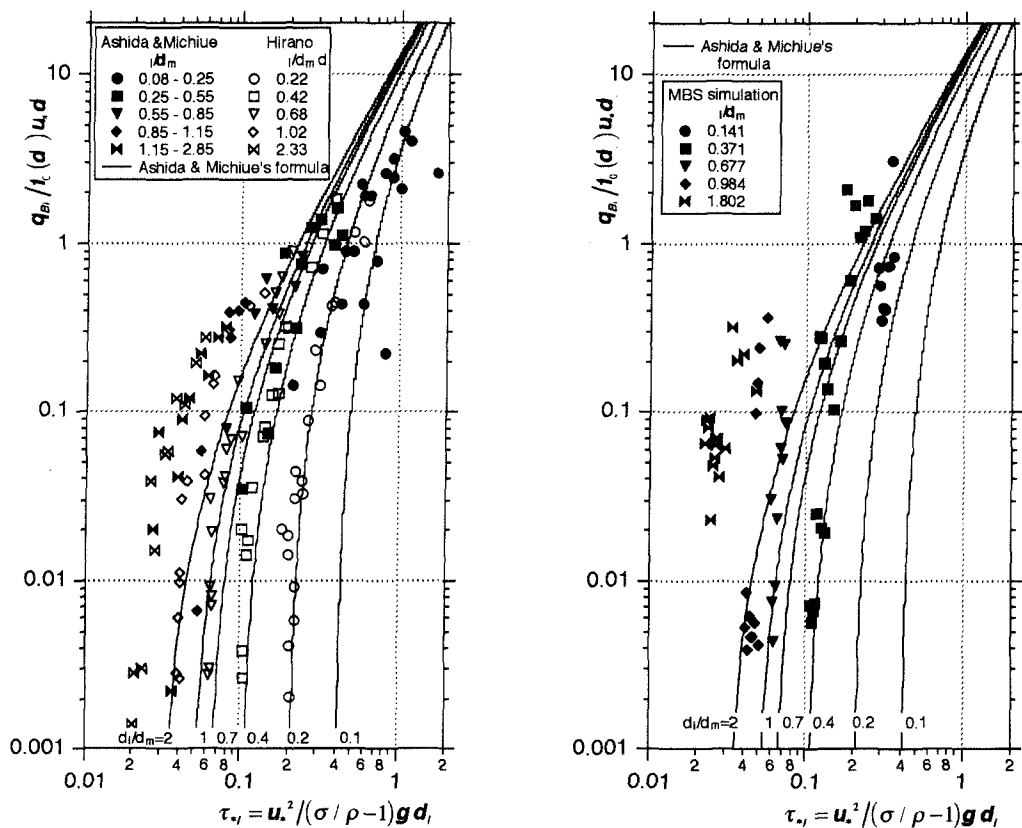


図-4 粒径別流砂量

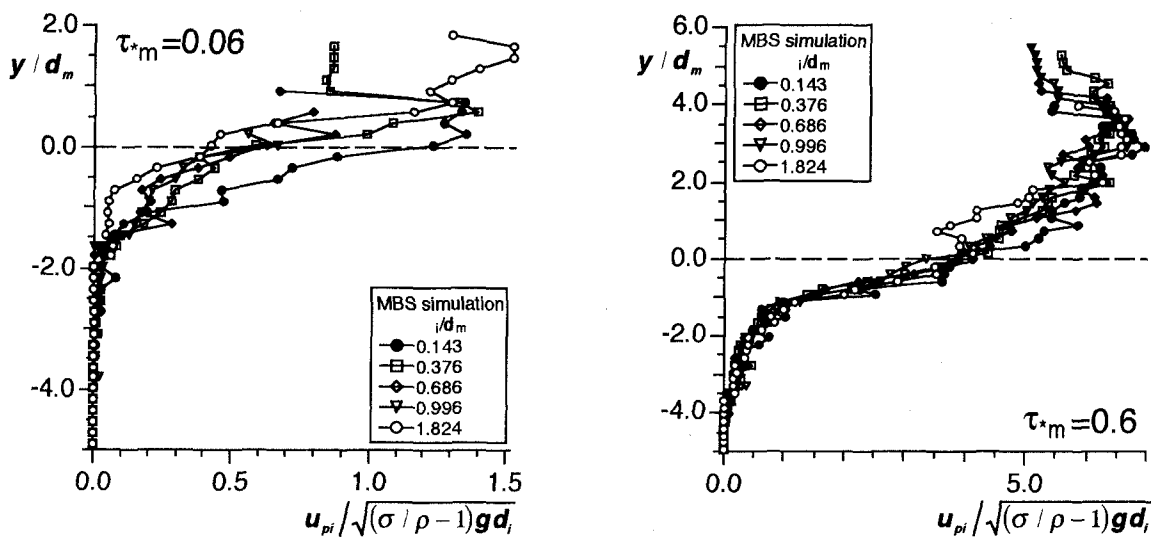


図-5 粒径別移動速度分布

(3) 混合砂の流送過程の内部構造

以上のように、本シミュレーションは、少なくとも移動限界や流砂量のレベルでは、混合砂の流送過程に対して良好な再現性を有することが確認された。ここでは、さらに一歩進んで、混合砂の流送過程の内部構造の推定にシミュレーションを活用する。

図-5は、各粒径階の主流方向移動速度の鉛直分布を示したものである。何れの粒径階に対しても、初

期河床面より上方では下に凸、下方では上に凸の変曲点型の移動速度分布となることが理解できる。粒径階の相違による速度の相違は明確ではなく、個々の粒径が頻繁に衝突しつつ相互干渉を繰り返すことにより、粒径階間の運動量交換が活発化しているものと考えられる。この傾向は特に底面せん断力の大きい状態（図中の $\tau_{*m}=0.6$ ）で顕著である。

また、 $\tau_{*m}=0.6$ と $\tau_{*m}=0.06$ を比較すると、底面せん断力の相違により初期河床面以下の移動層の幅が異な

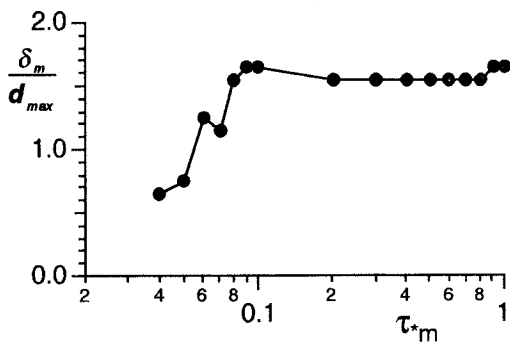


図-6 交換層厚

ることが理解できる。この移動層は、いわゆる交換層（平野¹¹⁾）に相当する。混合砂を対象とした河床変動計算では、交換層厚を想定する必要があるが、従来は実験の際の観察結果などを根拠に最大粒径程度の幅が交換層として用いられてきた（例えば、平野¹¹⁾；辻本・北村・中川¹²⁾；芦田・江頭・劉¹³⁾）。本研究で得られた粒径階別移動速度分布の特性は、従来の河床変動計算で用いられてきた全ての粒径階の共通した交換層厚の採用の妥当性を砂粒子の力学のレベルから再確認したものと言える。

これに加えて、交換層厚が底面せん断力の大きさに依存して変化することが、明瞭に示された。均一砂での移動層の底面せん断力に対する依存性は、これまでに著者ら（後藤・酒井⁸⁾）も個別要素法型の数値的モデルで示しているが、比較的高いレベルの底面せん断力に限定した議論であった。混合砂礫において、移動限界付近から徐々に増大する底面せん断力の下で、移動層（特に、交換層）厚がどのように変化するかは興味深く、さらに上述の河床変動計算の面からも意義深い。図-6は、交換層厚を初期平均河床面から粒子移動速度がゼロに漸近するレベルまでの高さとして定義し、交換層厚の底面せん断力に対する依存性について示したものである。移動速度分布からも推察されるように、交換層厚の底面せん断力に対する依存性が明瞭に見られる。この種のシミュレーションデータが多く集積されれば、交換層厚を底面せん断力に依存させ、河床変動計算に反映させることも可能であろう。

4. 結 語

本研究では、著者らの粒子コードを基礎に安定で長時間計算を効率的に実施できるコードを再構築し、混合砂の初期移動と流送過程に関して、系統的検討を実施した。シミュレーション結果は粒径別移

動限界や粒径別流砂量に関する既往の実験値と良好に一致し、本シミュレーションコードの再現性が確認された。さらに、実験ではそれほど詳細に検討されてこなかった内部特性として、粒径別の移動速度分布について検討し、移動層底面付近の速度分布から、交換層厚の特性について検討した。シミュレーションから得られた交換層厚は、従来の混合砂の河床変動計算で用いられてきた値の妥当性を示しつつも、従来は一定値とされてきた交換層厚が底面せん断力に少なからず依存することも示唆された。

今後は、粒径階の構成比の影響等、ここでは言及できなかった要因に関しても系統的シミュレーションの実施を通じて、検討を進めたい。

参考文献

- 1) Egiazaroff, I. V.: Calculation of nonuniform sediment concentration, Jour. Hydraul. Div., ASCE, Vol. 91, HY4, pp. 225-246, 1965.
- 2) 辻本哲郎：混合砂の流送と分級 - 現象とモデル化，水理講演会10年の歩みとこれからの基礎水理学の展開，土木学会水理委員会基礎水理部会編，pp. 67-72, 1999.
- 3) Einstein, H. A.: The bed load function for sediment transportation in open channel flows, Thec. Bull., USDA, Soil Conservation Service, No. 1026, 78p., 1950.
- 4) 後藤仁志：掃流砂・浮遊砂のモデリングと『数値流砂力学』の展開，水理講演会10年の歩みとこれからの基礎水理学の展開，土木学会水理委員会基礎水理部会編，pp. 61-66, 1999.
- 5) Cundall, P. A.: A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky rock systems, Symp. ISRM, Nancy, France, Proc. Vol. 2, pp. 129-136, 1971.
- 6) 後藤仁志，酒井哲郎：表層せん断を受ける砂層の動的挙動の数値解析，土木学会論文集，No.521/II-32，pp.101-112,1995.
- 7) 枅谷 浩，中田吉彦，梶川康男：個別要素法の衝撃問題への適用に関する一考察，構造工学論文集，Vol. 38 A, pp.1477-1487, 1992.
- 8) 後藤仁志，酒井哲郎：河床構成粒子群との相互作用を考慮した流砂の流動過程の数値解析，水工学論文集，第41巻，pp. 819-824, 1997.
- 9) 欄津家久：開水路乱流の乱れ強度に関する研究，土木学会論文集，第261号，pp. 67-76, 1977.
- 10) 芦田和男，道上正規：混合砂礫の流砂量と河床変動に関する研究，京都大学防災研究所年報，第14号B2，pp. 259-273, 1971.
- 11) 平野宗夫：Armoringを伴う河床変動について，土木学会論文集，No. 195, pp. 55-65, 1971.
- 12) 辻本哲郎，北村忠紀，中川博次：植生帯周辺の分級縦筋の形成，水工学論文集，第38巻，pp. 665-670, 1994.
- 13) 芦田和男，江頭進治，劉炳義：蛇行流路における流砂の分級および河床変動に関する数値解析，第35回水工学論文集，pp. 383-390, 1991.

(1999.9.30受付)