

乱れ強さ非負条件を考慮した非線形 $k-\varepsilon$ モデル による立方体周辺の流れの三次元解析

NUMERICAL ANALYSIS OF FLOWS AROUND A CUBE
BY MEANS OF A NON-LINEAR $k-\varepsilon$ MODEL

木村 一郎¹・細田 尚²
Ichiro KIMURA and Takashi HOSODA

¹正会員 工博 四日市大学講師 環境情報学部環境情報学科 (〒512-8512 三重県四日市市萱生町1200)

²正会員 工博 京都大学助教授 工学研究科土木工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

The non-linear $k-\varepsilon$ model with the effect of the strain parameter and the rotation parameter is applied to 3-D calculation of the turbulent flow field around a surface-mounted cubic obstacle. In the construction of turbulence models, the condition of realizability is firstly considered in three types of basic flow patterns, namely, simple shear flow, flow around a saddle point and flow around a focal point. Numerical simulation is performed under the conditions of the laboratory test by Larousse et. al. The model performance is examined through the comparison of numerical and experimental results. The present model can reproduce the complex 3-D flow structures with separation and reattachment around a cube.

Key Words : 3D numerical model, RANS, non-linear $k-\varepsilon$ model, flow around a cube

1. はじめに

RANS型(レイノルズ平均型)の乱流モデルはDNS, LESに比べて計算機負荷が小さく, 工学的意義が高い。とりわけ $k-\varepsilon$ モデルに代表される二方程式モデルは精度と計算機負荷のバランスのとれた手法と位置づけられる。しかし, 初期の標準型線形 $k-\varepsilon$ モデルは, ①乱れの非等方性を再現できないこと, ②流れの衝突部付近では乱れエネルギーが過剰に生成されることなどの欠点を有する。①の点は構成則に非線形表現を導入した非線形(非等方) $k-\varepsilon$ モデルにより修正され, 第二種二次流等の非等方性が支配要因となる現象に対してもその適用性が検証されている¹⁾。②の欠点については, 乱れエネルギー生成項を修正する方法²⁾, C_μ をストレイン・パラメータ S , ローテーション・パラメータ Ω の関数で与える方法^{1,3)}などにより修正されることが指摘されている。

著者らは非線形 $k-\varepsilon$ モデルの河川工学への有用性に着目し, これまでに河川横流入部^{4,5)}, 複断面開水路流れ¹⁾, 角柱周辺の流れ^{6,7)}等への適用を行ってきた。これらの研究を通じて, 非定常な大規模渦運動を伴う流れ場の再現には C_μ を S, Ω の関数で与える必要があること^{5,6)}, 複断面開水路における断面内二次流を再現するためには, 三次の非線形項の導入が必要であること¹⁾などが指摘された。

従来型河川工法から多自然型工法への移行が進みつつ

ある昨今では, 河川工学の分野においてもより複雑な三次元乱流に対する知見が求められ, 数値解析モデルに対する要求も高度化しつつある。今回取り上げる立方体周辺の流れ場は, 前面のstagnation, 上部の剥離, 後方の循環流の形成や再付着等様々な特徴を有している³⁾。このため, 比較的単純な流路形状にもかかわらず極めて三次元的かつ複雑で, 乱れの非等方性も強い。これらの流れが再現できるモデルであれば, 河川構造物周辺等の複雑な三次元流に対しても適用可能となることが期待される。RANSモデルによるこの種の流れの解析としては, 例えば代数応力モデル⁸⁾, Multi Scaleモデル⁹⁾等によるものが報告されているが, さらに詳細な検討が必要と思われる。

本研究では, まず乱流モデルの構築を行うが, その際に考慮すべき点としてRealizability(乱れ強さ非負条件)がある。解析対象とする流れの特性を考慮して, 単純せん断流, 鞍形点周辺の流れ, 渦心点周辺の流れについて解析を行い, モデルの満たすべき条件について検討する。次に, Larousse et. al.¹⁰⁾の立方体周辺の流れに関する実験を対象に数値解析を実施し, モデルの妥当性を検証する。

2. 非線形 $k-\varepsilon$ モデルに関する考察

(1) 基礎式

$k-\varepsilon$ モデルの基礎式は, 連続式, 運動方程式, k -方程

式, ε -方程式から構成される. これらを以下に示す.

[連続式]

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

[運動方程式]

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial U_j U_i}{\partial x_j} = g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} \quad (2)$$

[k-方程式]

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial k U_j}{\partial x_j} = & -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \varepsilon \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\frac{D_i}{\sigma_k} + \nu \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

[ε -方程式]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon U_j}{\partial x_j} = & -C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\frac{D_i}{\sigma_\varepsilon} + \nu \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

ここに, x_i : 空間座標, t : 時間, U_i : 流速, p : 圧力, u_i : 乱れ速度, ν : 動粘性係数, ρ : 流体の密度, k : 乱れエネルギー, ε : 乱れエネルギー散逸率, D_i : 渦動粘性係数を表す. 添え字 i, j は 1, 2, 3 の値をとり (三次元計算の場合), それぞれ 1 は x 方向, 2 は y 方向, 3 は z 方向を表す. また, 添え字 i, j に関しては総和の規則を用いている. 式(3),(4)中のモデル定数については, 一般に $\sigma_k=1.0$, $\sigma_\varepsilon=1.3$, $C_{\varepsilon 1}=1.44$, $C_{\varepsilon 2}=1.92$ が用いられる.

(2) レイノルズ応力の表現

標準型線形 k - ε モデルでは, レイノルズ応力を次のように与える.

$$-\overline{u_i u_j} = D_i S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij}, \quad S_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}, \quad D_i = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (5)$$

線形モデルはレイノルズ応力の非等方性を表現できないため, 第二種二次流等の非等方性に起因する現象を再現できない. この欠点は, 非線形 k - ε モデルにより修正される. 二次の非線形項までを考慮した非線形モデルの構成則はYoshizawa¹¹⁾の表現によると次式で表される.

$$\begin{aligned} -\overline{u_i u_j} = & D_i S_{ij} \\ & - \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \frac{k}{\varepsilon} D_i \sum_{\beta=1}^3 C_\beta \left(S_{\beta j} - \frac{1}{3} S_{\beta \alpha \alpha} \delta_{ij} \right) \\ S_{ij} = & \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}, \quad D_i = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad S_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_r} \frac{\partial U_j}{\partial x_r}, \\ S_{2ij} = & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_r}{\partial x_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_r} + \frac{\partial U_r}{\partial x_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_r} \right), \quad S_{3ij} = \frac{\partial U_r}{\partial x_i} \frac{\partial U_r}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (6)$$

上式は, Pope¹²⁾および Gatski and Speziale¹³⁾の表現と等価である. 式(6)中の C_μ については定数 ($=0.09$) とするモデルが多いが, 次に示すストレイン・パラメータ S と

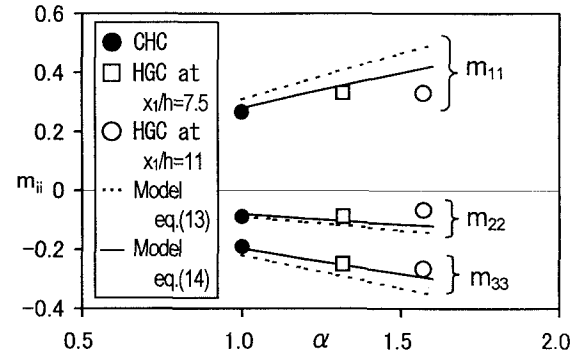


図-1 $C_1 \sim C_3$ に関する式(13)と式(14)の比較 (単純せん断流)

ローテーション・パラメータ Ω の関数となることが物質客観性の原理により示されている^{12,13)}.

$$S = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)^2}, \quad \Omega = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)^2} \quad (7)$$

$C_\mu(S, \Omega)$ の関数形については後に議論する.

(3) 非線形項の係数 C_1, C_2, C_3 に関する考察

式(6)中の係数 $C_1 \sim C_3$ について, 単純せん断流に関する既存の実験結果との比較を通じて検討を試みる. 対象とする実験は, Champagne et. al.¹⁴⁾ (以下CHCと略記) および Harris et. al.¹⁵⁾ (以下HGCと略記) である.

単純せん断流 $U_1=U_1(x_2)$, $U_2=U_3=0$ (速度勾配は dU_1/dx_2 (>0) のみが存在) の場合を考える. この場合,

$$S = \Omega = M = \frac{k}{\varepsilon} \frac{dU_1}{dx_2} \quad (8)$$

が成り立つ. ただし,

$$M = \max(S, \Omega) \quad (9)$$

とおいた. 次に, レイノルズ応力の対角成分を式(6), (8) より求めると次のようになる.

$$\frac{\overline{u_1 u_1}}{k} = \frac{2}{3} + C_\mu \frac{2C_1 - C_3}{3} M^2 \quad (10a)$$

$$\frac{\overline{u_2 u_2}}{k} = \frac{2}{3} + C_\mu \frac{2C_3 - C_1}{3} M^2 \quad (10b)$$

$$\frac{\overline{u_3 u_3}}{k} = \frac{2}{3} - C_\mu \frac{C_3 + C_1}{3} M^2 \quad (10c)$$

さらに, 次に示す非等方テンソルを導入する.

$$m_{ij} = \left[\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right] / k \quad (11)$$

一方, k 方程式中の乱れエネルギー生成項 Pro と散逸率 ε の比を α と定義する. α は次のように求まる.

$$\alpha = \frac{Pro}{\varepsilon} = -\frac{\overline{u_1 u_2}}{\varepsilon} \frac{dU_1}{dx_2} = C_\mu S^2 \quad (12)$$

著者らはこれまでの複断面開水路流れ¹⁾, 角柱周辺の流れ^{6,7)}等の解析を通じて, $C_1 \sim C_3$ に対して次のような定数を提案してきた.

$$C_1 = 0.4, \quad C_2 = 0, \quad C_3 = -0.13 \quad (13)$$

式(10), (11), (13)より求められる m_{11} , m_{22} , m_{33} を, 式(12)の

α に対してプロットしたものが図-1の破線である。図中の3種類の点は、実験結果 (CHC, HGC) を示している。これより、 α が1より大きくなるにつれて、実験結果との適合性が悪くなることがわかる。そこで、式(13)の各値に M の関数 $f_M(M)$ を乗じた次のような表現を導入する。

$$C_1 = 0.4f_M(M), \quad C_2 = 0, \quad C_3 = -0.13f_M(M) \quad (14a)$$

$f_M(M)$ の関数形は実験値(CHC, HGC)との適合性を考慮して、

$$f_M(M) = (1 + 0.01M^2)^{-1} \quad (14b)$$

とした。式(14a), (14b)を用いた場合の m と α の関係をプロットしたものが図-1の実線である。 α の大きい箇所において、実験値との適合性が向上していることがわかる。

(4) Realizabilityに関する検討

乱流モデルが満たすべき条件の一つとして、乱れ強度の各成分(すなわちレイノルズ応力の対角成分の符号を変えたもの)が非負であることが挙げられる。これはRealizabilityを満たすための条件の一つである。 C_μ の関数形を決定する上ではRealizabilityに留意する必要がある。本研究では簡単のために二次元流れ場を考え、単純せん断流、鞍形点周辺の流れ、渦心点周辺の流れの3通りの基本的流れ場についてRealizabilityを検討し、 C_μ の満たすべき条件を導出する。

a) 単純せん断流の場合

二次元単純せん断流 ($U_1=U_1(x_2)$, $U_2=0$) におけるレイノルズ応力の対角成分は、式(10a), (10b)で与えられる。したがって、満たすべき条件は次式となる。

$$\frac{\overline{u_1 u_1}}{k} = \frac{2}{3} + C_\mu \frac{2C_1 - C_3}{3} M^2 \geq 0 \quad (15a)$$

$$\frac{\overline{u_2 u_2}}{k} = \frac{2}{3} + C_\mu \frac{2C_3 - C_1}{3} M^2 \geq 0 \quad (15b)$$

C_1 , C_3 が式(14)で与えられるとき、(15a)は常に満たされる。また、式(15b)より、次の関係が得られる。

$$C_\mu \leq \frac{2}{(C_1 - 2C_3)M^2} = \frac{2}{0.66f_M(M)M^2} \quad (16)$$

b) 鞍形点周辺の流れの場合

二次元流速場を次のように記述する。

$$U_1 = \frac{dx_1}{dt} = ax_1 + bx_2 \quad (17a)$$

$$U_2 = \frac{dx_2}{dt} = cx_1 + dx_2 \quad (17b)$$

鞍形点の条件は、

$$ad - bc < 0 \quad (18)$$

で与えられる。また、連続式より、

$$\text{div} \mathbf{V} = a + d = 0 \quad (19)$$

が得られる。式(17)の固有値 λ , 固有ベクトル μ は、

$$\lambda = \pm \sqrt{a^2 + bc} \quad (20)$$

$$\mu_1 = \left[1/N_1, \frac{-1 + \sqrt{a^2 + bc}}{c} / N_1 \right] \quad (21a)$$

$$\mu_2 = \left[1/N_2, \frac{-1 - \sqrt{a^2 + bc}}{c} / N_2 \right] \quad (21b)$$

となる。ただし、

$$N_1 = \sqrt{\frac{2a^2 + c^2 + bc - 2a\sqrt{a^2 + bc}}{c^2}} \quad (22a)$$

$$N_2 = \sqrt{\frac{2a^2 + c^2 + bc + 2a\sqrt{a^2 + bc}}{c^2}} \quad (22b)$$

とおいた。 $a=0$ とおくと、2つのベクトルは x_1 軸を挟んで対称となり、 b , c の値によりベクトルの角度を任意に変化できる。以下、 $a=0$ の場合について解析を行う。

S および Ω を $a \sim d$ で表すと、

$$S = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{(b+c)^2}, \quad \Omega = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{(b-c)^2} \quad (23)$$

となる。式(18), 式(23)および $a=0$ を用いて、

$$bc = \frac{\varepsilon^2}{4k^2} (S^2 - \Omega^2) > 0 \quad (24)$$

となる。ここで、 $S \geq 0$, $\Omega \geq 0$ を考慮すると、

$$S > \Omega \quad (25)$$

が得られる。また、 $\overline{u_2 u_2}$ を S および Ω を用いて表すと、

$$\overline{u_2 u_2} = \frac{2}{3}k + \frac{1}{3}C_\mu k C_1 \left[\left\{ \frac{3}{4}(S \pm \Omega)^2 - \frac{1}{2}(S^2 + \Omega^2) \right\} + \frac{1}{4}C_2(S^2 - \Omega^2) + C_3 \left\{ (S^2 + \Omega^2) - \frac{3}{4}(S \pm \Omega)^2 \right\} \right] \quad (26)$$

となる。 $\overline{u_2 u_2} \geq 0$ を満たす条件を、式(26)の複号が正の場合と負の場合に分けて考える。

i) 符号が正の場合：式(26)は次のようになる。

$$\frac{\overline{u_2 u_2}}{k} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}C_\mu [E_1 S^2 + E_2 \Omega^2 + E_3 S\Omega] \geq 0 \quad (27)$$

$$E_1 = \frac{1}{4}(C_1 + C_2 + C_3), \quad E_2 = \frac{1}{4}(C_1 - C_2 + C_3)$$

$$E_3 = \frac{3}{2}(C_1 - C_3) \quad (28)$$

式(27), (28)に式(14)の $C_1 \sim C_3$ を代入すると、 S , Ω の値によらず、常に条件が満たされることがわかる。

ii) 符号が負の場合：式(26)は次のようになる。

$$\frac{\overline{u_2 u_2}}{k} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}C_\mu [E_1 S^2 + E_2 \Omega^2 - E_3 S\Omega] \geq 0 \quad (29)$$

ここで、次のような $f(S, \Omega)$ を導入する。

$$f(S, \Omega) = E_1 S^2 + E_2 \Omega^2 - E_3 S\Omega \quad (30)$$

$f(S, \Omega)/S^2 = 0$ となる Ω/S を求めると、

$$\frac{\Omega}{S} = \frac{E_3 \pm \sqrt{E_3^2 - 4E_1 E_2}}{2E_2} \quad (31)$$

となる。式(14)を式(30)に代入し、式(31)に適用すると、

$$\Omega/S = 0.085, 11.69 \quad (32)$$

となる。式(30)で、 Ω^2 の係数が $E_2 = (C_1 - C_2 + C_3)/4 > 0$ であることを考慮すると、次のようになる。

$$\begin{cases} \Omega/S \leq 0.085, 11.69 \leq \Omega/S \rightarrow f(S, \Omega) \geq 0 \\ 0.085 < \Omega/S < 11.69 \rightarrow f(S, \Omega) < 0 \end{cases} \quad (33)$$

・ $f(S, \Omega) \geq 0$ ($\Omega/S \leq 0.085$ or $11.69 \leq \Omega/S$) のとき式(29)の不等号は常に満たされる。

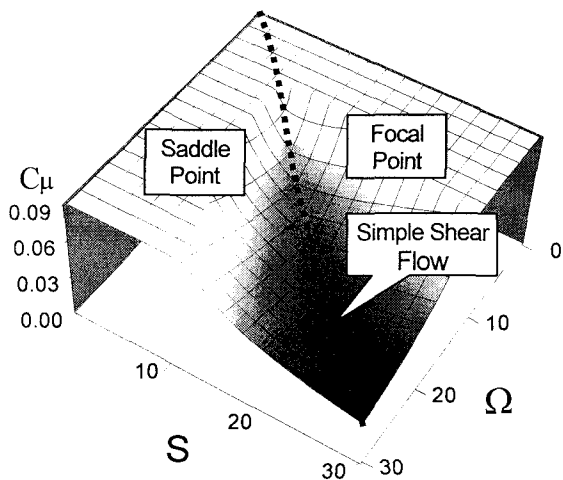


図-2 S- Ω 平面における C_μ のRealizability条件

・ $f(S, \Omega) < 0$ ($0.085 < \Omega/S < 11.69$) のとき

Realizabilityの条件は,

$$C_\mu \leq -\frac{2}{f(S, \Omega)} \quad (34)$$

となる。 $-f(S, \Omega)$ が最大値をとるときの条件を求める。 $M = \max(S, \Omega) = S$ ($\because$ 式(25)) を考慮して, $f(S, \Omega)$ を Ω で偏微分して0とおくと,

$$\frac{\partial f(S, \Omega)}{\partial \Omega} = 2E_2\Omega - E_3S = 0 \quad (35)$$

となる。これより,

$$\Omega = \frac{E_3}{2E_2} = 5.89S \quad (36)$$

が得られるが, 式(25)の範囲では, $\Omega \rightarrow S$ の極限において $-f(S, \Omega)$ が最大となる。このとき,

$$f(S, \Omega) = (-C_1 + 2C_3)M^2 \quad (37)$$

となり, 単純せん断流の場合の条件式(16)と一致する。

$\overline{u_1 u_1}$ に関する条件についても, 上述の $\overline{u_2 u_2}$ の場合と同様な結果が得られる。

c) 渦心点周辺の流れの場合

渦心点となるための条件は, 式(17)の固有値 λ が純虚数となることである。固有値 λ は,

$$\lambda^2 - (a+d)\lambda + ad - bc = 0 \quad (38)$$

より求められるので, 渦心点となる条件は次式となる。

$$a+d=0, \quad ad-bc > 0 \quad (39)$$

上式の第1式は連続の条件 ($\text{div} \mathbf{V} = 0$) と一致する。鞍形点の場合と同様に $a=0$ の場合について考えと, 式(39)は,

$$S < \Omega \quad (40)$$

の関係を与える。 $M = \max(S, \Omega) = \Omega$ ($\because$ 式(40)) を考慮して, $f(S, \Omega)$ を S で偏微分して0とおくと,

$$\frac{\partial f(S, \Omega)}{\partial S} = 2E_1S - E_3\Omega = 0 \quad (41)$$

となる。これより次式が得られる。

$$\Omega = \frac{2E_1}{E_3} = 0.170S \quad (42)$$

式(40)の範囲では $S \rightarrow \Omega$ の極限で $-f(S, \Omega)$ が最大となり,

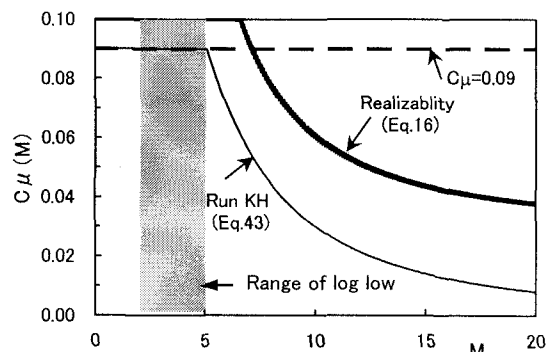


図-3 単純せん断流($S=\Omega=M$)におけるRealizability条件

この場合の C_μ の条件は単純せん断流の場合(式(16))と一致する。 $S < \Omega$ の範囲では式(34)の関係となる。

これまで求めてきた単純せん断流, 鞍形点, 渦心点におけるRealizabilityの条件を S - Ω 平面上にプロットしたものが図-2である。 C_μ はこの図中の値よりも小さくする必要がある。この図より C_μ を定数とするモデルでは S, Ω の大きい箇所でRealizabilityを満たさないことがわかる。また, M が等しい場合, $S=\Omega (=M)$ となる単純せん断流の場合に最も厳しい条件が課される。 $S=\Omega=M$ における関係を M - C_μ 平面上にプロットしたものが図-3の太線である。計算に用いる $C_\mu(M)$ の関数形としては, 図-3の条件を満たし, かつ後述のように対数則の領域で $C_\mu=0.09$ の一定値をとる次式を採用する。

$$C(M)_\mu = \min\left(0.09, \frac{0.3}{1+0.09M^2}\right) \quad (43)$$

式(43)の関係を図-3に細線で示した。なお, この関数形は著者らが角柱周辺の流れ解析⁶⁾に用いたものと同形である。

(5) 対数流速分布則と M の関係

対数流速分布則が成立する領域におけるストレイン・パラメータ, ローテーション・パラメータについて若干の検討を行う。滑面流れにおける対数流速分布則は,

$$\frac{U(y)}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + A_s, \quad y^+ = \frac{yU_*}{\nu} \quad (44)$$

で表わされる。ここに, U_* は摩擦速度であり, 開水路流れにおいては $\kappa=0.41$, $A_s=5.3$ である¹⁰⁾。さらに, k と ε については, 次の半理論式が提案されている¹⁶⁾。

$$\frac{k}{U_*^2} = 4.78 \exp\left(-2\frac{y}{h}\right), \quad \frac{\varepsilon h}{U_*^2} = 9.76 \frac{\exp(-3y/h)}{\sqrt{y/h}} \quad (45)$$

ここに, h は水深である。式(44), (45)から $M (=S=\Omega)$ と y/h の関係が次のように求まる。

$$M = 0.346 \frac{1}{\kappa} \sqrt{\frac{h}{y}} \exp\left(\frac{y}{h}\right) \quad (46)$$

図-4に式(46)の関係を示した。レイノルズ数が数千~数万程度の流れでは, 対数則の成立する領域の M の範囲は概ね2~5となる。図-3の式(43)の曲線(細線)に着目すると, $M=2 \sim 5$ では $C_\mu=0.09=\text{const.}$ となっている。従って, 本モデルは対数則の成立する流れでは C_μ は M に依存せず,

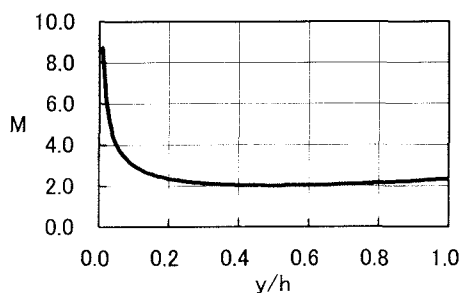


図-4 対数則と $M(=S=\Omega)$ の関係

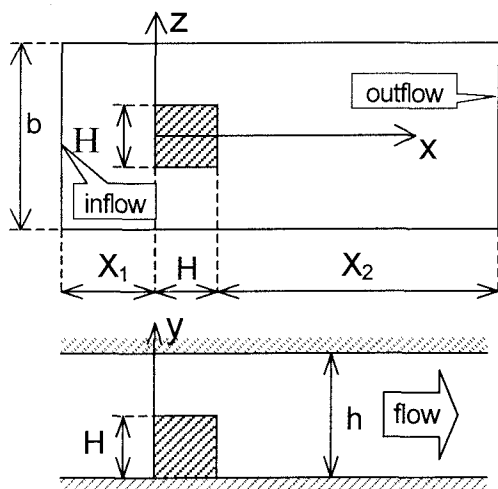


図-5 計算対象領域の平面図，立面図

表-1 数値計算における乱流モデル

Run	Constitutive equation	$C_1 \sim C_3$	C_μ
KH	Eq. (6)	Eq. (14)	Eq. (43)
ST	Eq. (5)	—	0.09
NL	Eq. (6)		0.09

一定値 (=0.09) をとることがわかる。

3. 立方体周辺の流れ場への適用

(1) 対象とする流れ場

乱流モデルの検証を行うため，実際に流れの数値計算を行う。対象とする実験はLarousse et. al.¹⁰⁾による立方体周辺の流れである。流れ場の平面図と立面図を図-5に示す。実験では $H=2.5\text{cm}$ ， $h=5\text{cm}$ となっている。またレイノルズ数は $Re=U_0 h/\nu=10^5$ (U_0 : 主流平均流速) である。

(2) 数値計算法の概要

数値解析法として，圧力， k および ε を立方体格子の中央で，流速ベクトルの成分を側面で定義するスタッガード格子の有限体積法を用いた。運動方程式の移流項にはQUICKスキームを用い， k および ε 方程式の移流項にはHybrid法を用いている。また，圧力は収束計算で求めている。計算格子は可変直交格子とし，格子数は x 方向が69， y 方向が26， z 方向が52である。計算の境界条件は，上流端では主流流速 U_0 を一様に与え，下流端

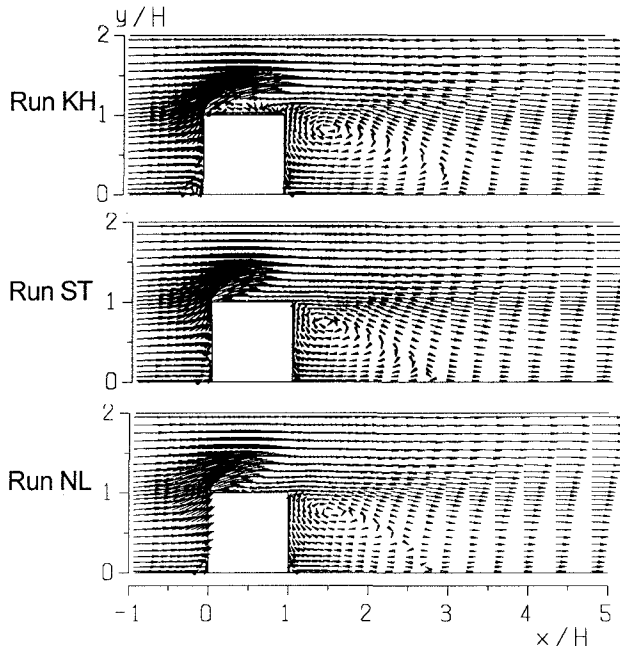
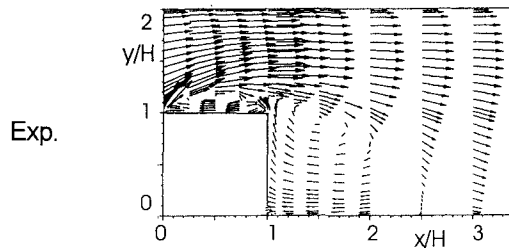


図-6 縦断面内の流況の比較 ($z/H=0$)

では勾配0の条件を用いている。壁面付近の条件としては，モデルの単純化のため， k と ε はWall Function法で与え，流速は対数則で評価した。

乱流モデルとしては，表-1に示すように3通りを用いた。すなわち，本研究で提案する非線形 k - ε モデル (Run KH)，標準型 k - ε モデル (Run ST)， $C_1 \sim C_3$ ， C_μ を定数とした非線形 k - ε モデル (Run NL) の3通りである。

(3) 数値計算結果の考察

図-6は， x 軸上の縦断面内における流況を，実験と計算とで比較したものである。実験結果では立方体下流側に循環流が形成され，再付着点は $x/H=3$ 付近となっている。また，立方体の上部にも流れの剥離に伴う循環流が形成されている。一方，計算結果では立方体上面の剥離が再現されているのはRun KHだけであり，他の2つのRunでは剥離していない。従来から指摘されているように， C_μ を定数としたモデルでは衝突部付近で k が過剰生成され，流れが過度に平均化される。Run KHでは k の過剰生成が抑制されていると考えられる。ただし，Run KHでは，立方体下流側の再付着点の位置が実験に比べて若干下流側に位置している。

図-7は，立方体の下流側の横断面内における流況を比較したもので， $x/H=1.75$ ， 5.3 の2断面について示している。 $x/H=1.75$ における実験結果には図の左下方に右回り

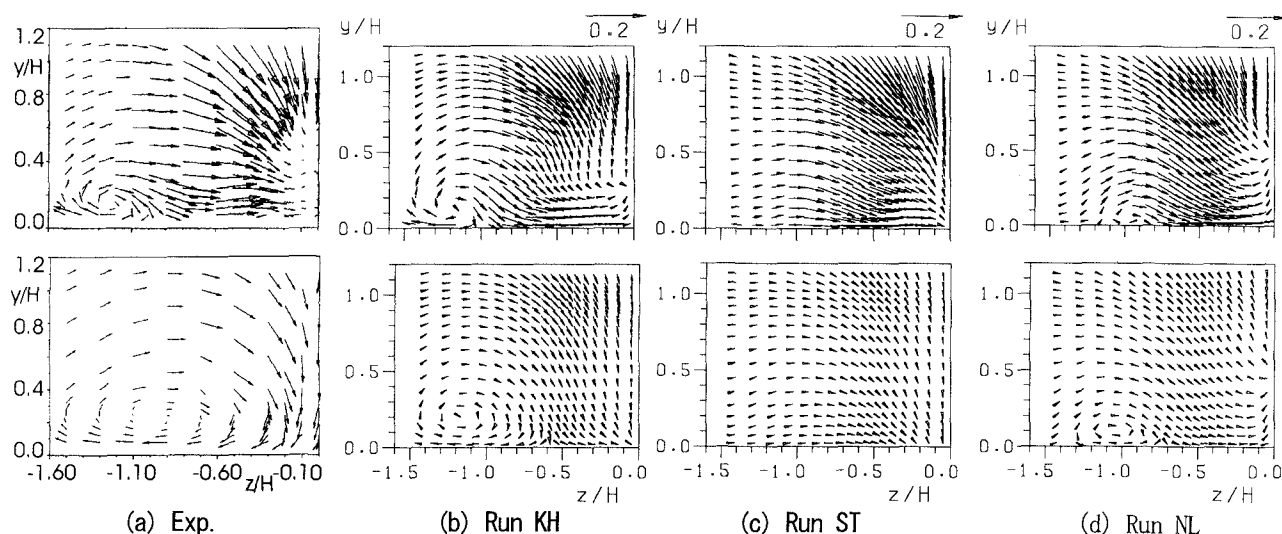


図-7 横断面内の流況の比較 (上: $x/H=1.75$, 下: $x/H=5.3$)

の渦が見られる。これは立方体上流側で形成される馬蹄渦によるものと考えられる。 $x/H=5.3$ の断面では、この渦が発達し、図の範囲のほぼ全域を占めるに至っている。一方計算結果をみると、Run STではこの渦が全く再現されていない。Run NLでは渦は再現されているものの、その規模は実験に比べてかなり小さい。Run KHでは $x/H=5.3$ における渦の規模が実験に比べて若干小さいものの、馬蹄渦の特性をほぼ再現している。

Run KHは他のRunと比較してはるかに良好な結果を与えているが、再付着点の位置等、実験との若干の相違点も指摘された。この原因の一つとして、剥離・再付着を伴う流れ場に対して簡易的に壁関数法を用いている点が挙げられる。より高い精度が要求される場合には、低レイノルズ数型モデルへの改良が必要と思われる。

4. 結 語

本研究は、Realizabilityを考慮した非線形 $k-\epsilon$ モデルの構築を行うと共に、このモデルにより立方体周辺の三次元流れ場の解析を試みたものである。この結果、本モデルが三次元性の強い流れ場に対しても適用できることが示され、河川構造物周辺等の複雑な流れへの適用可能性が示唆された。今後、低レイノルズ数型への改良を行い、モデルの精度を高めていきたい。

参考文献

- 1) Hosoda, T., Sakurai, S., Kimura, I. and Muramoto, Y.: Unsteady flows in compound open channels with horizontal vortices and secondary currents by means of non-linear $k-\epsilon$ model, Proc. of ISFMIM '98, Tainan, Taiwan, pp.355-362, 1998.
- 2) Kato, M. and Launder, B.E.: The modeling of turbulent flow around stationary and vibrating square cylinders, Proc. 9th Symp. on Turbulent Shear Flows, Kyoto, Vol.1, pp.P10.4.1-10.4.6, 1993.
- 3) 近藤宏二, 村上周三, 持田灯: 改良 $k-\epsilon$ モデルによる建物モデル周辺気流の数値計算, 第8回数値流体シンポジウム論文集, pp.363-366, 1994.
- 4) 木村一郎, 細田 尚, 村本嘉雄, 櫻井寿之: 開水路横流入部における渦運動の数値シミュレーション, 水工学論文集, 第41巻, pp.717-722, 1997.
- 5) Hosoda, T., Kimura, I. and Muramoto, Y.: Vortex formation processes in open channel flows with a side discharge by using the non-linear $k-\epsilon$ model, Proc. 11th Symposium on Turbulent Shear Flows, Grenoble, France, Vol.2, pp.19.1-19.6, 1997.
- 6) Kimura, I. and Hosoda, T.: 3-D flow structures around rectangular column in open channels by means of non-linear $k-\epsilon$ model, Proc. 1st Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena, Santa Barbara, pp.1001-1006, 1999.
- 7) 木村一郎, 細田尚: 非線形 $k-\epsilon$ モデルによる角柱周辺流れの3次元解析, 水工学論文集, 第43巻, pp.383-388, 1999.
- 8) Murakami, S., Mochida, A. and Ooka, R.: Numerical simulation of flowfield over surface-mounted cube with various second-closure models, Proc. 9th Symp. Turbulent Shear Flow, Kyoto, 13-5, 1993.
- 9) Zeidan, E. and Djalili, N.: Three-dimensional computation of separated flow around surface mounted prismatic obstacles with a multi-scale turbulence model, CFD Journal, vol.7, pp.27-41, 1998.
- 10) Larousse, A., Martinuzzi, R. and Tropea, C.: Flow around surface-mounted, three-dimensional obstacles, in F. Durst et al. (eds.), Turbulent Shear Flows 8 Springer, New York, pp.127-139, 1993.
- 11) Yoshizawa, A.: Statistical analysis of the deviation of the Reynolds stress from its eddy viscosity representation, Phys. Fluids Vol.27, pp.1377-1387, 1984.
- 12) Pope, S.B.: A more general effective viscosity hypothesis, J. Fluid Mech., Vol.72, pp.331-340, 1975.
- 13) Gatski, T.B. and Speziale, C.G.: On explicit algebraic stress models for complex turbulent flows, J. Fluid Mech., Vol.254, pp.59-78, 1993.
- 14) Champagne, F.H., Harris, V.G. and Corrsin, S.: Experiments on nearly homogeneous turbulent shear flow, J. Fluid Mech., Vol.41, pp.81-139, 1970.
- 15) Harris, V.G., Graham, J.A.H. and Corrsin, S.: Further experiments in nearly homogeneous turbulent shear flow, J. Fluid Mech., Vol.81, pp.657-687, 1977.
- 16) 瀬津家久, 中川博次: 修正 $k-\epsilon$ モデルによる開水路乱流の数値計算, 土木学会論文集, No. 387/II-8, pp.125-134, 1987.

(1999. 9. 30受付)