

河床波上の浮遊砂の数値計算

NUMERICAL CALCULATION OF SUSPENDED SEDIMENTS OVER SANDWAVES

中山 卓¹・清水康行²・マーク・シュメックリー³
・赤堀良介⁴

Suguru Nakayama, Yasuyuki SHIMIZU, Mark W. Schmeckle and Ryosuke Akahori

^{1,4} 学生員 北海道大学大学院工学研究科 (〒 060-8628 札幌市北区北 13 条西 8 丁目)

² 正会員 工博 北海道大学大学院工学研究科助教授 (〒 060-8628 札幌市北区北 13 条西 8 丁目)

³ 正会員 Ph.D. 北海道開発局開発土木研究所客員研究員 (〒 062-8602 札幌市豊平区平岸 1 条 3 丁目)

In order to understand the flow structure over sandwaves, 2-dimesional and 3-dimensional flow models are tested under the flow condition of flow over 2-dimensional sandwaves. CIP(Cubic Interpolated Psuedo-particle) method was introduced to evaluate the computational result with high accuracy. Computational results are compared with the velocity obtained by experiment. It was found that 3-dimensional turbulent structure is dominant even in the flow over 2-dimensional sandwaves. Direct numerical simulation of suspended sediment particle is conducted using data obtained by 2-dimensional and 3-dimensional flow model. A good agreement with theoretical profile is found only for 3-dimensional model. It is suggested that 3-dimensional treatment is required in calculating suspended sediment.

Key words: direct numerical calculation, suspended sediment, CIP.

1. はじめに

移動床流れにおいては, 流水と流砂の相互作用の結果として河床砂礫の特性と水深, 流速などの水理条件に応じて各種の河床が形成され, 移動床流れの流水抵抗, 流砂量, 河床変動に支配的な影響を与える。この河床形態の形成過程は極めて複雑な現象であるため, 現在まで多くの実験的, 解析的研究^{1,2)}が重ねられてきているが, まだ多くの問題が残されている。本研究は河床波が存在する条件下における浮遊砂量の予測を最終目的とするものであるが, 本論文はその第1歩として2次元河床波上の流れと浮遊砂量分布を直接計算するモデルについて述べるものである。河床波上の流れの計算は非定常2次元(流下方向と鉛直方向)および3次元モデルを用いて行われ, 計算の結果得られた時間平均流速分布および乱流特性量は, 同じ条件で行われた固定床上の実験結果と比較される。この結果, 時間平均流速は2次元モデルも3次元モデルも実験結果と良好な一致が見られるが, 河床形状は2次元であっても, 河床波のクレストから発生する剥離渦に起因する乱れは3次元的な広がりを持つため, 3次元モデルによってのみ再現可能である

ことが示される。さらに, 流れの計算結果を用いて流水中に浮遊砂粒子を置いた場合の, 個々の浮遊砂粒子の軌跡を追跡する計算を2次元および3次元で実施し, その時間平均濃度分布を算出する。この結果, 流れおよび浮遊粒子追跡を3次元で行った場合には理論分布式にほぼ一致する結果が得られることを示す。これに対して, 2次元モデルの場合は乱れが2次元平面に規制され, 3次元的な広がりが生じないため, 理論分布に比べてその適合度が低いことも示される。以上の結果, 浮遊砂量の計算を行う場合は, たとえ河床形状が2次元であっても3次元的な扱いが不可欠であることが示唆される。

2. 河床波上の流れの水路実験

実験は全長 7m, 幅 40cm の直線ガラス水路で行われた。実験条件は, 平均水深 17cm, 平均流速 30cm/sec で, 河床には波長 80cm の河床波を連続的に設置した。河床波のクレストの高さは最深部から 4cm で, 最深部からクレストまではサインカーブ, クレストから最深部までは角度 30° の直線となっている(図-1)。

流速測定は2次元のLDV(Laser-doppler velocimeter)

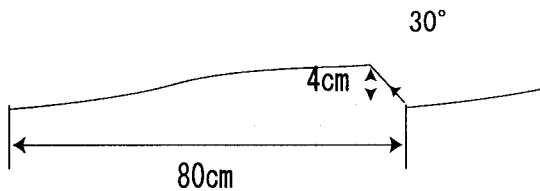


図-1 実験水路に設置された河床波の形状

を用いてガラスの側面からおこなわれ、流下方向流速 u と鉛直方向流速 w の同時計測が行われた。計測点数は水路中央部の河床波 1 波長について行われ、流下方向に 31 点、水深方向には 30 点、1 個所についてそれぞれ約 3 分間のデータサンプリングが行われた。

また、流速分布の測定後に粒径 0.05mm の浮遊砂を濃度分布がほぼ平衡状態に達するまで投入し、浮遊砂の濃度を高速デジタルカメラで撮影した。

3. 数値計算の基礎式

流れの計算は 2 次元および 3 次元で行い、結果を比較するが、ここでは 3 次元の計算に用いた基礎式のみを記載する。非圧縮性 3 次元流れの基礎方程式として以下の式を用いる。(1) は連続の式、(2)、(3) および (4) は Navier-Stokes の式である。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = & -\frac{\partial P}{\partial z} \\ & + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - g \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 x, y, z はそれぞれ流下方向、横断方向および鉛直方向に互いに直交する座標軸、 u, v, w は x, y, z 方向の流速、 ν は動粘性係数、 g は重力加速度、 $P = p/\rho$ (p は圧力、 ρ は水の密度) である。

本論文の計算では河床波上の流れを取り扱うため、底面および水面に沿った境界適合座標を用いる。これにより、境界条件を厳密に定式化できる。なお座標変換の方法は Shimizu ら³⁾と同様とする。なお、上記の 3 次元の諸式のうち (1)~(3) 式で $w = 0$ としたのが 2 次元計算の基礎式に相当する。

4. 計算方法と計算条件

河床波上の流れの計算においてはクレストの後方で剥離渦が間欠的に発生し、流れが非常に複雑になるため、NS 方程式の移流項を差分化して計算する際に発生する数値拡散で計算精度が低下することが危惧される。そこで、移流項の計算には数値粘性の殆ど無いことで知られる CIP 法⁴⁾を用いることとした。また、粘性項には 2 次精度の中央差分、時間に関する進行に関しては 1 次精度の前進差分を用いる。具体的な計算方法は Shimizu ら³⁾と同様である。実験結果によれば水面の変動は極めて少なかったため、計算上水深は常に一定であるとした。また、計算時間の制約から、実験の水路幅が 40cm に対して、計算上では半分の 20cm とし、さらに、計算は上下流の境界条件を周期境界条件として河床波 1 波長分のみ実施した。その他の境界条件としては、河床で $u = v = w = 0$ 、側壁および水面ではせん断力が 0、水面で圧力が 0 とした。計算メッシュは河床波 1 波長当り、 x 方向 322、 y 方向 40、 z 方向 34 とし、時間刻みは $\Delta t = 0.005$ 秒とした。また、密度 $\rho = 1000 \text{ (kg/m}^3\text{)}$ 、動粘性係数 $\nu = 0.000001 \text{ (m}^2/\text{s)}$ の定数を用いた。初期条件は、 u に対数分布を用い、 $v = w = 0$ とした。流れの計算は 20 秒間実施した。

流れの計算の結果得られた流速場の時間・空間分布をもとに、浮遊粒子の追跡計算を行った。用いた流速場は上記の流れの計算結果のうちの乱れがほぼ定常に達したと見られる 10 秒以降のものを用い、河床波 1 波長分の計算結果を流下方向に 2 度用いて近似的に河床波 2 波長分の流れの場とした。浮遊砂粒子の追跡計算は初期条件として、 x, y, z 軸方向に 2000 個 $\times$ 50 個 $\times$ 10 個の粒子を均等間隔に配置し (2 次元計算では x, z 方向のみ)、計算開始とともに粒子は流速ベクトルと Rubey の式による鉛直下方向の沈降速度ベクトルの和で移動するものとして 20 秒間の計算 (流れの計算結果のうちの後半の 10 秒を 2 度使用) を行った。なお、本来はより長時間の計算を行うべきと考えられるが、今回は河床に沈降した粒子の再浮上を考慮していないため、あまり長時間の計算を行うと、河床付近の濃度が異常に高くなってしまふなどの問題が生ずるため本研究においては粒子の追跡計算は 20 秒間にとどめることとした。また、粒子自身の回転や粒子同士の衝突、粒子が流れに及ぼす影響などは Blondeaux ら⁵⁾と同様に考慮しないものとした。粒子の追跡計算の時間空間分布をもとに、各メッシュ内に存在する粒子の数を時間・空間平均して濃度を算出した。なお、3 次元の計算では水路中央の 2 メッシュ間 (厚さ 0.5mm) に存在する粒子の数をを用いて濃度を算出した。計算は粒子の直径が 0.1mm, 0.2mm, 0.05mm の 3 パターンについて行った。

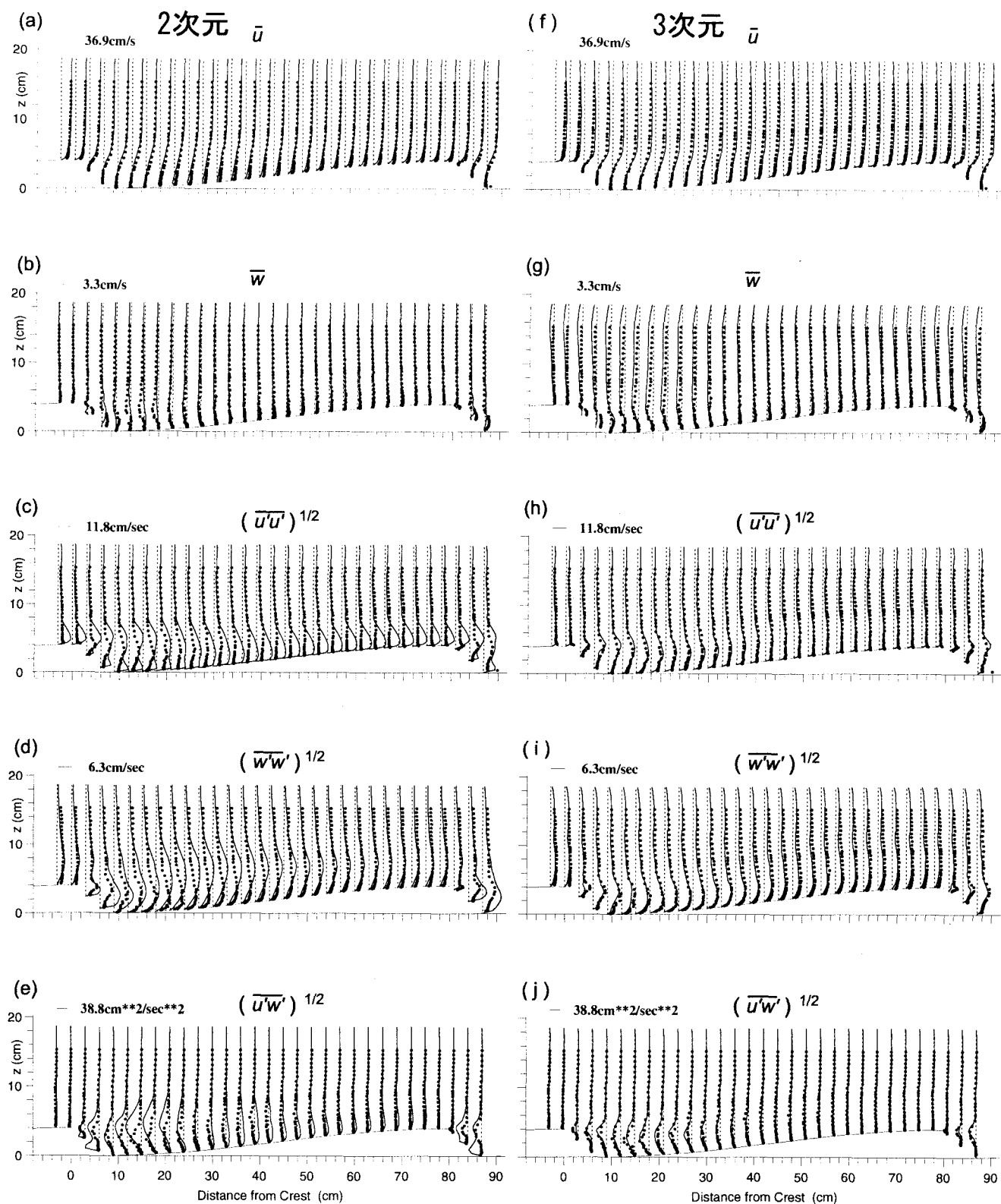


図-2 2次元モデルおよび3次元モデルによる流れの計算結果(実線)と実験結果(黒)の比較

total= 9305 max= 14 min= 0

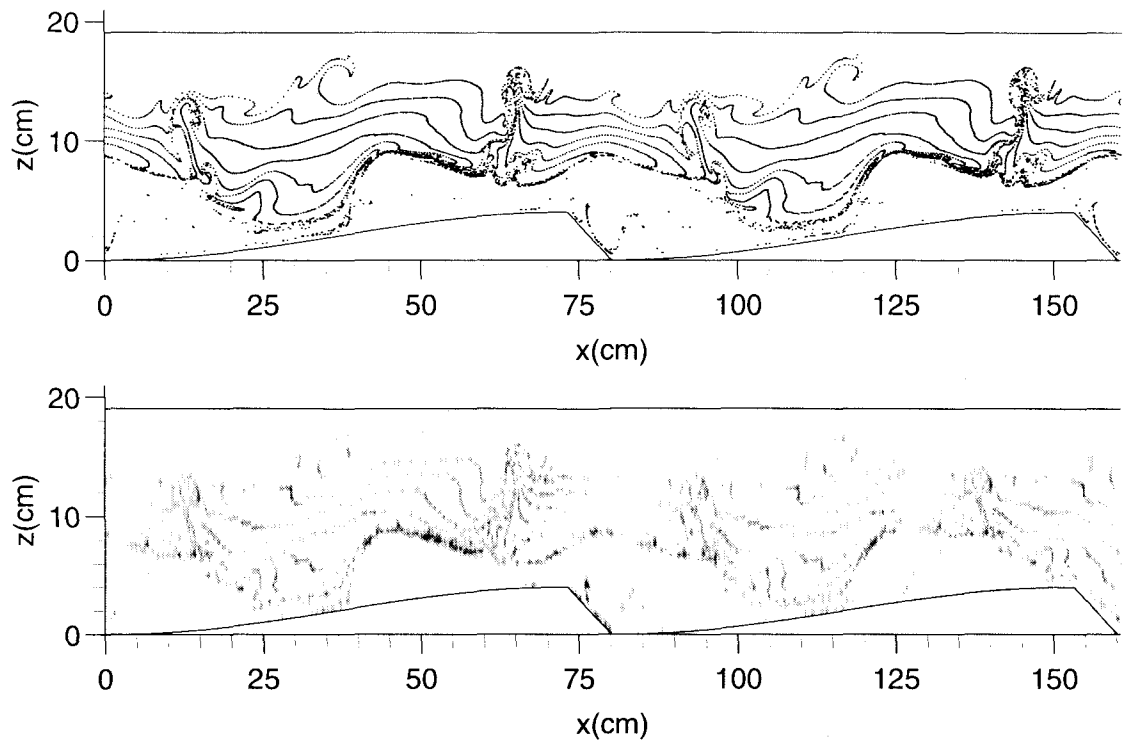


図- 3 浮遊砂粒子の追跡計算結果 (2 次元モデル)

total=24186 max= 101 min= 0

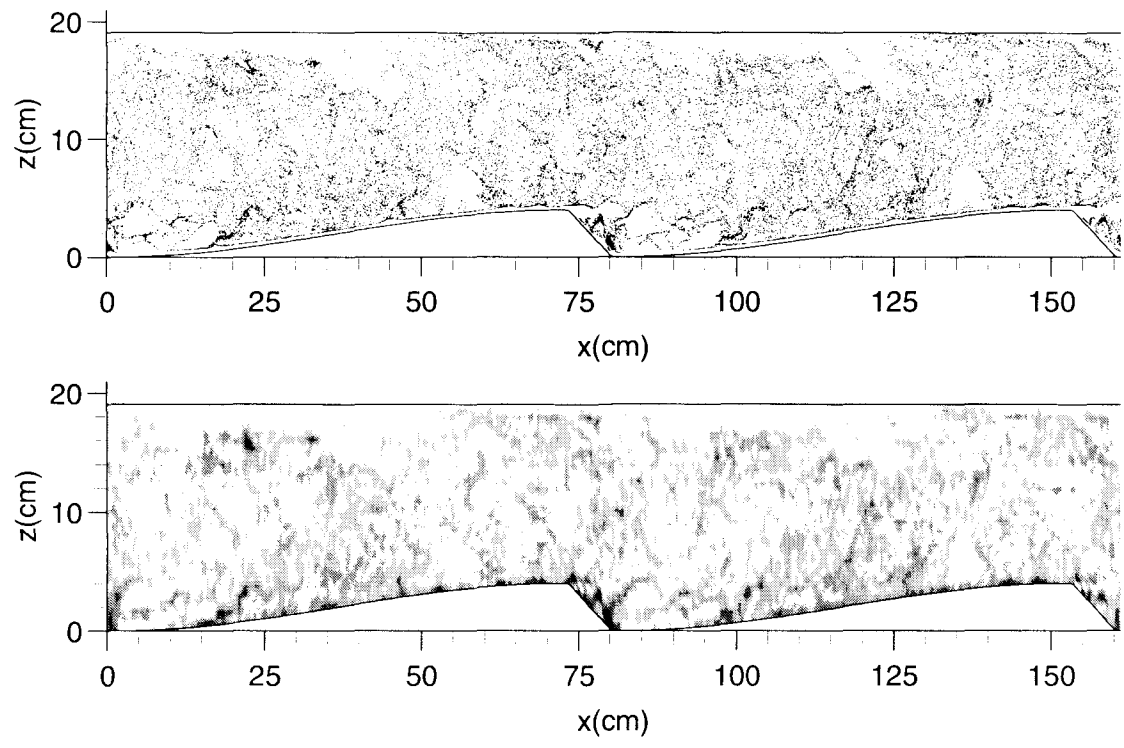


図- 4 浮遊砂粒子の追跡計算結果 (3 次元モデル)

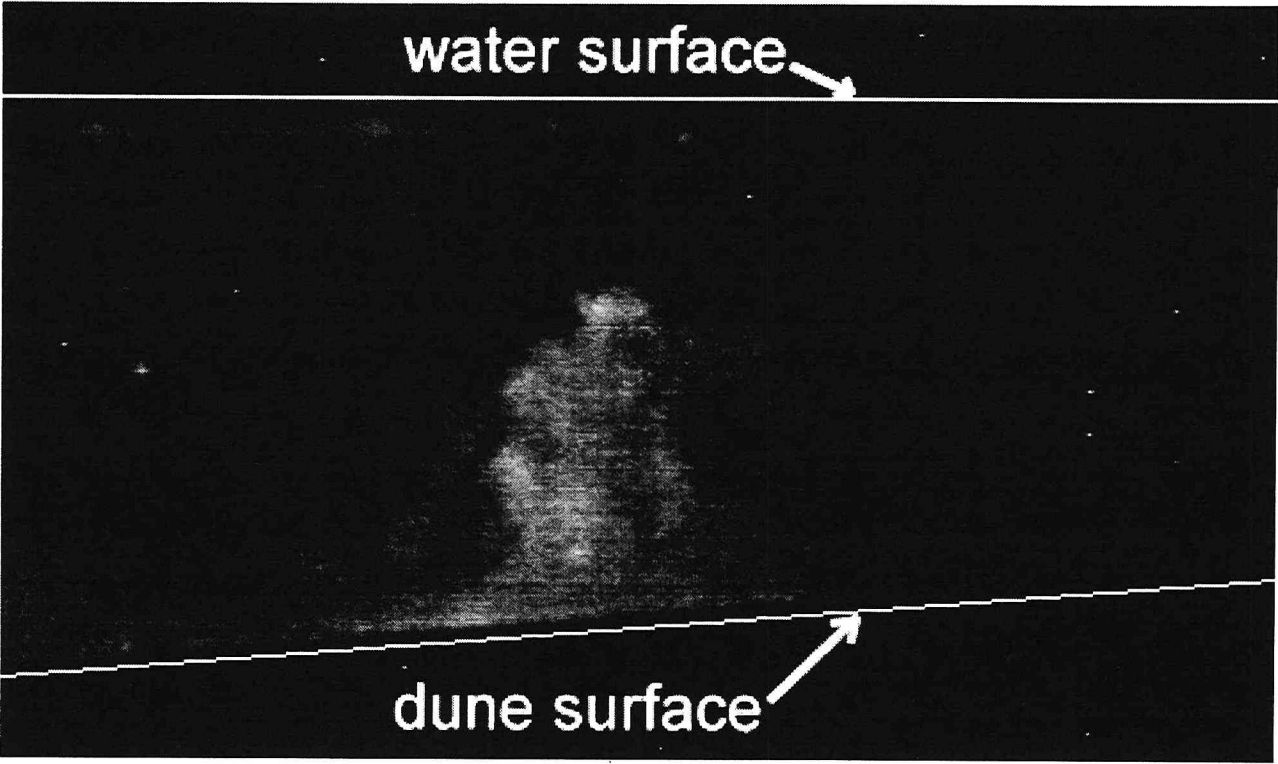


図-5 河床波上の浮遊砂粒子の撮影写真 (実験水路)

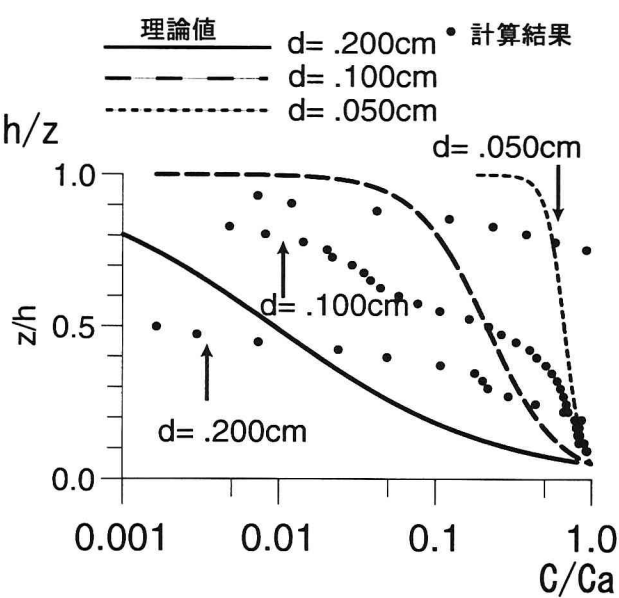


図-6 時間平均浮遊砂濃度の計算結果 (2次元モデル) と理論式との比較

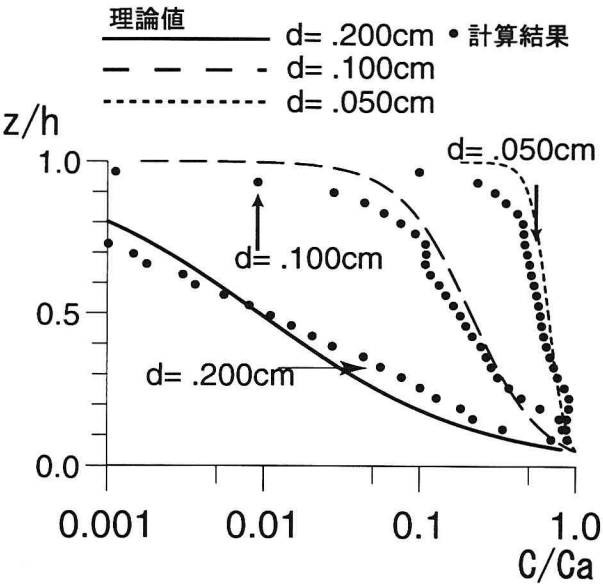


図-7 時間平均浮遊砂濃度の計算結果 (3次元モデル) と理論式との比較

5. 実験と数値計算結果の比較

河床波上の流れの平均流速と乱流特性値の実験結果と計算結果の比較を図-2に示す。黒丸が実測値、破線が測定点、実線が数値計算結果であり、計算結果は(a)~(e)が2次元モデル、(f)~(j)が3次元モデルの結果である。また(a)と(f)は $\bar{u}$ 、(b)と(g)は $\bar{w}$ 、(c)と(h)は $\sqrt{\overline{u'u'}}$ 、(d)と(i)は $\sqrt{\overline{w'w'}}$ 、(e)と(j)は $\overline{u'w'}$ であり、—は時間平均を u' 、 w' はそれぞれ u および w の時間平均からの

変動成分であることを表す。なお3次元の計算結果は水路中央の値を用いた。図-2によれば、流下方向の平均流速 $\bar{u}$ および鉛直方向の平均流速 $\bar{w}$ ともに2次元および3次元の計算結果と実験値はほぼ一致している。しかしながら、乱流強度 $\sqrt{\overline{u'u'}}$ や $\sqrt{\overline{w'w'}}$ やレイノルズストレス $\overline{u'w'}$ は3次元モデルに比べ2次元モデルの再現性は良くない。特に剥離域や、再付着点以降で2次元モデルの実験結果との違いが大きい。これは、2次元

モデルではクレストから発生する乱れが完全に2次元平面上のものになり、再付着点より下流でも保存されるのに対し、実際は乱れが3次元的に拡散されるため乱れが抑制されるためと考えられる。とくに再付着点より下流では逆勾配河床による加速域で乱れが抑制される効果が2次元モデルでは十分に表現されていない。これに対して、3次元モデルでは乱流特性量や、レイノルズストレスも実験値を良好に再現しており、河床波の形状は2次元であっても、流れの計算は3次元で行う必要性を示唆している。

図-3、図-4はそれぞれ粒径 $d=0.05\text{mm}$ の砂粒子の追跡を2次元モデルおよび3次元モデルで行った過程の瞬間値を表示したものである。上図が浮遊砂粒子を全てプロットしたものであり、下図は各格子内の粒子数より算定した浮遊砂濃度を濃淡で示したものである。図中の $total$ は最終的に考慮した粒子数、 max, min は1格子中に含まれる粒子の最大数、最小数を表す。計算結果によれば、クレストで間欠的な剥離渦の発生が見られ、再付着点からは *boiling* が生じている。2次元モデルでは3次元的な渦の広がり起こらないため、乱れは河床近傍に留まり水面近くまで達しないため、沈降速度が優先する形で粒子が河床近傍に偏る傾向が見られるが、3次元モデルでは、3次元的な乱れにより粒子の拡散が水面近くまで達し、2次元モデルに比べ、沈降しにくいようである。図-5は実験水路内の浮遊砂粒子を高速デジタルビデオカメラで再付着点近傍を撮影したものの1コマである。浮遊砂粒子が拡散されながら水面付近まで上昇するのが見られ、3次元モデルによる図-4ものが2次元モデルによるものより実験水路の写真に近い。

3種類の粒径による浮遊砂粒子の追跡計算結果を時間、空間 (x 方向) に平均し、水深方向の時間平均濃度分布として図-6(2次元モデル) および図-7 (3次元モデル) に示す。図中の C は濃度、 C_a は5%水深における基準点濃度である。図中には比較のために Rouse 分布を実線で示している。Rouse の濃度分布式は以下の通りである。

$$\frac{C}{C_a} = \left(\frac{h-a}{y} \right) \left(\frac{a}{h-a} \right)^Z \quad (5)$$

$$Z = \frac{w_f}{\kappa u_*} \quad (6)$$

ここで、 w_f は砂粒の沈降速度を表す。これによれば3次元モデルはほぼ Rouse 分布に一致した結果が得られることが分かる。

6. おわりに

本研究では河床波が存在する条件下での浮遊砂量の計算を行うための第一歩としての流れの計算モデルと、浮遊砂粒子の追跡計算モデルについて述べた。それぞれの計算は2次元モデルと3次元モデルで行われたが、この結果河床形状は2次元であっても、流れの場合は3次元的となり、特に濃度分布を決定する浮遊砂の拡散において3次元的な乱れの拡散が非常に重要な役割を演じていることが示された。

本研究で示された3次元モデルは、流れの計算は実験結果と良く一致し、浮遊砂粒子の追跡計算モデルは理論濃度分布と良い一致が見られた。今後は、浮遊粒子と流体の相互干渉の影響なども明らかにし、沈降粒子の再浮上量の算定や、河床変動計算へと応用したい。

参考文献

- 1) 板倉忠興: 河川における乱流拡散現象に関する研究; 北海道大学博士論文, 1984年3月, pp.1-90
- 2) (2)J.P.Bennett: Algorithm for resistance to flow and transport in sand-bed channels, *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, pp.578-590, 1995. 8.
- 3) Y. Shimizu, M. W. Schmeeckle, K. Hoshi and K. Tateya: Numerical Simulations of Turbulence over Two-Dimensional Dunes. *River, Coastal and Estuarine Morphodynamics*, pp.251-260, 1999. 9.
- 4) T. Yabe, T. Ishikawa, Y. Kadota, and F. Ikeda: A multidimensional cubic-interpolated pseudoparticle (CIP) method without time splitting technique for hyperbolic equations, *Journal of the Physical Society of Japan*, 59:2301-2304, 1990
- 5) P. Blondeaux, Pscandura and G. Vittori: A lagrangian approach to describe sediment ddynamics over a rippled bed: preliminary results, *River, Coastal and Estuarine Morphodynamics*, pp.185-194, 1999,9

(1999.9.30受付)