

水深積分モデルによる砂堆の発生・発達過程の 数値シミュレーション

Numerical Simulations on Developments of Dunes by Using
Depth Averaged Model

細田 尚*・加藤隆彰**
Takashi HOSODA・Takaaki KATO

*正会員 工博 京都大学助教授 工学研究科土木工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

**学生員 京都大学大学院 工学研究科土木工学専攻修士課程 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

A numerical model to predict the formation processes of dunes in open channel flows is developed. Flows and bed shear stresses over dunes are calculated by the depth averaged model considering the effect of vertical acceleration. Irrotational condition of flows far from a dune bed and the acceleration/de-acceleration effect near a bed are included in the depth averaged model. Formation processes of dunes are simulated incorporating the non-equilibrium sediment transport model proposed by Nakagawa・Tsujiimoto. Calculated results on the temporal development processes and shape characteristics of dunes are compared with previous theoretical and experimental studies. It is indicated that the calculated wave length caused by initial instability is coincident with the resonant relation of open channel flows over a wavy bed, and the wave length and height of dunes in the equilibrium state are dependent on the step length.

Key Words : dunes, sediment transport, open channel flows, numerical simulation

1. はじめに

河床に生じる種々の河床波を数値的に予測する場合, まず流れ場の計算を行う必要がある。その際, 多次元のモデルで河床波上の流れを数値計算する方法と, 水深積分モデルを用いる方法が考えられる。交互砂州や固定砂州などの中規模河床形態の場合は, 後者の水深積分された平面2次元流れの基礎式に基づいたモデルで河床形状をほぼ再現することができる。また, 橋脚などの河川構造物周辺の局所洗掘を予測するためには, 3次元モデルにより流れ場を詳細に計算する必要が生じる場合がある。

本研究では, 小規模河床波のうち砂堆を対象に, 水深積分型の鉛直加速度を考慮した開水路流れの基礎式と非平衡流砂過程のモデルを用いて, 砂堆の発生・発達から平衡状態に至る過程を再現することを試みる。小規模河床波の場合も, 多次元の流れ解析モデルを用いることなく, 水深積分モデルにより流れと河床形状がある程度再現できれば実用的と考えられるためである。

小規模河床波の発生過程に関して, Kennedy¹⁾, Hayashi²⁾は流れをポテンシャル流として扱い, 路床近傍の流速と流砂量の位相差を導入する

ことにより河床波の発生を説明している。さらに, 中川・辻本³⁾は位相差の水理学的意味を明らかにするとともに, 流速と波状路床のせん断応力の位相差を, ポテンシャル流解析から得られる局所流速に加速・減速効果を考慮することで評価できること, 非平衡流砂過程のモデルを用いると小規模河床波の発生過程が説明できることを示した。

そこで本研究では, 路床からある程度離れた領域の近似と考えられるポテンシャル流の流速分布形と路床近傍の境界層内の加速・減速効果を考慮した水深積分モデル⁴⁾を用いて, 小規模河床波の発生・発達過程から平衡状態にいたるまでの再現を試みる。

2. 砂堆上の流れ及び河床変動の基礎式

本研究で用いる流れの基礎式は, 図-1を参照して, 式(1)に示される鉛直加速度を考慮した開水路流れの基礎式である⁴⁾。式(1)を波状路床上の流れに適用した場合, ポテンシャル流れの場合に生じる共鳴関係式, 水深変動の振幅0の関係式に対応する関係式が存在する。

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx} \left(\frac{q^2}{h} \right) + \frac{d}{dx} \left(\frac{gh^2}{2} \cos \theta \right) - \frac{d}{dx} \left\{ \frac{q^2}{3h} \left(\frac{dh}{dx} \right)^2 \right\} + \\ & \frac{d}{dx} \left(\frac{q^2}{3} \frac{d^2 h}{dx^2} \right) - \frac{d}{dx} \left(\frac{q^2}{2h} \frac{dh}{dx} \frac{dy_b}{dx} \right) + \frac{d}{dx} \left(\frac{q^2}{2} \frac{d^2 y_b}{dx^2} \right) \\ & + \frac{dy_b}{dx} \left\{ gh \cos \theta - \frac{U^2}{2} \left(\frac{dh}{dx} \right)^2 - U^2 \frac{dh}{dx} \frac{dy_b}{dx} + \frac{U^2 h}{2} \frac{d^2 h}{dx^2} \right. \\ & \left. + U^2 h \frac{d^2 y_b}{dx^2} \right\} = gh \sin \theta - \frac{\tau_{bx}}{\rho} + \frac{d}{dx} \left(\alpha h^2 U \frac{dU}{dx} \right) \quad (1) \end{aligned}$$

ここに、 h :水深、 y_b :基準面からの路床変動、 U :水深平均流速、 q :単位幅流量、 τ_{bx} :底面せん断応力ベクトルの成分、 θ :路床勾配、 ρ :水の密度、 g :水の密度、 α :渦動粘性係数の係数(本研究では0.05)、 x :空間座標。

ポテンシャル流の流速分布形と路床近傍の境界層内の加速・減速効果を考慮した、底面せん断応力の評価式は次式で表される⁴⁾。

$$\frac{\tau_{bx}}{\rho} = f u_b^2 \left(1 - \Gamma \frac{dh}{dx} + \Delta \frac{dy_b}{dx} \right), \quad \Gamma = 2, \Delta = 1 \quad (2)$$

$$u_b = \frac{q}{h} + \frac{q}{3h} \left(\frac{dh}{dx} \right)^2 + \frac{q}{h} \frac{dh}{dx} \frac{dy_b}{dx} - \frac{q}{6} \frac{d^2 h}{dx^2} - \frac{q}{2} \frac{d^2 y_b}{dx^2}$$

一方、路床変動の解析には流砂過程の非平衡性を考慮した基礎式(3)を用いる³⁾。

$$\frac{\partial y_b}{\partial t} = \frac{1}{1-\lambda} d(p_d - p_s) \quad (3)$$

ここに、 p_s :pick-up rate、 p_d :deposit-rate、 d :河床砂の粒径、 λ :河床の空隙率。

pick-up rateの評価には中川・辻本の式(4)を用い、deposit-rateはpick-upされた砂粒体積を式(5)で表されるstep lengthの確率密度関数 f_s にしたがって堆積させることにより計算した。

$$p_s \sqrt{d/(\sigma/\rho-1)g} = 0.03\tau_* (1-0.035/\tau_*)^3 \quad (4)$$

$$f_s(s) = \frac{1}{\Lambda} \exp\left(-\frac{s}{\Lambda}\right) \quad (5)$$

ここに、 σ :砂粒の密度、 τ_* :無次元掃流力、 Λ :step length。

3. 数値解析法

流れの数値解析法として、基礎式(1)と同様の式を用いて波状跳水を再現した収束計算方法を適用する⁵⁾。すなわち、まず式(1)中の各項を例えば次式のように離散化する。

$$\frac{dh}{dx} = \frac{h_{i+1} - h_{i-1}}{2\Delta x}, \quad \frac{d^2 h}{dx^2} = \frac{h_{i+1} - 2h_i + h_{i-1}}{\Delta x^2},$$

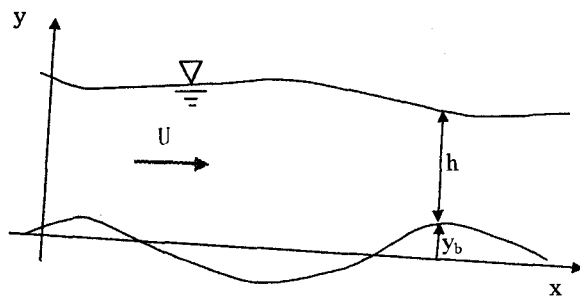


図-1 座標系と記号の説明

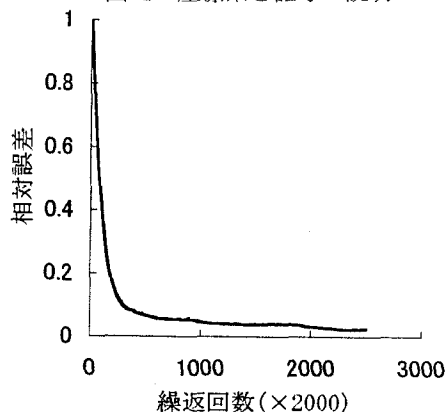


図-2 水面形計算の誤差収束過程

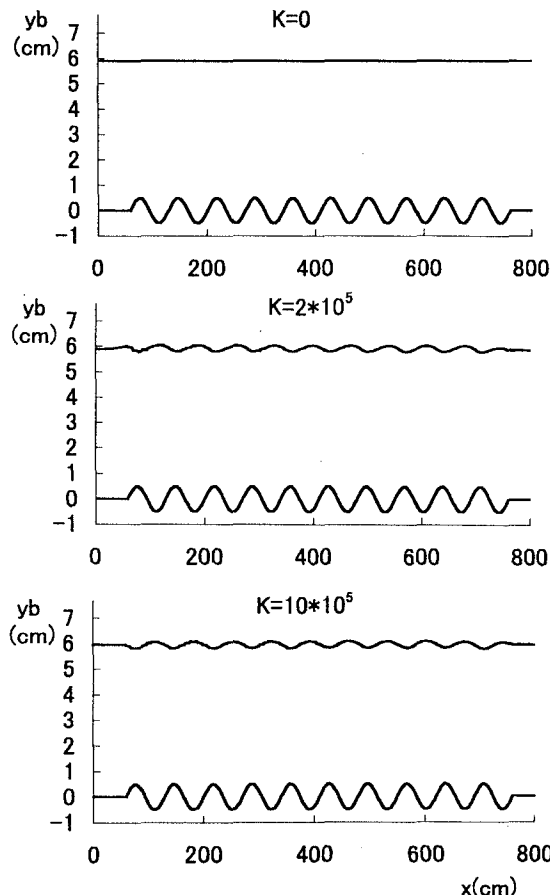


図-3 水面形の収束過程 ($Fr_0=0.45$, 路床の波長70 (cm), 振幅0.5 (cm))

$$\frac{d^3h}{dx^3} = \frac{h_{i+1} - 3h_i + 3h_{i-1} - h_{i-2}}{\Delta x^3}, \dots$$

ここに、添え字*i*は*x*=*i*Δ*x*の値であることを示す。
ある計算ステップ*k*での*h_{i^k}*を既知とする。上記の
差分式を式(1)に代入した離散式に*h_{i^k}*を代入し、各
点の誤差を*er_{i^k}*^{*k*}とする。この誤差を用いて、次ス
テップ*k*+1での水深を次式で計算した。

$$h_i^{k+1} = h_i^k + sig(k) \cdot \omega \cdot |er_i^k|$$

$$sig(k) = -1 \cdot sig(k-1) \quad \text{for} \quad |er_i^k| \geq |er_i^{k-1}|$$

$$sig(k) = 1 \cdot sig(k-1) \quad \text{for} \quad |er_i^k| < |er_i^{k-1}|$$

この過程を流れ全体の誤差が小さくなるまで繰り返
すことで、路床変動がある場での水面形を計算した。
収束計算のパラメータωは試行錯誤的に0.02とした。
またsig(*k*)は、局所的な誤差が増加すれば水深を前
ステップと反対に増減させる関数で初期値は1とし
た。

流れがほぼ収束した後、式(3)、(4)、(5)を用いて
路床変動の計算をある時間間隔行い、再び流れの収
束計算を行った。この一連の計算過程を所定の時間
に至るまで繰り返した。

図-2、図-3に、正弦波状路床の場合のLower
Regimeの流れの収束過程を示した。初期条件の平坦
な水面から水面が路床と逆位相に至る過程が再現さ
れている。

4. 計算条件と結果の考察

計算は図-4に示したように長さ8mの水路を考え、
上流と下流50cmを固定床とした。x-座標の原点は図
-4に示した上流固定床部の上流端であり、
x=50(cm)–750(cm)区間が移動床部となっている。計
算の水理条件を表-1に示した。また、水面形解析の
境界条件として水深に関する三つの条件が必要とな

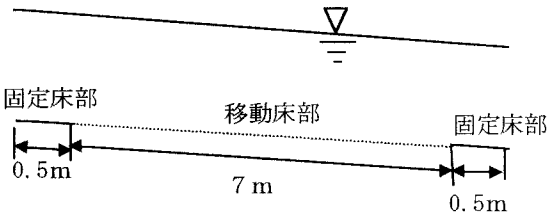


図-4 計算に用いたモデル水路の概要

表-1 計算の水理条件

d (cm)	q (l/s)	sin θ	f
0.035	0.2	1/500	0.01

るが⁵⁾、下流端で等流水深を与え、さらに上下流端
で*dh/dx*=0とした。流砂量に関しては、移動床下
流端から流出した流砂量を移動床部上流端から流入
させた。

本解析ではΔ*x*=2(*cm*)であり、流れの収束計算を
10万ステップ行った後、Δ*t*=0.1(*sec.*)として路床変
動計算を20ステップ(2(*sec.*))行う過程を所定の回
数繰り返した。この際、本計算では流れの収束を判
断する誤差の基準を設定せず、上記回数計算してい
る。

図-5にstep lengthが 120*d* の場合の河床波の発
生・発達過程を示した。左側の図は水面と路床を同
時に示した図であり、右側の図は路床を拡大して描
いた図である。

時間とともに、移動床部上流端で生じた擾乱が増
幅していき、十分時間が経過すると振幅がほぼ一定
の平衡状態の砂堆になる様子が再現されている。計
算初期に見られる上流側固定床直下流部での河床低
下は、pick-upとdepositされる砂粒の量の差による

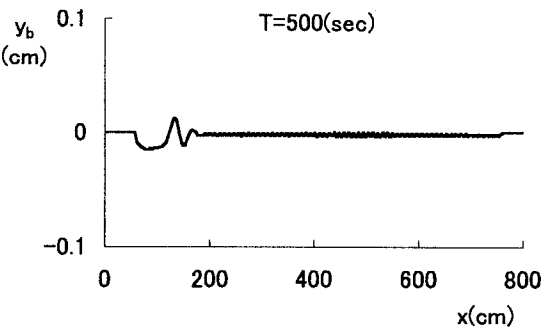
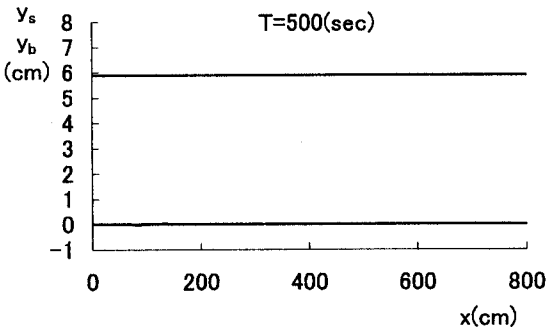


図-5(1) 河床波の発生・発達過程の計算結果

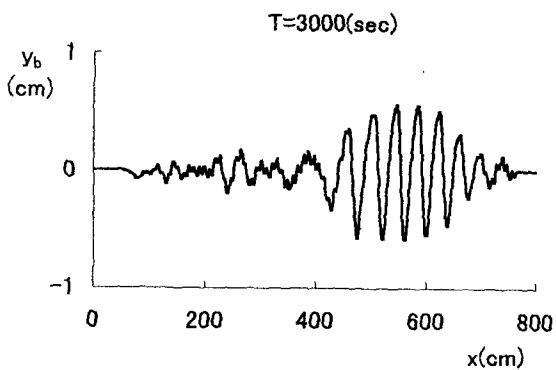
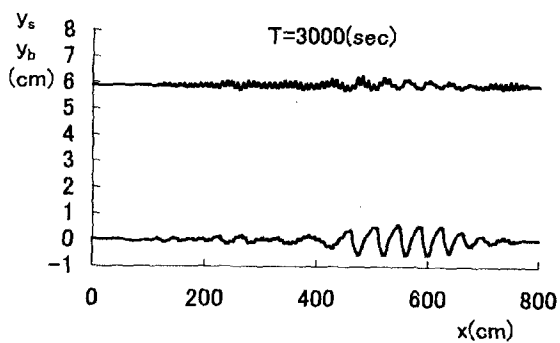
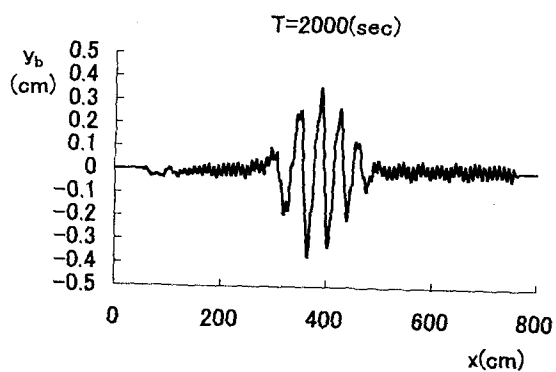
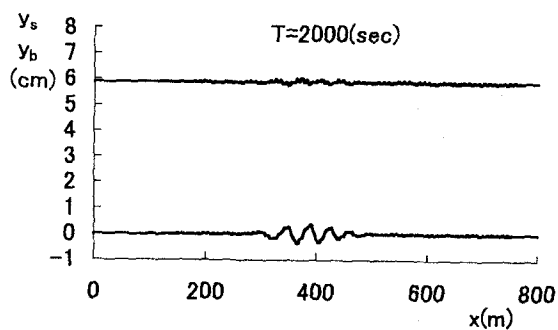
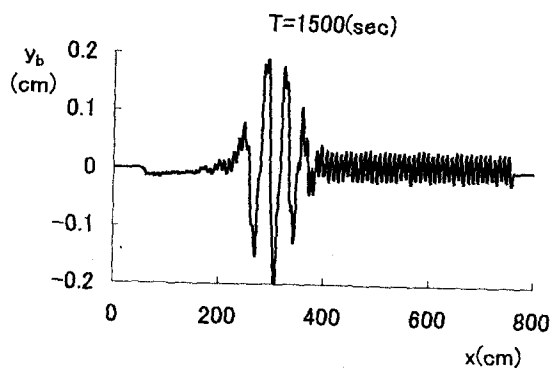
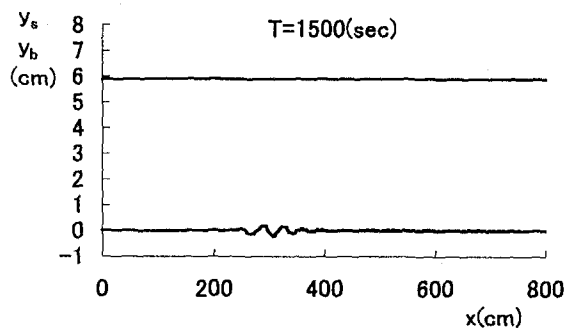
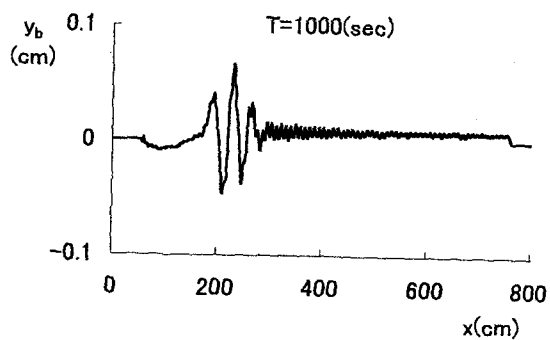
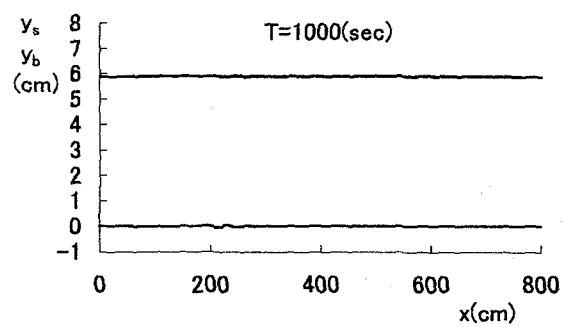


図-5(2) 河床波の発生・発達過程の計算結果

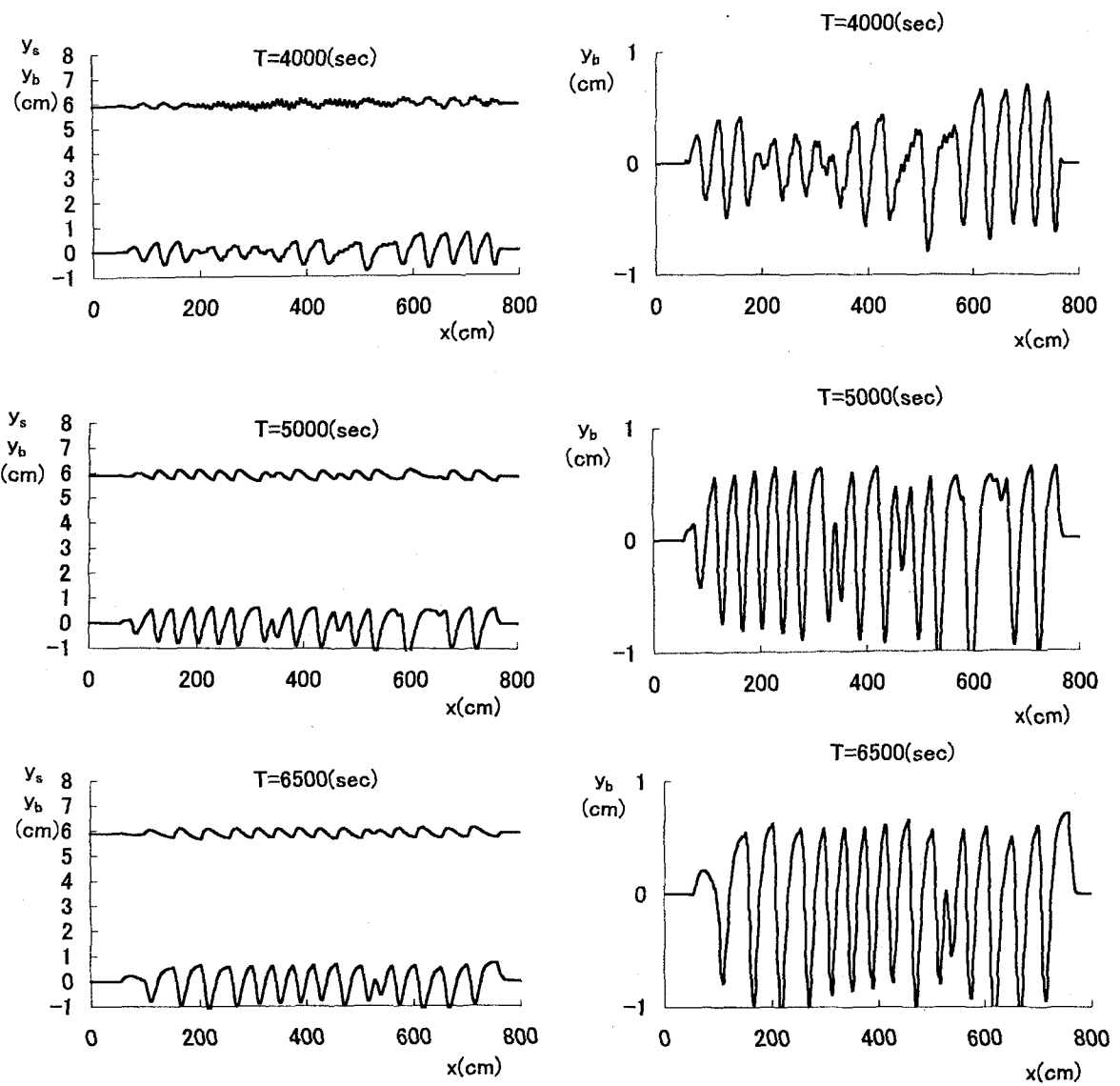


図-5(3) 河床波の発生・発達過程の計算結果

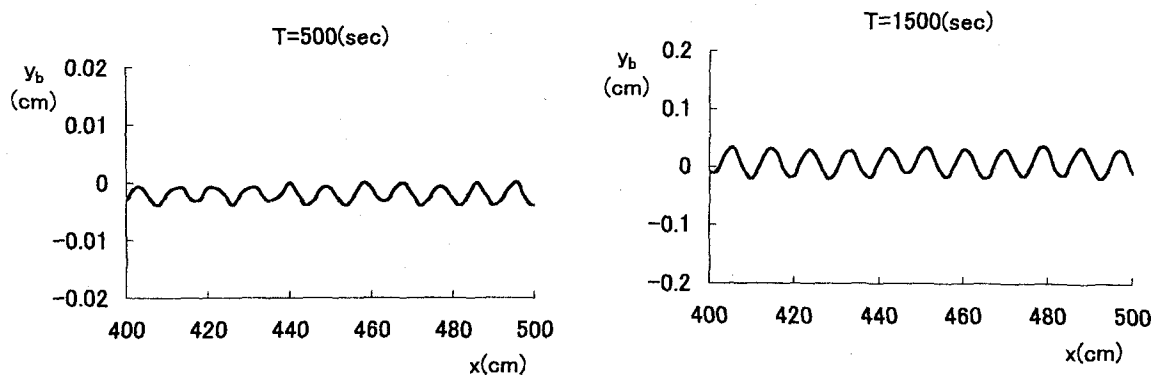


図-6 初期の水面の定在波に応答した河床波

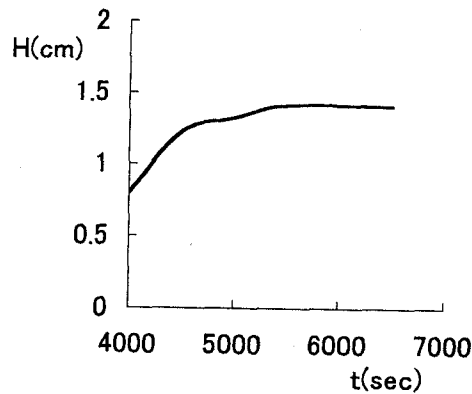
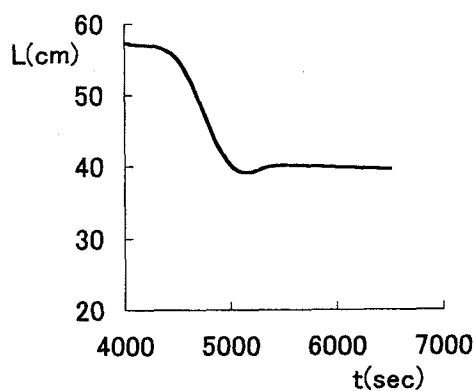


図-7 波長と波高の時間変化

と考えられる。また、下流側固定床境界での河床高に若干の差が見られる場合があるのは、下流側固定床部では砂粒が速やかに流送され、固定床高さを一定として計算しているためと考えられる。

500(sec)と1500(sec)の路床の4m-5m区間を拡大して示したのが図-6であり、波長約10cmの規則的な波が生じている。これは中川・辻本⁶⁾が指摘したように、河床波発生初期に生じる流れの定在波に応答した波と考えられる。

$x=200-600$ (cm) 区間の計算結果を用いて、波長(河床の極小値を示す座標間距離の平均値)と波高(極大値と極小値の差の平均値)の時間変化を図-7に示した。5000(sec.)より大きくなると波長、波高ともにほぼ平衡状態に達しており、波長は約40cm、波高は約1.4cmとなっている。砂堆の波長は多くの実験結果から水深の5倍程度と見積もられており、本解析の平均水深が5.8cmであることから、計算結果の波長は少し長い。

そこで、砂堆の平衡形状に及ぼすstep lengthの影響を考察するため、step lengthを100d, 150dとして計算した。その結果、波長に関して100dのとき36cm、150dのとき58cmとなり、平衡形状がstep lengthの影響を受ける結果が得られた。

5. おわりに

本研究において、水深積分モデルを用いて、少なくとも定性的には砂堆の発生・発達過程が再現できることを示した。

今後、広範囲の水理条件で計算を行い、従来の多くの研究成果と比較検討することにより、モデルの特性および適用性について検証して行きたい。

参考文献

- 1) Kennedy, J.F.: The mechanics of dunes and antidunes in erodible channels, J. Fluid Mech., Vol.16, Part4, pp.521-554, 1963.
- 2) Hayashi, T.: Formation of dunes and antidunes in open channels, Proc.ASCE, Vol. 96, HY2, pp.357-366, 1970.
- 3) Nakagawa, H. and Tsujimoto, T.: Sand bed instability due to load motion, Proc. ASCE, Vol. 106, HY12, pp.2029-2051, 1980.
- 4) 細田尚・村本嘉雄・宮本雅章：水深積分モデルによる波状路床上の流れの底面せん断応力解析，土木学会論文集，No.558／II-38，pp.81-89，1997.
- 5) 細田尚・多田章秀：鉛直加速度を考慮した基礎式系による開水路流れ定在波の水面形解析，水工学論文集，第38巻，pp.457-462，1994.
- 6) 中川博次・辻本哲郎：河床波スペクトルの形成に関する研究，土木学会論文報告集，第335号，pp.107-115，1983.

(1999. 9. 30受付)