

3次元乱流モデルによる密度流の進入と 内部セイシュに関する数値計算

3-D NUMERICAL CALCULATION OF DENSITY FLOW FOR ADVANCE AND INNER SEICHE

赤堀良介¹・清水康行²・中山卓³

Ryosuke AKAHORI, Yasuyuki SHIMIZU and Suguru NAKAYAMA

¹ 学生員 北海道大学大学院工学研究科 (〒060 札幌市北区北13条西8丁目)

² 正会員 工博 北海道大学大学院工学研究科助教授 (〒060 札幌市北区北13条西8丁目)

³ 学生員 北海道大学大学院工学研究科 (〒060 札幌市北区北13条西8丁目)

In the stratified closed water systems such as bays, lakes, and river mouths flowing into sea, the unique phenomena caused by the density differences are observed. Numerical simulation is useful for investigating such phenomena and three-dimensional numerical models are required when it have occurred under the effects of changeable wind direction and complicated ground shape. In this paper, a three-dimensional numerical model which employs LES and CIP methods is proposed for the purpose of calculating incompressible density current. The model is cross-checked by the results of an experimental density flow in a flume, in which the movement of density front and internal seiche can be observed. The applicability of such a process is confirmed by the calculated results of migration of density front, vortexes behind it, diffusion of inner density boundary, and period of internal seiche.

Key words: 3D numerical calculation, density flow, CIP, LES.

1. はじめに

水温や塩分濃度の違いにより成層化した閉鎖性水域内では、気温の急激な変化による逆転層や、吹送流により引き起こされる青潮などといった特異な現象が観察される場合がある。またそれら成層化水域への洪水時の流入水や、河川河口部の海域との境界部における潮の干満やゲート操作に伴う塩水の遡上、流入によって、密度フロントが形成される事例も北海道東部の網走川河口に位置する網走湖などで報告されている¹⁾。

これら流体の密度差に起因した現象は、その周辺環境に与える影響も大きい場合が多く、問題の対策や予測に当たって異なった密度の流体が混在する水域特有の水理機構を理解していくことが非常に重要となる。これは水域内における水質問題が、汚染水域の形成やその水表面への発露、水域外への排出に際して、水循環の水理的なシステムと不可分な関係にある為である。

このような成層化水域や河川河口部で観察される密度流現象の理解の方法の一つとして、計算機による数値計算がある。数値計算においては、現象の発生している空間内の詳細な逐次的データが得られることから、実験や観測では得られない部分を補完する膨大な情報をもたらすことが期待される。これまでも成層化水域における水理学的問題への数値計算を用いた研究として、道奥ら²⁾による $k-\epsilon$ モデルでの半閉鎖水域の水理特性の研究、池永ら³⁾による多層のレベルモデルでの網走湖の密度界面の挙動の再現、細田ら⁴⁾による交換密度流の密度フロントの鉛直2次元流れの数値解析等が

発表されている。

筆者らも過去に CIP 法⁵⁾を用いた2次元非圧縮流体の密度流数値計算モデル⁶⁾の構築を行い、実験との比較においてモデルの妥当性を確認してきた。しかしながら実際の水域で現象が発生する場合は、地形による影響や上空の吹送方向の変化のためにその現象は3次元性を持った複雑なものとなり、鉛直2次元断面の数値計算からだけでは考察できない部分が多く、3次元数値計算モデルの構築が必要とされる。

そこで本研究では、非圧縮性流体における3次元密度流数値計算モデルを提案し、それにより行った計算と、同様の条件のもとで行われた実験との比較をすることによりモデルの妥当性を検証することとした。3次元において乱流を数値的に計算していく場合、乱流モデルを用いて計算格子より小さいスケールの渦をモデル化するか、もしくは計算格子を Kolmogoroff スケール以下として直接数値計算を行う必要があるが、今回は乱流モデルとして、非定常の流れを計算する場合に効果をもつ LES⁷⁾を用いた。また基礎式の運動方程式中の移流項の計算には CIP 法を用いることとした。CIP 法は、移流項における格子間の物理量のプロファイルを3次式を用いて補完する方法であり、一般的な風上差分と比較して物理量の分布を精度よく捉えることが可能であるため、本論のような密度流の数値計算においては結果の高精度化に有効であると思われる。

またさらに、そのモデルを用いた数値計算による結果を可視化し、グラフィカルに検討していくことで、今回の計算対象における密度流現象の3次元性について考

察を行う。

2. 基礎式と計算方法

LESによる三次元非圧縮流体の密度流の計算にあたって、以下のスマゴリンスキーモデルを用いた連続の式(1)と運動方程式(2)、密度の移流・拡散の方程式(3)⁸⁾を基礎式とする。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + H_i \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\bar{u}_j \partial \bar{\rho}}{\partial x_j} = -\frac{\partial h_j}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} \right) \quad (3)$$

また運動方程式(2)内の各文字は、次のように与えられる。

$$P = \bar{p} + \frac{2}{3}q, \quad H_i = -\frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\nu_e \bar{S}_{ij}) + g_i \quad (4)$$

$$\nu_e = \nu + \nu_t, \quad \nu_t = (C_s \Delta)^2 (2\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{1/2} \quad (5)$$

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (6)$$

$$h_j = -\alpha_t \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j}, \quad \alpha_t = \frac{\nu_t}{Pr_t} \quad (7)$$

ただし、計算格子は図-1 左上部に示される x, y, z 軸で定義される直交座標上にとるものとし、 t は時間、 $\bar{u}_i$ は流速、 x_i は座標軸、 g_i は各軸方向の重力加速度、 ν は動粘性係数、 α は拡散係数、 $\bar{p}$ は圧力の平均量、 $q = \nu_t^2 / (C_k \Delta)^2$ 、 $C_k = 0.094$ 、 $\bar{\rho}$ は密度の平均量、 C_s はモデル定数、 Pr_t はプラントル数、 $\Delta = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}$ である。

本論で提案されるモデルの特色の一つに CIP 法があげられる。その基本的な特色は、基礎式中の移流項計算において計算格子間の物理量の分布を3次方程式で補完する点、さらにその物理量の1階微分値も同様に移流していると考えerことで計算に必要とされる格子点の数を少数に留め、かつ高精度な解を得る点にある。本論における計算に当たっては CIP 法を導入するために、運動方程式(2)と密度の移流・拡散の方程式(3)の計算に分離解法を用いている。またブジネス近似⁹⁾を導入することで、密度の空間的な変化は浮力項にのみ作用すると考える事が出来るため、圧力項の解法を簡単な形とすることが可能となる。

ここで CIP 法の概要について、簡単のため一次元の波動方程式(8)を例にとりて説明する。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + V \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

これはある物理量 C が、そのままの分布形状を保ちながら流速 V によって x 軸上を運ばれていくことを示している。

このとき数値計算においては各格子点上の値しか知ることができないため、次の時刻のある点での C の値

を得るためには、現在の時刻における格子間の C のプロフィールを推定する必要がある。

ここでは式(9)によって表わされる三次曲線によって、それぞれの格子間のプロフィールを仮定する。

$$F_i(x) = a_i(x-x_i)^3 + b_i(x-x_i)^2 + C_i'(x-x_i) + C_i \quad (9)$$

ここで未知数は a_i, b_i, C_i' の3つである。CIP法では、まず各格子点で値が連続であるという条件と、その一階微分が連続という2つの条件式(10),(11)から式(12),(13)を得る。

$$F_i(x_{i-1}) = F_{i-1}(x_{i-1}) \quad (10)$$

$$dF_i(x_{i-1})/dx = dF_{i-1}(x_{i-1})/dx \quad (11)$$

$$a_i = \frac{C_i' + C_{i+1}'}{\delta x^2} - 2 \frac{C_{i+1} - C_i}{\delta x^3} \quad (12)$$

$$b_i = 3 \frac{C_{i-1} - C_i}{\delta x^2} + \frac{2C_i' + C_{i-1}'}{\delta x} \quad (13)$$

以上から a_i, b_i が C, C' によって決定されることがわかる。しかしこの2つの式だけでは3つの未知数を求めることができないため、もう一つ条件を与える必要がある。

そこで CIP 法では C_i の一階の空間微分の C_i' も同様に移流していると仮定することにより、(8)式において C が $C(x, t) = C(x - V\delta t, t - \delta t)$ を満たすように、(14)式において C' が $C'(x, t) = C'(x - V\delta t, t - \delta t)$ を満たすとする。

$$\frac{\partial C'}{\partial t} + V \frac{\partial C'}{\partial x} = 0 \quad (14)$$

ここで C, C' を既知数として与えると式(12),(13)より a_i, b_i が得られる。この a_i, b_i を用いて式(15)(16)から次の時刻の C^{new}, C'^{new} を求めていくこととする。

$$C_i^{new} = F_i(x_i - V\delta t) = [(a_i \xi + b_i)\xi + C_i']\xi + C_i \quad (15)$$

$$C_i'^{new} = \frac{F_i(x_i - V\delta t)}{dx} = (3a_i \xi + 2b_i)\xi + C_i' \quad (16)$$

ただし $\xi = (-V\delta t)$ である。

実際の計算にあたってはこれらの考え方を3次元化し、基礎式中の移流項について分離解法を用いて適用した。

次に分離解法の手順について述べる。下記の流れ図の中で、 u_i は各流速、 ρ は密度、肩文字 $n, n+1$ は時間ステップ、 $\hat{u}_i, \hat{\tilde{u}}_i, \hat{\rho}$ は、各ステップでの流速、密度の中間値を示している。まず式(2),(3)を差分化し、移流項とそれ以外の項に分離する。運動方程式(2)についてはさらに二段階分離解法によって、同一の時間ステップでの流速を、圧力項と粘性項とに分離して段階的に求める。この段階が下記の(a),(b)であり、この際圧力項の圧力 P の値は、連続式(1)を満足させるようにSOR法を用いてポアソン方程式を計算することによって求められる。この後、移流項の解をCIP法によって求め、次の時間ステップの流速と密度が得られる。これが(c)の段階

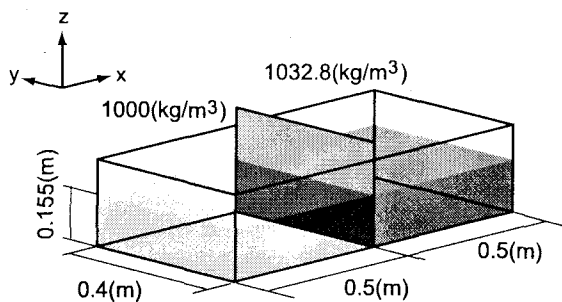


図-1 初期条件

である。これらの手順を繰り返す事により、逐次的に流速、密度を求めていく。

$$\begin{array}{ccccc}
 (a) & & (b) & & (c) \\
 u_i^n & \rightarrow & \hat{u}_i & \rightarrow & \tilde{u}_i \rightarrow u_i^{n+1} \\
 \rho^n & & & \rightarrow & \tilde{\rho} \rightarrow \rho^{n+1}
 \end{array}$$

(a) 非移流項 (圧力項)

(b) 非移流項 (粘性項・拡散項)

(c) 移流項 → CIP Method

なお境界条件であるが、底面と壁面において、対数則が成り立つとして流速を与えた。また水面は自由水面であるが、今回は水位の変化が十分に小さいと考えられるため、一定であると近似している。

3. 初期条件

計算と実験を行うにあたっての初期条件を図-1に示す。

長さ 1.0(m)、幅 0.4(m) の水槽を仕切り板によって分割し、水深 0.155(m) で左側には密度 $1000(\text{kg}/\text{m}^3)$ の液体、右側には密度 $1032.8(\text{kg}/\text{m}^3)$ の液体を満たす。時刻 0.0(sec) と同時にこの仕切り板は取り外され、液体は自由に移動できるようになる。

また実際の実験では、長さ 1.0(m)、高さ 0.3(m)、奥行き 0.4(m) の透明なアクリル水槽を中央で仕切り板によって分割し、水深 0.155(m) で、左側には密度 $1000.0(\text{kg}/\text{m}^3)$ の淡水、右側にはメチレンブルーによって着色された密度 $1032.8(\text{kg}/\text{m}^3)$ の塩水を満たすことで計算と同様の初期条件を得ている。実験開始と同時にこの仕切り板は取り外され、この様子をデジタルビデオカメラで撮影する。撮影した映像はコンピューターに取り込み静止画像化し、数値計算による計算結果との比較、検証に用いている。

また各変数はそれぞれ、 $\nu = 0.000001(\text{m}^2/\text{sec})$, $\alpha = 0.000002(\text{m}^2/\text{sec})$, $C_s = 0.1$, $Pr_t = 0.5$ とし、計算メッシュは x, y, z 軸方向にそれぞれ 100, 40, 15 とした。

4. 計算結果と実験との比較・画像からの考察

本モデルによる前述の条件による計算結果を、以下に可視化して示し、実験との比較を行う。

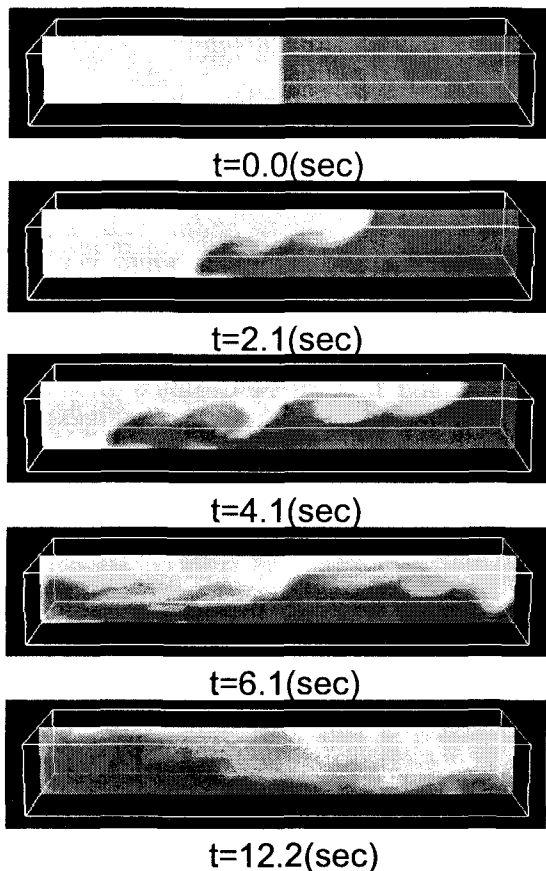


図-2 計算結果における水路中央の密度分布をグレースケールの濃淡により示した画像

図-2は計算結果における水路中央部の密度分布を、グレースケールの濃淡により示したものであり、色の濃い部分が密度の高い部分を表している。また図-3は、実験を水路側面横断方向からデジタルビデオにより撮影し、コンピューターに取り込み静止画像化したものである。実験において塩水はメチレンブルーにより青く着色されているため、図-3において密度の高い部分ほど色が濃く表されていると考えられる。

本論では、筆者らの2次元非圧縮流体密度流数値計算モデル⁵⁾を用いた研究と同様、図-2、図-3において画像の濃淡によって示される密度フロントの形状や形成の過程、内部界面の挙動を比較することで、モデルの妥当性を検討することとする。本来は内部の流速や密度分布を正確に計測した上で比較することが理想的ではあるが、流速や密度分布の詳細な計測は困難であり、可視化された計算結果と実験結果をもとに定性的な比較を行った。

両者の図を比較すると、密度フロントの進入過程と内部セイシュが計算において良好に再現されていることがわかる。特に計算開始直後の、フロント後方と中央部の2つのふくらみは、図-2の計算結果からせん断力による渦だと推測されるが、形状や進入の速度などほぼ一致しているといえる。その後境界面が流下方向に長く伸びていくに伴い、当初のフロント後方と中央の2つの大きな渦は中央に残され、新たなフロントとその後方の渦が形作られていく。計算結果では実験結果と比較して、密度分布がより鮮明に捉えられているが、全体的な密度分布の形状は良く再現されているといえる。またセイシュの周期も実験と計算でほぼ同様の結果が得ら

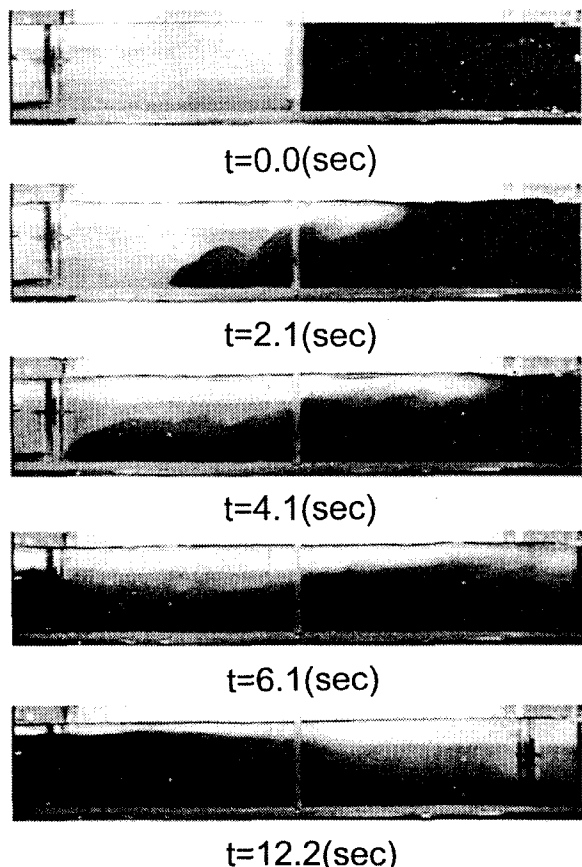


図-3 実験における水路側面横断方向からデジタルビデオにより撮影された画像 (着色された部分が塩水を示す)

れていることが分かる。

次に過去に行われた類似の実験と計算の結果とを比較する事で、今回提案されたモデルの有効性を検証する。今回のモデルを用いて、最初の計算から 2.0(cm) づつ水位を下げた初期条件での計算を 4 種類行い、フロント部における混合層厚、下層厚、Reynolds 数を、検討のためのデータとした。その他の初期条件はすべて同様である。

比較の対象には、筆者らの 2 次元モデルでも対象とした、第 1 章で述べた細田らの交換密度流の密度フロントの計算結果と、同研究で引用されている Simpson ら¹⁰⁾、および大久保¹¹⁾の実験結果を用いる事とする。これは過去の密度流数値計算モデルにおいて問題とされてきた密度界面の保存性について本モデルが有効であるかを、混合層の厚み (数値粘性による誤差が大きい場合、実験値と比較して過大に評価されると考えられる) によって確認するためである。実験条件や初期条件が今回行った計算とは異なるため厳密な比較を行う事はできないが、フロントの形状特性のおよその傾向は確認できると考えられる。

図-4 は混合層厚と Reynolds 数の関係を示したものである。ただし H は水深、 h_3 は混合層厚、 h_4 は下層厚であり、 $Re = u_2 R / \nu$ 、Okubo の実験においては R は下層流の径深、計算では $H/4$ として評価する。また u_2 はフロントの伝播速度である。

この図から、今回の計算結果は実験値と同様の分布を示しており、良好な結果を表しているといえる。

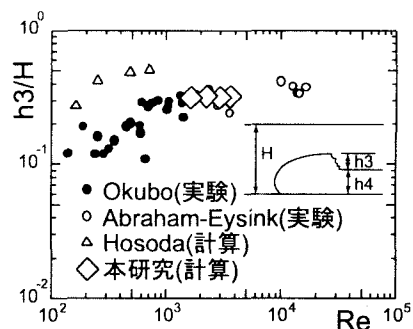


図-4 混合層厚と Reynolds 数の関係

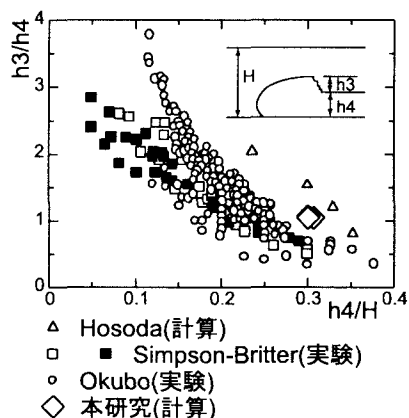


図-5 混合層厚と下層厚の関係

図-5 は混合層厚と下層厚の関係を示したものである。この図においても今回の計算値は実験値と比較的近いところに分布しているといえる。

また、フロントの移動速度に関して、大久保らの実験においても比較対象として用いられている Barr らの実験¹¹⁾と簡単に比較を行った。このとき T/T_Δ の値に 10 と 20 をとるため、水路の長さとおよその幅のみを、これまでの計算とは変更している。 $T/T_\Delta = 10$ のとき、 $Re=2906.25$ に対する L/H は、実験から得られた値約 4.5 に対して、本モデルによる計算値が 3.38 であり、 $T/T_\Delta = 20$ のときは、 $Re=2906.25$ に対する L/H は、実験から得られた値約 9.0 に対して、本モデルによる計算値が 6.93 となる。計算値はやや L/H が小さいが、オーダー的には比較的近い値となった。ただし、 L は初期隔壁位置から測ったフロント長、 T はこの延びに要する時間、 $T_\Delta = (H/g')^{1/2}$ 、 H は水深、 $g' = (\Delta\rho/\rho)g$ 、 $\Delta\rho$ は密度差、 g は重力加速度である。

以上より、同条件で行われた実験と計算結果との目視による比較と、過去の類似実験とのグラフによる比較から、本モデルの密度流計算における妥当性が確認できた。

図-6 は水路内、左右の液体密度の中間値である密度 $1016.4(\text{kg/m}^3)$ の等値面の、計算結果から得られた時間的な変化を示したものである。前述のように右側には塩水、左側には淡水が満たされている状況を想定している。また図中の白い点は水路中央の鉛直断面に置かれたトレーサである。

時刻 $t=0.0(\text{sec})$ に左右の液体間の拘束が外れると同時に、右側に満たされていた密度の高い液体が左側に潜りこんでいくことによって密度フロントが形成されて行く様子が確認できる。その後のフロントの進行過程を詳細に観察すると、時刻 $t=2.0(\text{sec})$ の画像からフロ

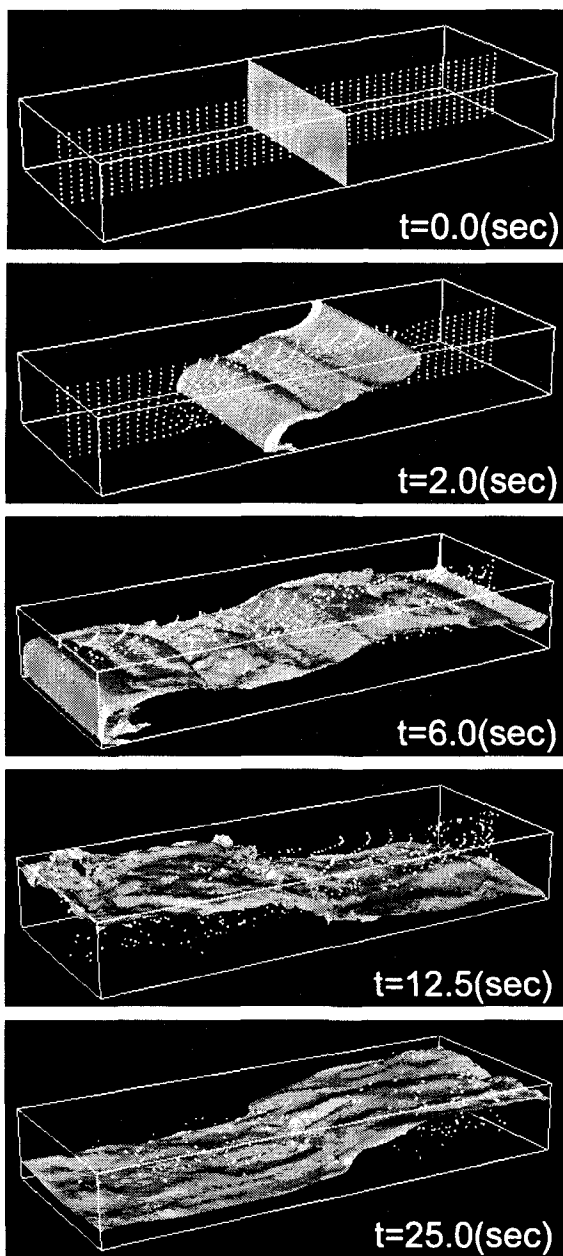


図-6 計算結果: 密度 $1016.4(\text{kg}/\text{m}^3)$ の等値面

ントの発達に伴い、等値面上のフロント後方と水路中央部に二つの大きな膨らみの発生が見られる。これは前述のように密度境界面に働くせん断力により発生した渦によるものと考えられ、図-3で示す実験から得られた画像からも確認できる。

密度フロントは時刻 $t=6.0(\text{sec})$ 程度で水路の左端に達し、時刻 $t=12.5(\text{sec})$ 前後で密度境界面の水位が水路左側で最も上昇する。その後水路内は緩やかに成層化し、フロントの形態は消滅して境界面の内部セイシュが開始される。この内部セイシュの周期は、計算開始からの一巡目が $25(\text{sec})$ 程度であり、上下層の厚さをそれぞれ $0.155/2(\text{m})$ とした場合の理論値である約 $18.2(\text{sec})^{12)}$ とは若干異なるものの、実験により観測された周期とはほぼ一致する。またフロントの左端到達以降の画像から、水路横断方向に向かう高周波が等値面に発生している様子が見られ、内部境界面の動きが、フロントの左端への衝突と前後して3次元性を帯びることが確認

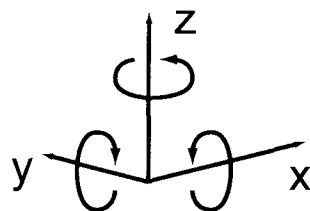


図-7 各軸方向の渦度の模式図

できる。

図-8、図-9、図-10は、それぞれ図-7によって示される x 、 y 、 z 軸方向周りの渦度の等値面と水路中央の鉛直断面上の密度分布を同時に示したものである。 x 軸は水路縦断方向、 y 軸は水路横断方向、 z 軸は垂直方向にとられており、密度フロントの進行に伴う密度界面のせん断力が y 軸周りに働くことから、流れの2次元性が強い場合は、図-9に示された y 軸周りの渦度が卓越する。逆に3次元性が強い場合は図-8、図-10に示された x 軸、 z 軸周りの渦度が発達すると考えることが出来る。

図-8に示された x 軸周りの渦度は、当初水路の壁近傍において発達を見せる。このときの様子が図中 $t=2.0(\text{sec})$ に示されている。密度フロントの進入過程の初期の段階では水路全体に鉛直断面に沿った2次元的な流れが卓越しているため、壁とのせん断力によってしか x 軸方向周りの渦度が発生していない。しかしながら $t=3.5(\text{sec})$ の画像を見ると、同 x 軸周りの渦度の発達が、徐々に水路内部に向かい3次元的に発達していく様子が確認できる。この渦度の等値面が、密度分布で示された水路中央部の渦に向かっていくことから、まず y 軸周りに発達した渦による巻き込みが、次第に x 軸周りの渦度を発生させていったのではないかと考えられる。その後の $t=9.0(\text{sec})$ の画像から、水路内の流れはフロントの左端到達に前後して、急速に3次元性を帯びていくことが観察される。これはフロントが左端の壁にぶつかり消滅することで、これまで流下方向に卓越していた流れのエネルギーが水路の両端よりの空間全体に拡散していくためであると考えられる。

図-9を見ると、ほぼ常に y 軸周りの渦度がその他の軸まわりの渦度に比較して卓越していることが分かる。フロントの進入に伴い密度境界面に働くせん断力が強く y 軸周りの渦度を発生させているためである。ただしフロントの左端到達時に他軸周りの渦度が水路内全体に拡散していくのに伴い、 y 軸周りの渦度はいったん急速に減少する。境界面水位が水路左側で最も高くなる直前には、最小となるが、塩水が右側に戻っていくときにはまた大きな発達が見られる。

図-10は z 軸周りの渦度を示しており、全体的な傾向は図-8の x 軸周りの渦度と同様、当初は壁近傍で発達し、フロント進入と共に徐々に水路内部にも発生、フロント到達前後で水路全体に3次元的に発達するというものである。ただし x 軸周りと異なり、 y 軸周りの渦の巻き込みによる影響を受けにくいので、 x 軸周りの渦度が3次元性を獲得していくタイミングと一歩遅れて、その渦度の影響を受けながら発達していくと考えられる。

5. まとめ

本論では、CIP法とLES乱流モデルを用いた3次元密度流数値計算モデルを構築し、同様の条件下で行われ

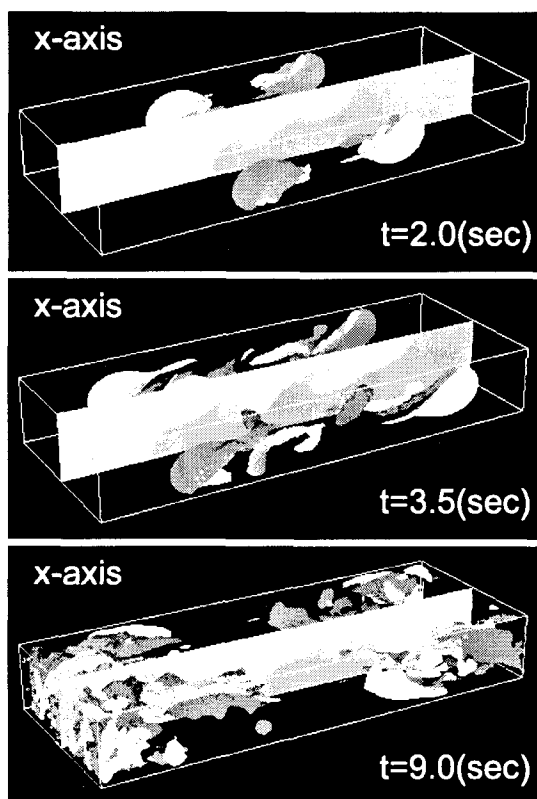


図-8 x 軸方向周りの渦度の等値面
濃: $2.0(1/sec)$, 淡: $-2.0(1/sec)$

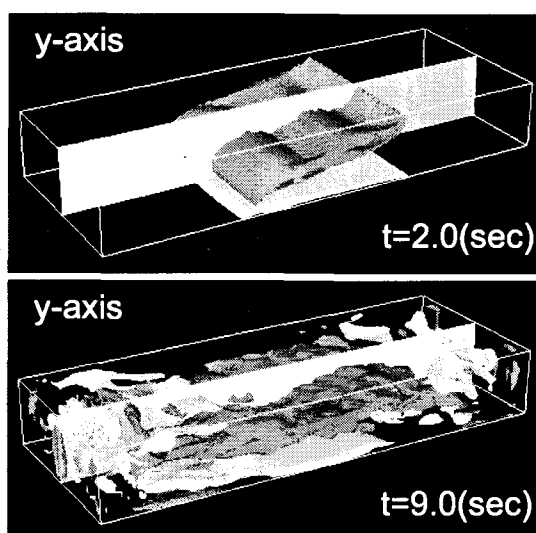


図-9 y 軸方向周りの渦度の等値面
濃: $3.0(1/sec)$, 淡: $-3.0(1/sec)$

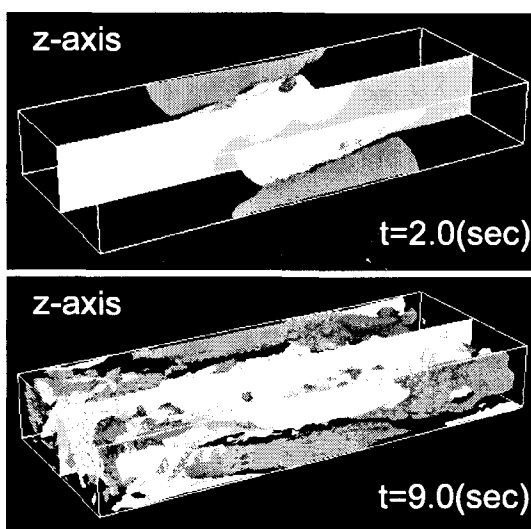


図-10 z 軸方向周りの渦度の等値面
濃: $2.0(1/sec)$, 淡: $-2.0(1/sec)$

た実験や、過去の類似の実験との比較を行うことでその妥当性を検証した。その結果、本モデルが高精度であることが確認された。また同モデルによる密度流の計算結果をグラフィカルに検討することで、密度フロントの進入および内部セイシュの3次元性を確認した。

以上より本モデルが今後の密度流現象の理解のための有効な手段となることが期待される。

参考文献

- 1) 池永 均, 向山公人, 大島伸介, 山田 正: 塩淡水成層を形成する汽水湖沼の長期的な界面変動予測手法の開発, 土木学会論文集, No.628/II-48, pp.77-96, 1999.
- 2) 道奥康次, 辻本剛三, 宮本仁志: 半閉鎖水域における風成密度流の水質交換特性, 水工学論文集, 第39巻, pp.805-810, 1995.
- 3) 池永 均, 山田 正, 内島邦秀, 向山公人, 平野道夫, 井出康朗: 網走湖における吹送流の発生と成層界面の挙動に関する研究, 水工学論文集, 第41巻, pp.481-488, 1997.
- 4) 細田 尚, 西澤賢太郎, 福住 晃, 大久保賢治, 村本嘉雄: 交換密度流に生じる内部波に関する数値解析的研究, 水工学論文集, 第40巻, pp.525-530, 1996.
- 5) Yabe, T and Aoki, T.: A universal solver for hyperbolic equations by cubic-polynomial interpolation I. One-dimensional solver, Comp. Phys. Comm., Vol.66, pp.219-232, 1991.
- 6) 赤堀良介, 清水康行, 中山 卓: 鉛直方向に密度境界面を持つ流体の混合に関する数値計算, 水工学論文集, 第43巻, pp.521-526, 1999.

- 7) 数値流体力学編集委員会 編: 乱流解析, 東京大学出版会, pp.67-118, 1995.
- 8) 大宮司久明, 三宅 裕, 吉澤 徹 編: 乱流の数値流体力学, 東京大学出版会, pp.412-422, 1998.
- 9) 河村 洋, 土方邦夫 編: 熱と流れのシミュレーション, 丸善株式会社, pp.47-48, 1995.
- 10) Simpson, J. E. and Britter, R.E.: The dynamics of the head of a gravity current advancing over a horizontal surface, J. Fluid Mech., Vol.94, pp.477-495, 1979.
- 11) 大久保賢治: 湖における吹送流と密度流の発生・流動機構に関する研究, 京都大学学位論文, 1988.
- 12) 平野道夫, 山田 正, 井出康朗: 網走湖における流動と成層界面の挙動に関する観測, 水工学論文集, 第35巻, pp.609-614, 1991.

(1999. 9. 30 受付)