

主流に対して角度を有する 横越流堰の流量係数

DISCHARGE COEFFICIENT OF OBLIQUE SIDE WEIRS

浦 勝¹・木田 宜慶²・秋山 壽一郎³・森山 宏孝⁴

Masaru URA, Yoshinori KITA, Juichiro AKIYAMA and Hiroataka MORIYAMA

¹正会員 工博 九州工業大学教授 工学部建設社会工学科 (〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町1-1)

²学生会員 九州工業大学大学院 工学研究科博士前期課程 (同上)

³正会員 Ph.D. 九州工業大学助教授 工学部建設社会工学科 (同上)

⁴非会員 工学部設計生産工学科 (同上)

An investigation of side-weirs, used as a diversion structures in rivers and canals, is presented. Most commonly, the side-weirs are aligned parallel to the direction of flow in the parent canal, giving an off-take angle, θ of 90 degrees. However, this study investigates performance of oblique side-weirs, that off-takes at an angle less than 90 degrees. Discharge coefficients for oblique weirs are obtained theoretically and experimentally as functions of off-take angle, θ , Froude number in the parent channel and weir geometry. It is found that a high value of discharge coefficient can be maintained when θ lies between 60 and 80 degrees. A side weir with θ equal to 70 degrees is selected for further study with improved frontal apron and approach wall. It is concluded that the value of discharge coefficient can be further increased for a wide range of high Froude numbers through these improvements.

Key Words : side-weir, oblique side-weir, discharge coefficient,

1. はじめに

都市内を流れる河川は流域内の開発が進められるに従って降雨の流出係数が大きくなり、ピーク流量が河道計画時点よりも大きくなっている。さらに最近、雨が局所的に短時間に多量に降る傾向にあり、都市河川の氾濫が多発している。この対策の1つとして洪水調節池がある。これは都市河川の河道拡幅が困難な場合に、それより上流において河道側方に横越流堰を設置し、流下能力を上まわる流量分を調節池に一時的に貯留し、減水期に河道に戻すものである。

一般に横越流堰は、堰の法線方向と河道主流方向となす角（これを堰角度 θ と呼ぶ）が 90° に設置される。河道側壁に設けられる横越流堰の流量算定式としてはDe Marchi¹⁾の式がある。この式に用いられる流量係数 C_M についてはSubramanya & Awasthy²⁾が系統的な実験を行い、堰上流端における主流のFroude数 F_1 の関数で表されることを示している。これによればFroude数が0.1から0.6に増加すれば流量係数は0.611から0.45に減少する。このことは河道の出水時は流量が増加しFroude数が増加するため洪水ピーク

時に越流量を確保することが難しく、かつ、越流堰を長くとらねばならなくなる。浦ら³⁾は側壁勾配 m を持つ台形断面水路に設けられた横越流堰に関して実験を行い、越流量算定式と流量係数について調べた。その結果、流量係数は堰上流端のFroude数の増加に伴い減少すること、その関係式が側壁勾配 m の関数として表されることを示し、 $m=0$ の矩形断面水路の場合はSubramanya & Awasthyの結果とほぼ一致することを示した。河道に設けられる横越流堰の流量係数が、主流のFroude数に依存することはSubramanya & Awasthyによれば堰を越流する流れが主流によって引きずられ斜めに流下し有効越流長が減少するためであるとした。

一方、越流状況の観察から、堰上流端における流れが側壁のため剥離していること、および堰下流端においては流れが側壁に衝突して越流を阻害していることがわかった。このことを考慮し、本研究では越流堰の堰角度 θ を 90° より小さくすることによって流量係数がどのように変化するかを調べ、堰角度 θ ごとに流量係数を定式化した。

さらに本研究では、Froude数のより広い範囲で流

量係数が高い値を持つための改良を行った。それは堰角度 70° の場合において、堰前面に斜面を取り付けること、および堰上流側の剥離を解消するために河道側壁を曲面とすることである。このことにより流量係数が大幅に改善することを示した。

2. 理論的考察

ここで考える横越流堰は水路床勾配 i_0 、水路幅 B の矩形断面水路の側壁に、図-1に示すように堰天端の法線方向が主流方向に対して角度 θ （本研究ではこれを堰角度と呼ぶ）を持つ横越流堰である。堰の上流端断面を①-①'、下流端断面を②-②'とし、①-②区間を堰区間長 L とする。横断面①-①'-①''を図-2に示す。堰高を w とする。堰角度 $\theta = 90^\circ$ の場合は①''が①'に一致し、図-1の①'-②'の部分に堰があることになり通常の横越流堰となる。

主水路の流下方向に x 軸をとり、 x における水深を y 、断面積を A 、径深を R 、流量を Q とする。堰区間の単位幅流出量を q とすると、連続の式は次式となる。

$$-dQ/dx = q \quad (1)$$

水路床に沿う比エネルギーを E で表す。

$$E = y + \frac{Q^2}{2gB^2y^2} \quad (2)$$

堰区間①-②に運動量の定理を適用すると、横越流を伴う場合の水面形方程式が得られる。

$$\frac{dy}{dx} = \frac{i_0 - \frac{Q^2}{C_h^2 R A^2} + \frac{\beta Q q}{g A^2}}{1 - \frac{\beta Q^2 B}{g A^3}} \quad (3)$$

ただし、 C_h は Chézy の流速係数、 β は運動量補正係数である。上式において、水路床勾配 i_0 がそれほど急でない場合は分子の第1項と第2項はほぼ等しい。さらに矩形断面水路を考えて、 $\beta = 1.0$ と近似すると、式(3)は次のように簡略化される。

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Q q y}{g B^2 y^3 - Q^2} \quad (4)$$

次に堰区間の単位幅越流量 q について考える。堰角度 θ をもつ堰に接近する流れは、図-3に示すように主流速 u に引きずられるため図中の③点において堰角度 θ とは異なり、主流方向と角度 φ をなす v_j と仮定する。すなわち

$$\cos \varphi = u / v_j \quad (5)$$

主流と分かれた流れはその角度 φ を保持し、堰上の点④を流速 v_k で越流するとする。この v_k の大きさは③点で持つ比エネルギーの一部によって決定されるとして次のようにおく。

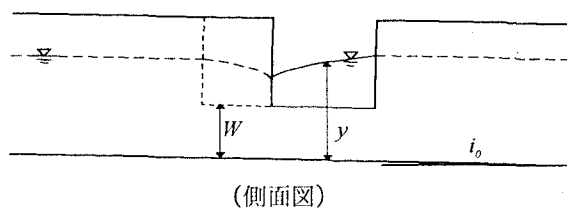


図-1 堰角度 θ の横越流堰(平面図)

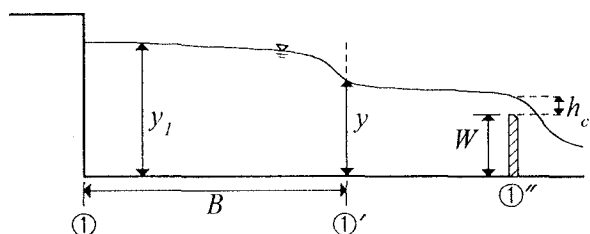


図-2 横断面図(図-1の断面①-①'-①'')

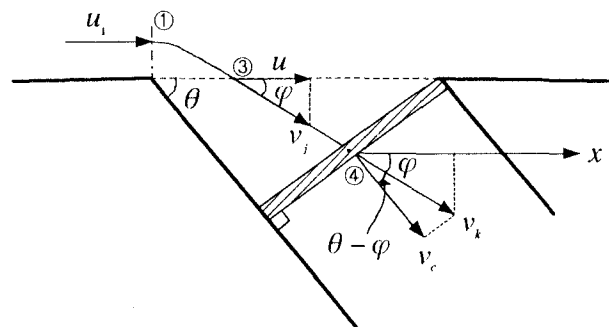


図-3 堰近傍の流速と流向

$$y + \frac{\alpha_0 u^2}{2g} = h_c + w + \frac{v_k^2}{2g} \quad (6)$$

ここに α_0 は主流の流速水頭の寄与率、 w は堰高、 h_c は越流水深である。堰上では限界流となるとして

$$v_k^2 / g h_c = 1.0 \quad (7)$$

の条件を式(6)に用いると

$$h_c = \frac{2}{3} \left(y - w + \frac{\alpha_0 u^2}{2g} \right) \quad (8)$$

$$v_k^2 = \frac{2}{3} g \left(y - w + \frac{\alpha_0 u^2}{2g} \right) \quad (9)$$

が得られる。堰角度 θ の法線方向の流速成分 v_c は

$$v_c = v_k \cos(\theta - \varphi) \quad (10)$$

と表されるから堰区間の単位幅流量 q は流量係数を C として

$$q dx = C v_c h_c dx \sin \theta \quad (11)$$

となる.式(11)に式(8),(9),(10)を代入すると

$$q = C v_k h_c \cos(\theta - \varphi) \sin \theta$$

$$= C \sqrt{\frac{2}{3} g \left(y - W + \frac{\alpha_0 u^2}{2g} \right)} \cdot \frac{2}{3} \left(y - W + \frac{\alpha_0 u^2}{2g} \right) \cos(\theta - \varphi) \sin \theta$$

$$= \frac{2}{3} \sqrt{2g} (y - W)^{\frac{3}{2}} \frac{C}{\sqrt{3}} \left[1 + \frac{\alpha_0 u^2}{2g(y - W)} \right]^{\frac{3}{2}} \cos(\theta - \varphi) \sin \theta \quad (12)$$

が得られる.ここで上式において

$$C_M = \frac{C}{\sqrt{3}} \left[1 + \frac{\alpha_0 u^2}{2g(y - W)} \right]^{\frac{3}{2}} \cos(\theta - \varphi) \sin \theta \quad (13)$$

とおけば,式(12)は形式的に次式で表される.

$$q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} (y - W)^{\frac{3}{2}} C_M \quad (14)$$

式(4)に式(2),(14)を代入すると次式を得る.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4}{3} \frac{C_M}{B} \frac{\sqrt{(E - y)(y - W)^3}}{3y - 2E} \quad (15)$$

ここで, C_M を x に関して一定とおけば,式(15)が断面①-②間で積分可能であり,次式を得る¹⁾.

$$x_2 - x_1 = L = \frac{3}{2} \frac{C_M}{B} (\phi_2 - \phi_1) \quad (16)$$

$$\phi_i(y_i, E_i) = \frac{2E_i - 3W}{E_i - W} \sqrt{\frac{E_i - y_i}{y_i - W}} - 3 \tan^{-1} \sqrt{\frac{E_i - y_i}{y_i - W}} \quad (17)$$

ここに, $i=1,2$ は断面①, ②における値を示す.式(16),(17)はDe-Marchiの式と呼ばれる²⁾.

本研究では堰角度 θ をもつ横越流堰であり,流量係数 C_M は式(13)で規定されることが予想される.これを次章で示す方法で実験的に調べたが,いまだし理論的考察を行っておく.

式(13)において $\left[\right]$ 内の項を次のように表示する.

$$\left[1 + \frac{\alpha_0 u^2}{2g(y - W)} \right]^{\frac{3}{2}} = \left[1 + \frac{\alpha F_1^2}{2(1 - \eta)} \right]^{\frac{3}{2}} \quad (18)$$

ここに

$$F_1^2 = u_1^2 / g y_1 = Q_1^2 / g B^2 y_1^2 \quad (19)$$

$$\eta = W / y_1 \quad (20)$$

$$\gamma = u / u_1 \quad (21)$$

$$\alpha = \alpha_0 \gamma^2 \cdot (1 - \eta) / (\gamma / y_1 - \eta) \quad (22)$$

とした.式(13)中の角度 φ は式(5)で定義したが,これを次のように推定する.すなわち越流する流れが主流から分かれる直前において図-3の①点と③点の比エネルギーが等しいとして

$$y_1 + \frac{u_1^2}{2g} = y + \frac{v_j^2}{2g} \quad (23)$$

とおく.流れが分かれるときは③点において支配断面となると考えると

$$v_j^2 / g y = 1.0 \quad (24)$$

とおける.これを式(23)に代入すると次式を得る.

$$v_j^2 = \frac{2}{3} g \left(y_1 + \frac{u^2}{v_j^2} \right) \quad (25)$$

式(5)に式(25)を代入して, $\cos \varphi$ は

$$\cos \varphi = \frac{u}{v_j} = \left(\frac{u^2}{v_j^2} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{u^2}}{\sqrt{\frac{2}{3} g \left(y_1 + \frac{u^2}{2g} \right)}}$$

$$= \sqrt{\frac{3\gamma^2 F_1^2}{2 + F_1^2}} \quad (26)$$

となる.よって,式(13)は $C = 1.06$ とすると

$$C_M = 0.611 \left[1 + \frac{\alpha F_1^2}{2(1 - \eta)} \right]^{\frac{3}{2}} \left(\cos \theta \sqrt{\frac{3\gamma^2 F_1^2}{2 + F_1^2}} \right. \\ \left. + \sin \theta \sqrt{1 - \frac{3\gamma^2 F_1^2}{2 + F_1^2}} \right) \sin \theta \quad (27)$$

と表せる.上式において $\left[1 + \frac{\alpha F_1^2}{2(1 - \eta)} \right]^{\frac{3}{2}}$ 内の第2項は接近流速の影響を表している.これが堰角度,前面形状などにより,無視できる場合には式(27)は次式

$$C_M = 0.611 \left(\cos \theta \sqrt{\frac{3\gamma^2 F_1^2}{2 + F_1^2}} + \sin \theta \sqrt{1 - \frac{3\gamma^2 F_1^2}{2 + F_1^2}} \right) \sin \theta \quad (28)$$

に近似できる.さらに式(28)において $\theta = 90^\circ$ のとき, $\cos \theta = \cos 90^\circ = 0$, $\sin \theta = \sin 90^\circ = 1$ より

$$C_M = 0.611 \cos(\theta - \varphi) \sin \theta = 0.611 \sqrt{1 - \frac{3\gamma^2 F_1^2}{2 + F_1^2}} \quad (29)$$

となり, $\gamma = 1.0$ とおけば Subramanya & Awasthy²⁾ の式と一致する.

3. 実験装置および実験方法

本実験に用いた水路は長さ600cm,水路の底面幅 $B = 11.5\text{cm}$,深さ25cm,水路床勾配 $i_0 = 1/833$ の矩形断面水路である.図-1に示したように,水路の上流より $x = 350\text{cm}$ の地点を断面①とし,これより下流に堰区間 $L = 15\text{cm}$ をとり,これを断面②とした.断面①-②の水路右岸側に堰角度 θ を持つよう越流堰を設置した. θ を $40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ, 90^\circ$ の6段階に変えた.越流堰は刃型堰で高さ $W = 3\text{cm}$,長さは $L \sin \theta$ である.それぞれの θ に対しては堰上流端水深を $y_1 = 5.0, 7.0, 9.0\text{cm}$, 堰上流端Froude数 $F_1 = 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$ と系統的に変化させた.堰始端および堰終端の水深 y_1, y_2 は超音波変位計を用いて測定した.堰上流

端流量 Q_1 は四角堰を越える越流水深をもとに、堰下流端流量 Q_2 は量水柵の水位上昇速度を容量式波高計を用いることで算出した。越流量 Q_w は $Q_w = Q_1 - Q_2$ として求めた。

実験の種類は図-1に示すように堰角度 θ を変えた場合をTypeAとよぶ。また第5章で示すように $\theta = 70^\circ$ のときに堰前面に斜面を取り付けた場合をTypeFとよび、さらにTypeFの 70° の堰上流側側壁を曲面とした場合をTypeGとする。

4. 実験結果

表-1にTypeAの場合の $\theta = 70^\circ, 90^\circ$ およびTypeFの 70° 、TypeGの場合の 70° の実験結果を示す。TypeAの $\theta = 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 80^\circ$ に関しても同様な結果を得た。まず、TypeAの場合の流量係数 C_M とFroude数 F_1 の関係を堰角度 θ ごとに図-4に示した。同図には相

表-1 水理諸量

θ ($^\circ$)	y_1 (cm)	y_2 (cm)	Q_1 (cc/s)	Q_2 (cc/s)	Q_w (cc/s)	F_1	C_M
90 TypeA	5.01	5.24	1600	792	808	0.397	0.545
	5.00	5.26	2060	1216	844	0.512	0.483
	5.01	5.37	2437	1605	832	0.604	0.428
	5.02	5.50	2823	1976	847	0.698	0.425
	4.99	5.74	3219	2348	871	0.802	0.383
	7.02	7.32	2658	499	2159	0.397	0.528
	7.02	7.46	3355	1210	2145	0.502	0.480
	7.03	7.61	3991	1847	2144	0.595	0.435
	7.00	7.81	4666	2384	2282	0.701	0.416
	6.99	7.99	5325	3100	2225	0.801	0.350
	9.01	9.49	4860	1040	3820	0.499	0.481
	9.00	9.74	5877	2181	3696	0.604	0.422
	9.00	10.01	6827	2990	3837	0.702	0.395
	8.99	10.23	7809	4082	3727	0.805	0.331
70 TypeA	4.99	5.21	1612	734	878	0.402	0.585
	4.98	5.25	2034	1099	935	0.508	0.542
	4.98	5.36	2433	1418	1015	0.608	0.518
	5.01	5.60	2811	1688	1123	0.697	0.528
	5.00	5.79	3214	2029	1185	0.799	0.483
	7.01	7.28	2687	418	2269	0.403	0.554
	7.00	7.40	3292	987	2305	0.493	0.521
	6.98	7.59	3989	1647	2342	0.601	0.481
	6.99	7.84	4686	2217	2469	0.704	0.450
	6.99	8.10	5353	2813	2540	0.804	0.405
	9.01	9.46	4834	871	3963	0.497	0.501
	9.00	9.58	5828	1811	4017	0.600	0.456
	8.98	9.83	6820	2721	4099	0.703	0.413
	9.01	10.16	7801	3778	4023	0.802	0.359
70 TypeF	4.99	5.24	1582	575	1007	0.395	0.681
	5.01	5.38	2007	852	1155	0.493	0.699
	5.00	5.45	2392	1141	1251	0.594	0.661
	5.01	5.63	2797	1423	1374	0.693	0.636
	5.01	5.81	3208	1751	1457	0.796	0.573
	7.00	7.45	3299	637	2662	0.495	0.610
	6.99	7.61	3990	1213	2777	0.599	0.571
	6.99	7.81	4664	1753	2911	0.701	0.530
	7.00	8.15	5353	2457	2896	0.804	0.465
	9.00	9.68	5840	1268	4572	0.601	0.530
	9.00	10.02	6792	1979	4813	0.700	0.506
	9.02	10.29	7776	2873	4903	0.799	0.449

70 TypeG	4.99	5.33	1616	615	1001	0.403	0.693
	4.99	5.46	2021	888	1133	0.503	0.717
	5.01	5.65	2409	1082	1327	0.597	0.750
	5.00	5.78	2820	1264	1556	0.700	0.753
	5.01	5.97	3208	1400	1808	0.796	0.739
	7.00	7.52	3325	395	2930	0.499	0.671
	7.00	7.70	3993	856	3137	0.598	0.653
	7.00	7.94	4655	1272	3383	0.698	0.632
	6.99	8.09	5299	1747	3552	0.797	0.578
	9.01	9.85	5841	618	5223	0.600	0.615
	8.99	10.11	6807	1309	5498	0.702	0.588
	8.99	10.46	7815	1844	5971	0.805	0.566

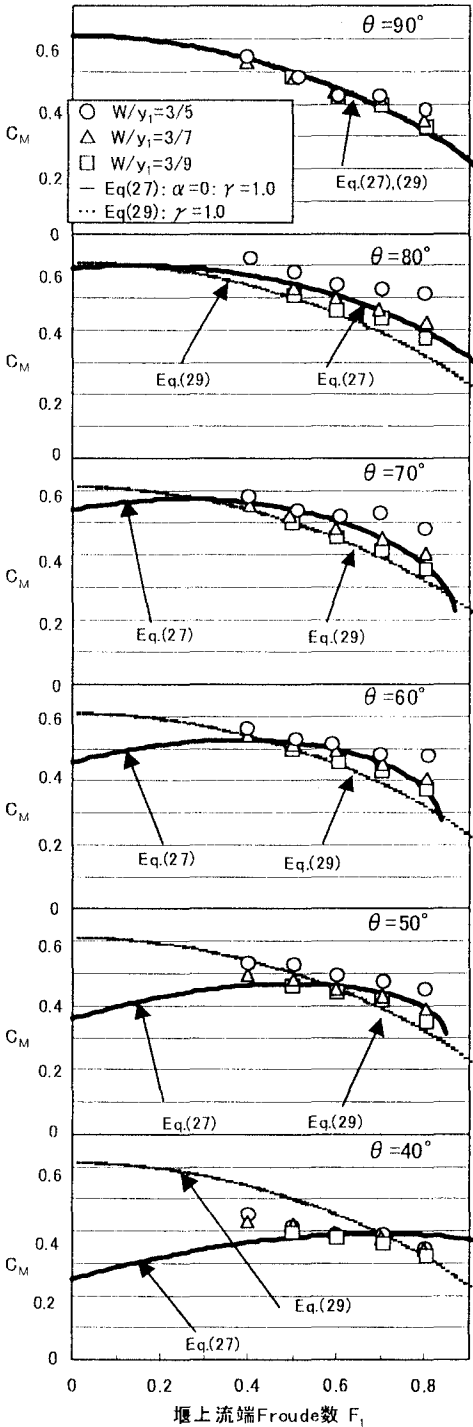


図-4 TypeAにおける堰上流端Froude数 F_1 と流量係数 C_M の関係

対堰高 W/y_1 をパラメータとして記号を変えて示している。

図中の太実線はいずれも式(27)において $\alpha=0, \gamma=1.0$ としたものである。図中の細線は $\theta=90^\circ$ の式(29)において $\gamma=1.0$ とした Subramanya & Awasthy²⁾ の式である。比較のために式(29)は全ての θ の曲線に記入した。同図より流量係数の実験値は $\theta=90^\circ$ のとき、 W/y_1 による差は認められず、いずれも $\alpha=0, \gamma=1.0$ とした式(27)でほぼ近似される。 θ が 90° より小さくなると、図中○印で示した $W/y_1=3/5$ の実験値が $W/y_1=3/7, 3/9$ に比べて大きくなる。これは越流水深 $(y-W)$ が2cmと小さく粘性と表面張力の影響が考えられる。 $\theta=90^\circ \sim 60^\circ$ までは、 $\alpha=0$ のまま γ を適当に選べばより適合度は高くなるが、 $\theta=50^\circ$ 以下では、接近流速水頭の効果が大きくなり、 α を評価しなければならなくなる。

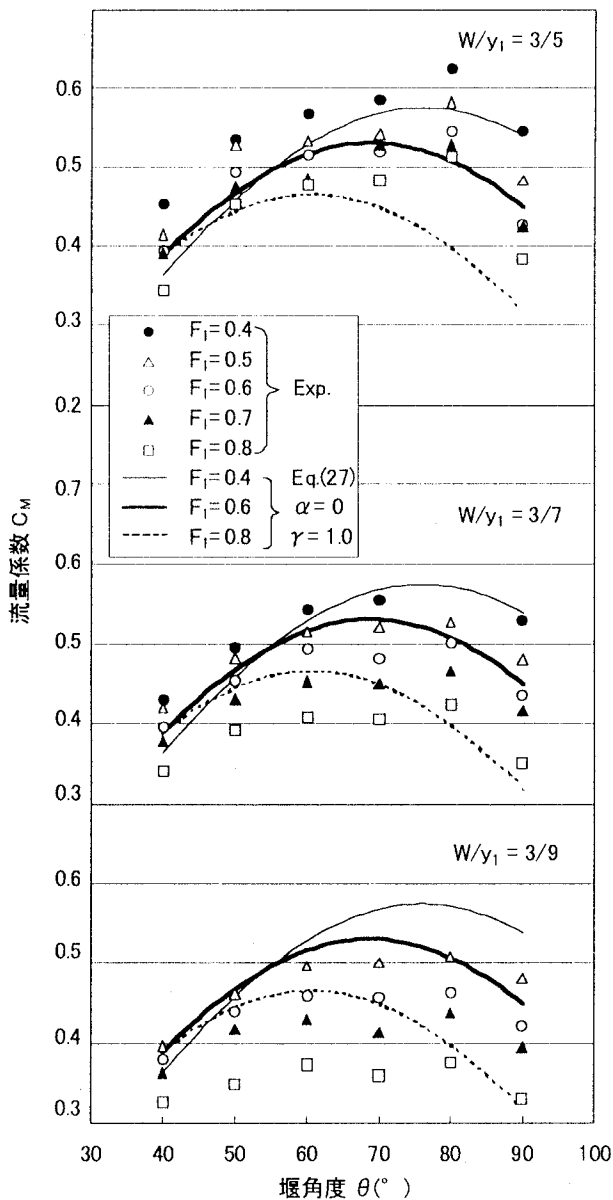


図-5 TypeAにおける堰角度 θ と流量係数 C_M の関係

次に $W/y_1 = \text{const.}$ の条件の下で、 C_M の θ による依存性を F_1 をパラメータとして示したものが図-5である。図中の記号は $F_1 = \text{const.}$ である。図-5には、式(27)において $\alpha=0, \gamma=1.0$ とし、 $F_1=0.4, 0.6, 0.8$ とした時の計算値である。 $\alpha=0, \gamma=1.0$ とした式(27)の適合性は良いとは言えないが、 C_M の特性を表しており、 F_1 が大きくなると C_M の極大値を与える堰角度 θ が 80° から 60° へと小さくなることが分かった。これらの結果から、同一の堰区間長 L のもとでは、条件が許せば堰角度を 90° より小さい 70° 近くにするこで、より高い流出を図ることが可能といえる。

5. 堰角度を有する横越流堰の改良と流量係数

前章までの実験結果により、堰角度 θ を $60^\circ \sim 80^\circ$ とすれば、Froude数による流量係数の低下の改善ができることがわかった。しかし、堰角度 θ を設けると堰区間において、主水路が急拡部を持つため流れが剥離する、また低水時には死水域となり流送土砂や塵芥が堆積するおそれがある。これらの欠点を解消するために図-6に示すように堰天端から主水路右岸底面の延長線①'-②' に向かって斜面を形成することを提案する。これをフロントエプロンと名付け

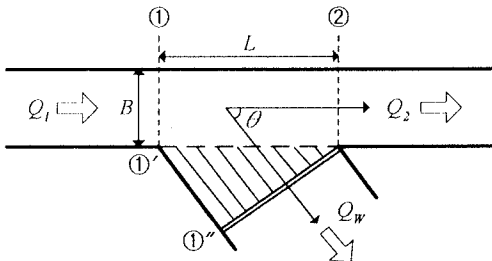


図-6(a)フロントエプロンを持つ横越流堰TypeF(平面図)

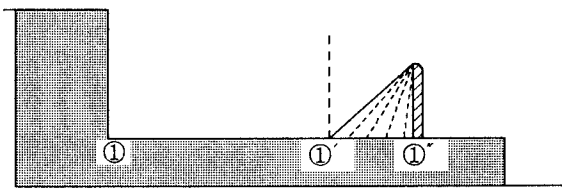


図-6(b) フロントエプロンを持つ横越流堰TypeF (①-①'-①'' 断面図)

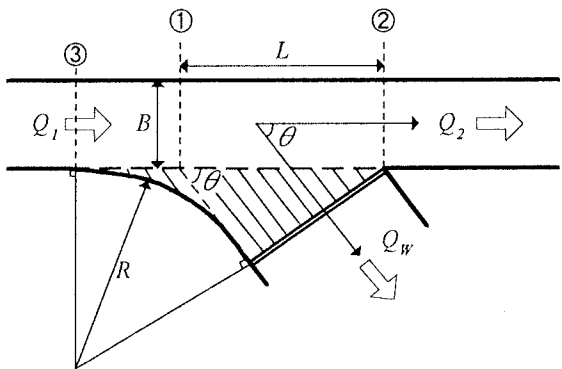


図-7 漸拡フロントエプロンを持つ横越流堰TypeG

TypeFとする。

さらに、主流の越流堰への流れをスムーズにするために図-7に示すようにTypeFの堰区間の上流部に円弧状の漸拡部を取り付けた。これを漸拡フロントエプロンと名付けtypeGとする。実験結果は表-1に示した。実験結果を図-8に示す。同図はいずれも $\theta=70^\circ$ の場合のTypeA, TypeF, TypeGの流量係数 C_M とFroude数 F_1 との関係を示したものである。図中の曲線は式(27)である。ただし、 α は図中に示したようにTypeAでは $\alpha=0$, TypeFでは $\alpha=0.3$, TypeGでは $\alpha=0.55$ とした。

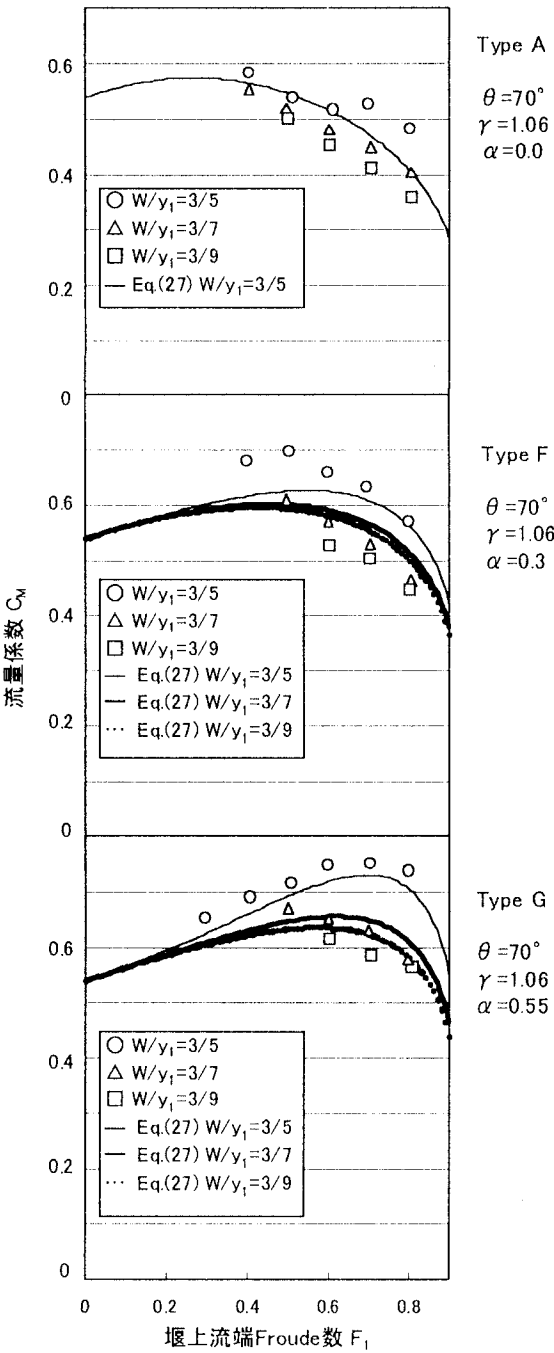


図-8 流量係数 C_M とFroude数 F_1 の関係

図-8より分かることは以下のことである。

- 1) フロントエプロンをつけたTypeFではTypeAと比較して F_1 の増大による C_M の低下が小さい。
- 2) 漸拡フロントのTypeGでは F_1 による C_M の低下はさらに小さい。

TypeF, Gは主流の流れが堰天端に向かってなめらかになるため、式(27)の $\left[1+\frac{\alpha F_1^2}{2(1-\eta)}\right]$ で表される接近流速による効果がより大きく現れて C_M の F_1 による低下を軽減している。

6. おわりに

都市河川の洪水ピーク流量を低減するための洪水調節池の分流工として横越流堰が多く用いられる。これは主流の流れを阻害しないこと、メンテナンスフリーであることという大きな特徴を持つが、主流のピーク流量時すなわちFroude数の増加に伴って分流効率が低下するという欠点を持っている。これを改善するために、横越流堰の堰角度 θ を主流に対して 90° より小さくすることを考えた。これによる流量係数 C_M の変化を理論と実験により調べた。その結果、堰角度 θ を $60^\circ \sim 80^\circ$ の間に選ぶとFroude数が高きときにも流量係数は低下せず、さらに $\theta=90^\circ$ の通常の横越流堰に比べて約10%程度大きくなることが分かった。

この結果を用いて、 $\theta=70^\circ$ の場合について死水域解消と流出係数改善のため堰前面に斜面をもつフロントエプロン型(TypeA), および漸拡フロントエプロン型(TypeG)を考案し、流量係数 C_M のFroude数依存関係を調べた。その結果TypeGが接近流速水頭の効果を得て、流量係数がFroude数の高いときにも高い流量係数 $C_M \approx 0.6$ を維持できることが示された。これらの結果が、都市河川の分流工設計に役立てば幸いである。

謝辞：最後に本研究に協力いただいた本学大学院修士小野博基氏(現大分県庁)に謝意を表す。

参考文献

- 1) De Marchi, G. :Essay on the performance of lateral weirs, *L'Energia Elettrica*, Milan, Italy, 11, pp.849-860, 1934.
- 2) Subramanya, K., and Awasthy, S.C. :Spatially varied flow over side weir, *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE, Vol.98, No.1, pp.1-10, 1972.
- 3) 浦 勝, 小野博基, 秋山壽一郎, 坂本真：台形断面水路に設置された横越流堰の流量式と係数, 水工学論文集, 第42巻, pp.691-696, 1998

(1999.9.30受付)