

# 階段状水路の流水抵抗

## FLOW RESISTANCE OF STEPPED CHANNEL FLOWS

安田 陽一<sup>1</sup>・高橋 正行<sup>2</sup>・大津 岩夫<sup>3</sup>

Youichi YASUDA, Masayuki TAKAHASHI and Iwao OHTSU

<sup>1</sup>正会員 工博 日本大学専任講師 理工学部土木工学科 (〒101 - 8308 東京都千代田区神田駿河台 1-8)

<sup>2</sup>正会員 工修 日本大学助手 理工学部土木工学科 (〒101 - 8308 東京都千代田区神田駿河台 1-8)

<sup>3</sup>正会員 工博 日本大学教授 理工学部土木工学科 (〒101 - 8308 東京都千代田区神田駿河台 1-8)

Many researchers have investigated the friction factor of stepped channel flows, but general agreement has not been obtained. Because a method for evaluating a supercritical depth of the stepped channel flow might not be established. Further, the hydraulic condition required to form a quasi-uniform flow on the stepped channel has not been clarified. This paper presents the flow resistance of skimming flows, which is characterized by the formation of the corner eddy for each step. In order to estimate the equilibrium condition of skimming flows, the subcritical depth of the jump immediately below the step channel end has been utilized. Two methods for evaluating a clear water depth of skimming flows have been developed for a wide range of channel slopes. Under a quasi-uniform flow, the friction factor of skimming flows has been clarified systematically.

**Key Words :** *Stepped ChannelFlow, Skimming Flow, Flow Resistance, Spillways, Stepped ChannelChute*

### 1. まえがき

急勾配水路を流下する高速流を減勢する方法の一つとして階段状水路が用いられている<sup>1)2)</sup>。また、最近では景観・親水性や水質浄化を考慮した階段状水路の利用が取り上げられている<sup>3)</sup>。階段状水路を工学的に有効利用するためには、階段状水路流れの流水抵抗を解明することが重要である。従来、階段状水路によるエネルギー損失、流水抵抗については、多くの研究者<sup>4)7)</sup>によって研究がなされているが、階段状水路流れにおける空気混入流れの水深評価方法が不明確であるため、流水抵抗に対する統一的な見解が得られていない。また、流れが流下方向にほとんど変化せず擬似等流状態となるための水理条件(平衡条件)についても明らかにされていない。ここでは、階段状水路の各ステップでエアボケットが生じることなく、常に隅角部近くで渦が形成される Skimming flow の流況(図-1)を対象として、流水抵抗について広範囲な実験条件のもとで系統的な検討を加えた。すなわち、平衡状態が得られるための水理条件を明らかにした。また、階段状水路上の射流水深の評価については、階段状水路流れの空気混入量を測定して水深を直接求める方法と階段状水路直下

流部に形成される跳水の常流水深の測定値から間接的に水深を求める方法を示した。このことによって、擬似等流状態での Skimming flow の流水抵抗を系統的に明らかにした。

### 2. 実験装置および方法

実験は、図-2に示される装置を用い、表-1に示す実験条件のもとで行われた。階段状水路流れの空気混入率を知るため、ポイント計(カマックス社製)を用いた(採取時間 60s)。また、階段状水路直下流部で形成された跳水終端水深を測定するため、ポイントゲージ(0.1mm判読可能)およびサボ式波高計を用いた(採取間隔 40 ms, 採取時間 60 s)。さらに、流況把握のため、ビデオおよびカメラ撮影を行った。

### 3. 階段状水路における流れの流況

一般に、階段状水路における擬似等流状態での流れの流況は流量、水路の勾配、ステップ高さなどによって変

化し、Skimming flow と Nappe flow とに大別される<sup>1),2)</sup>。すなわち、Skimming flow は個々のステップ隅角部近くで常に渦(corner eddy)が形成される流況であり、主流が各段のエッジを結んだ線の上方を流下するような状態となる[図-1 (a)]。一方、Nappe flow は個々のステップにおいてエアポケット(air pocket)が見られる流況であり、ステップを越えるときナップ状となって次のステップに衝突するような状態となる[図-1 (b)]。なお、Skimming flow と Nappe flow との間では遷移領域(transition flow)が存在し<sup>3)</sup>、ステップの位置によって air pocket が見られたり見られなかったりする。

各流況の境界については相対ステップ高さ  $s/d_c$  [ $s$ : ステップ高さ;  $d_c$ : 限界水深 ( $d_c = (q^2/g)^{1/3}$ ;  $q$ : 単位幅流量)] および水路勾配  $\tan \theta$  ( $\theta$ : 水路傾斜角) によって変化し、目視観察によって各流況の領域区分が定められる。Skimming flow が形成される相対ステップ高さの上限  $(s/d_c)_S$  は次のように示される<sup>3)</sup>(図-1; 実線)。

$$\left(\frac{s}{d_c}\right)_S = 1.16(\tan \theta)^{0.165} \quad (1)$$

また、Nappe flow が形成されるための必要な相対ステップ高さ  $(s/d_c)_N$  は次のように示される(図-1; 一点鎖線)。

$$\left(\frac{s}{d_c}\right)_N = 1.4(1.4 - \tan \theta)^{-0.26} \quad (2)$$

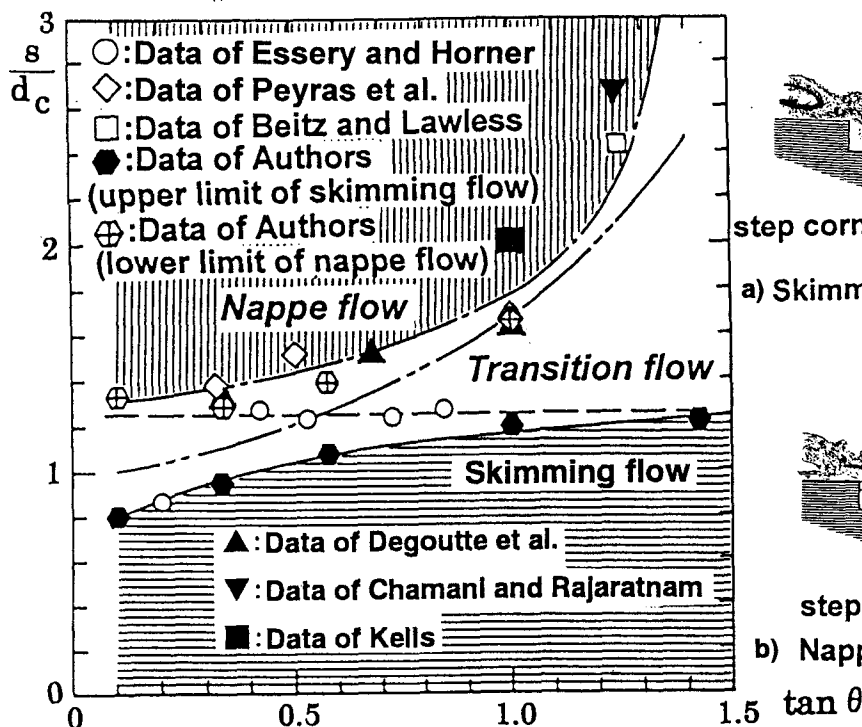


図-1 階段状水路における流況の分類

- : Skimming flow が形成されるためのステップ高さの上限
- · - · - ·: Nappe flow が形成されるためのステップ高さの下限
- : Rajaratnam による Skimming flow と Nappe flow との境界
- : Chanson による Skimming flow と Nappe flow との境界

なお、遷移領域(transition flow)の存在が従来考慮されていなかったため、他の研究者による境界を示す実験値は図-1の実線と一点鎖線との間にプロットされている。

#### 4. Skimming flow の平衡条件

階段状水路において流れが擬似等流となるための水理条件を知るために、階段状水路直下流部で形成される跳水の終端水深  $h_2$  に着目する<sup>3)</sup>。与えられた流量、水路の勾配、ステップ高さに対して、階段状水路の流れが擬似等流状態になれば、跳水終端水深は一定の値を示す(図-3)。すなわち、与えられた水路傾斜角  $\theta$  および相対ステップ高さ  $s/d_c$  に対して、相対終端水深  $h_2/d_c$  の大きさは相対ダム高さ  $H_{dam}/d_c$  [ $H_{dam}$ : 階段状水路の高さ(図-2)] によらず一定の値を示す(図-4)。ここに、跳水始端断面を階段状水路直下流側の流線の曲がりによる底面圧力の増加が最も大きくなる断面(最大圧力が生じる断面)と定義する(図-5)。なお、底面圧力はピトー管(静圧管)を用いて測定した。

Skimming flow において擬似等流状態が形成されるために必要な鉛直流下距離  $H_e/d_c$  (図-3) は実験的に次式で示され、 $\pm 5\%$  以内の誤差で近似される(図-4 参照)。

$$\frac{H_e}{d_c} = A + B \times \exp\left(C \frac{s}{d_c}\right) \quad (3)$$

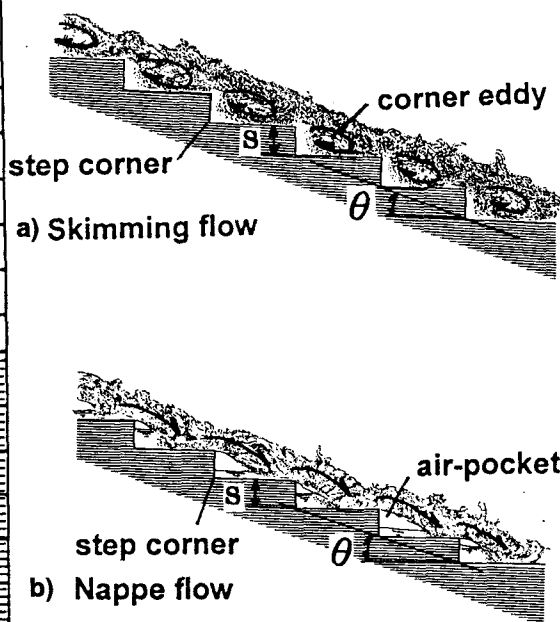


表-1 実験条件

|                                                                                                                   |                                     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|
| 水路長 $L_0 = 5.0 \text{ m}$                                                                                         | 水路幅 $B = 0.40 \text{ m}$            |
| 階段状水路の高さ $H_{\text{dam}} = 0.448 \text{ m} \sim 1.58 \text{ m}$                                                   | ステップの高さ $s = 0 \sim 0.08 \text{ m}$ |
| 水路傾斜角度 $\theta = 5.7^\circ, 11.3^\circ, 19^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 55^\circ$                                   |                                     |
| 流量 $Q = 6.5 \times 10^{-3} \sim 4.0 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$ (限界水深 $d_c = 0.03 \sim 0.10 \text{ m}$ ) |                                     |
| 無次元量 $H_{\text{dam}}/d_c = 2.0 \sim 84, s/d_c = 0 \sim 1.2$ (Skimming flow)                                       |                                     |

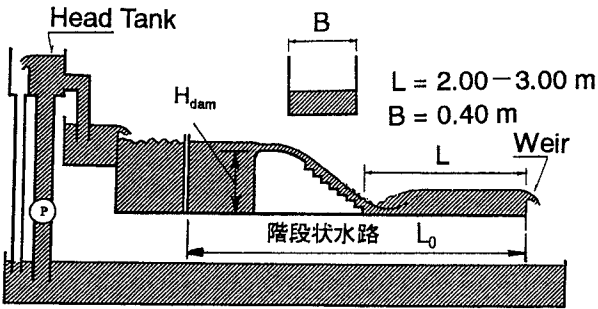


図-2 実験装置

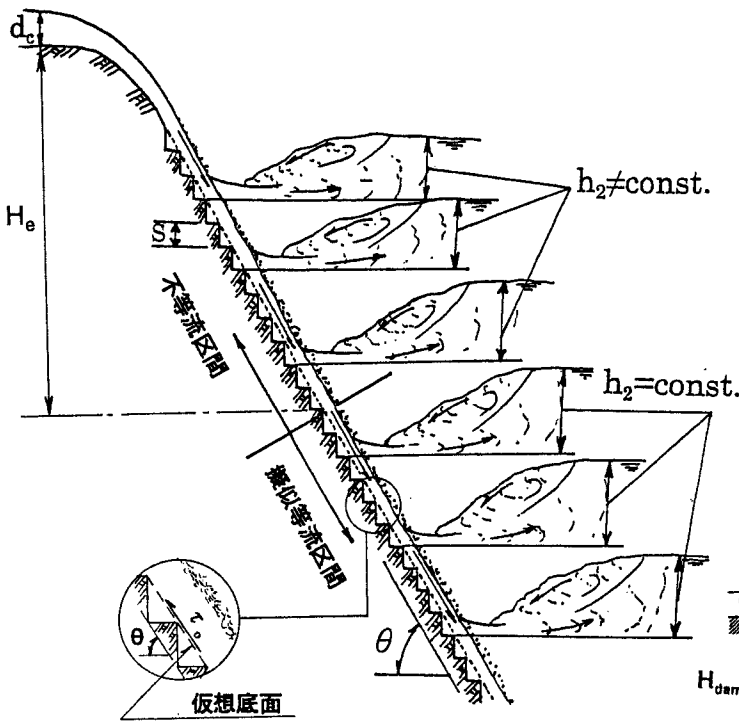


図-3 階段状水路における流れと跳水終端水深との関係

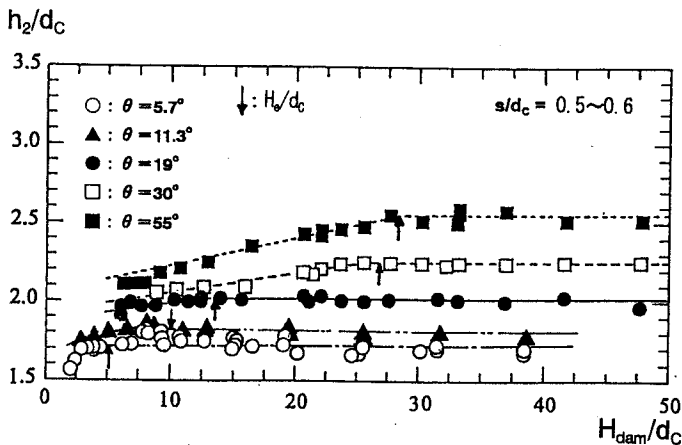


図-4 階段状水路直下流部で形成される跳水の終端水深

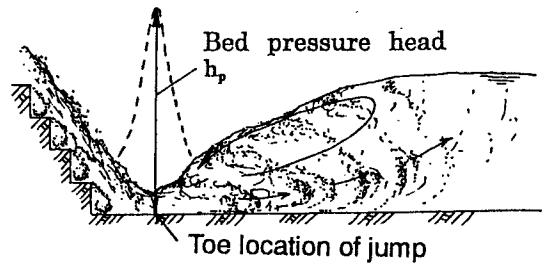


図-5 階段状水路直下流部での跳水始端位置

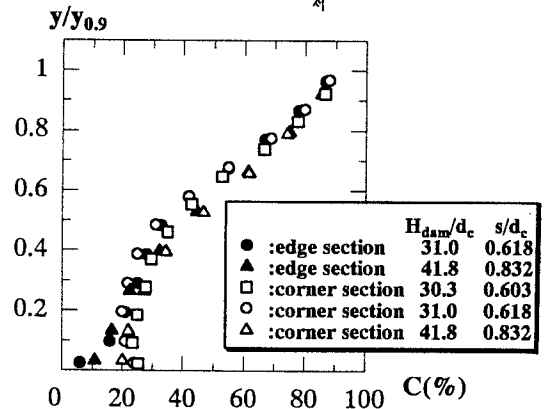
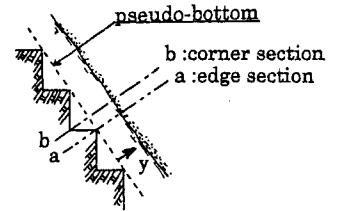


図-6 擬似等流状態での Skimming flow の空気混入分布 ( $\theta = 55^\circ$ )

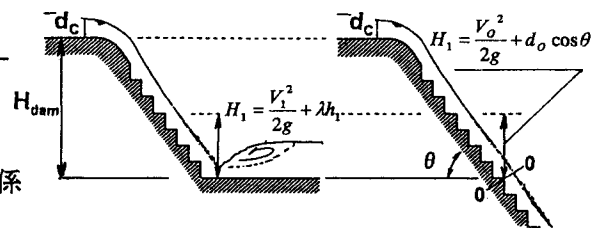


図-7 擬似等流流れの全水頭

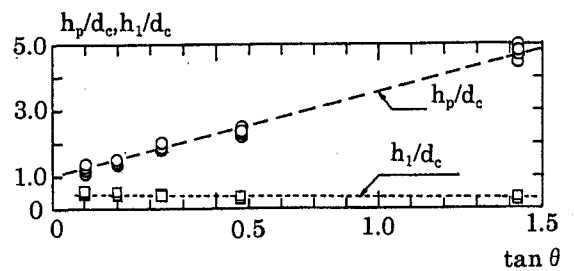


図-8 擬似等流状態における跳水始端断面での水深および底面圧力水頭

$$\begin{aligned} A &= -725(\tan \theta)^3 + 336(\tan \theta)^2 + 2.4 \\ B &= 16(\tan \theta)^2 + 5.2(\tan \theta) + 4.3 \\ C &= -5.0 \end{aligned} \quad (3-1)$$

$$5.7^\circ \leq \theta < 19^\circ, \quad 0 < s/d_c \leq (s/d_c)_s$$

$$\begin{aligned} A &= 28 - 50\text{EXP}[-10(\tan \theta)^2] \\ B &= 13.8(\tan \theta)^2 - 4.1(\tan \theta) + 7.7 \\ C &= -5.0 - 5500\text{EXP}\left(\frac{-10}{\tan \theta}\right) \end{aligned} \quad (3-2)$$

$$19^\circ \leq \theta \leq 55^\circ, \quad 0 < s/d_c \leq (s/d_c)_s$$

なお、 $\theta < 19^\circ$  の場合と  $\theta \geq 19^\circ$  の場合との間で実験式が異なっているのは、流況特性や渦の形成状況(5章図-11参照)が異なるためである。

## 5. 平衡状態における Skimming flow の流水抵抗

擬似等流状態での流水抵抗を検討するため、図-3の破線で示す仮想底面を考える。そこで主流とステップ隅角部で形成される渦との境界(仮想底面上と見なしている)で生じるせん断応力  $\tau_o$  は次のように示される<sup>9)</sup>。

$$\begin{aligned} \tau_o &= \rho_w g d_w \sin \theta \\ \frac{\tau_o}{\frac{1}{2} \rho V_w^2} &= \frac{f}{4} = \frac{2 g d_w^3 \sin \theta}{q_w^2} \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、 $f$  は抵抗係数、 $d_w$  および  $V_w$  は空気混入した流れにおいて、空気量を除いた水のみで換算した仮想底面上の射流水深および平均流速( $V_w = q_w/d_w$ )、 $q_w$  は単位幅流量である。

水に換算した射流水深を求める方法として、次の2つの方法を提案する。

### (1) 空気混入測定による直接評価

ボイド計を用いて、仮想底面上の空気混入率を測定し(分布の一例を図-6に示す)、次式から水に換算した射流水深を直接求める。

$$d_w = (1 - C_{\text{mean}}) y_{0.9}; \quad C_{\text{mean}} = \frac{1}{y_{0.9}} \int_0^{y_{0.9}} C dy \quad (5)$$

ただし、 $C$  は  $y = y$  での空気混入率 [ $C = \text{空気量}/(\text{水の量} + \text{空気量})$ ]、 $C_{\text{mean}}$  は各断面で断面平均した空気混入率、 $y$  は仮想底面からの垂直高さ(図-6)、 $y_{0.9}$  は仮想底面から空気混入率が90%となる  $y$  の値(水面に対応)<sup>1)</sup>である。

### (2) 階段状水路直下流部での跳水形成からの間接評価

階段状水路直下流部で形成される跳水部に適用した運動量方程式(6)および(7)の関係式より、階段状水路における射流水深を間接的に求める。

$$\rho_w q_w (V_2 - V_1) = \frac{1}{2} \rho_w g h_p h_1 - \frac{1}{2} \rho_w g h_2^2 \quad (6)$$

$$H_1 = \frac{V_1^2}{2g} + \lambda h_1 = \frac{V_0^2}{2g} + d_0 \cos \theta \quad (7)$$

(7)式は与えられた水路勾配、流量、ステップ高さ、階段状水路の高さに対して、跳水始端での全水頭が階段状水路流れの全水頭(右辺)と等しいものとしている(図-7)。式中の  $d_0$  は階段状水路における射流水深、 $h_1$ 、 $V_1$  は跳水始端での射流水深および平均流速、 $h_2$ 、 $V_2$  は跳水終端での常流水深および平均流速、 $h_p$  は跳水始端底面での圧力水頭、 $\lambda$  は圧力分布補正係数であり、次式で示される。

$$\lambda = 1 + \frac{1}{\rho_w g q_w h_1} \int_0^{h_1} u \Delta p dy \quad (8)$$

ここに、 $u$  は跳水始端での  $y=y$  での流速であり、実験的に  $u = U(y/h_1)^{1/8}$  [ $U$  は  $y=h_1$  での流速] で近似される。 $\Delta p$  は実際に作用する圧力から静水圧(水の重量による圧力)分を引いた圧力(流体運動による圧力)であり、 $\Delta p = \rho_w g (h_p - h_1)(h_1 - y)/h_1$  で近似される。なお、擬似等流状態における跳水始端での底面圧力水頭  $h_p$  の実測値の一例を図-8に示す。

(1)の方法で求めた射流水深と(2)の方法で求めた射流水深との比較の一例を図-9に示す。図に示されるように、階段状水路直下流部で形成された跳水部に適用した運動量方程式(6)と(7)式を用いて間接的に求められた射流水深は空気混入の測定より直接求められた射流水深と±10%以内の誤差で一致する( $d_w \approx d_0$ )。すなわち、射流水深の評価方法として妥当なものと考えられる。

次元解析的考察から、擬似等流状態での Skimming flow の抵抗係数  $f$  は次の関係で示されるものと推論される。

$$f = F\left(\frac{s \cos \theta}{d_w}, \theta\right) \quad (9)$$

なお、 $s \cos \theta/d_w$  は相対粗度高さに対応し、(9)の関係は他の研究者<sup>3), 5), 7)</sup>によっても示されている。

(9)の関係に基づき実験値を整理したものを図-10に示す。図に示されるように、Tozzi<sup>5)</sup>によって求められた  $f$  および Chamani and Rajaratnam<sup>6)</sup>によって測定された空気混入量  $C_{\text{mean}}$  および  $y_{0.9}$  の実験値(ただし、擬似等流状態の実験値を対象)を用いて(4)式から求められた  $f$  と同様な結果が得られた。また、水路傾斜角がほぼ  $19^\circ$  となる時、与えられた相対粗度高さ  $s \cos \theta/d_w$  に対して抵抗係数  $f$  が最大となっている(図-10実線参照)。Skimming

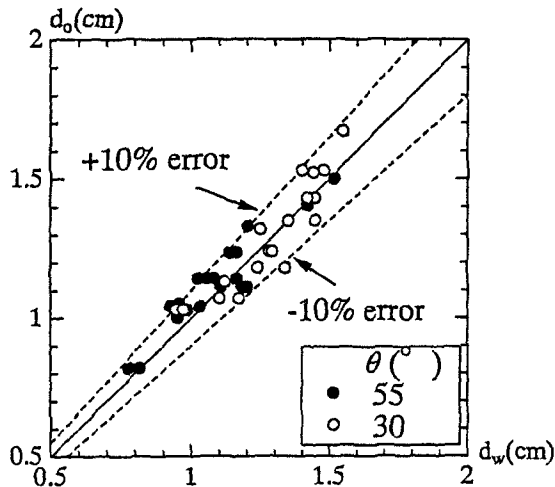


図-9 階段状水路における射流水深の  
直接測定値と間接測定値の比較

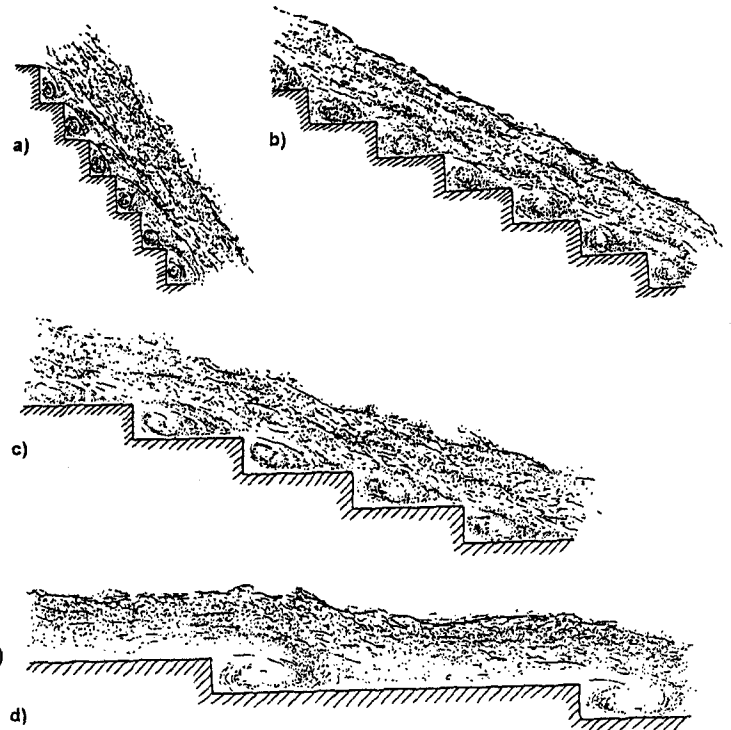


図-11 Skimming flow におけるステップ隅角  
部近くでの渦の形成と水面形状

a)  $\tan \theta = 1.43$  ( $\theta = 55^\circ$ ), b)  $\tan \theta = 0.577$  ( $\theta = 30^\circ$ ),  
c)  $\tan \theta = 0.333$  ( $\theta = 19^\circ$ ), d)  $\tan \theta = 0.100$  ( $\theta = 5.7^\circ$ )

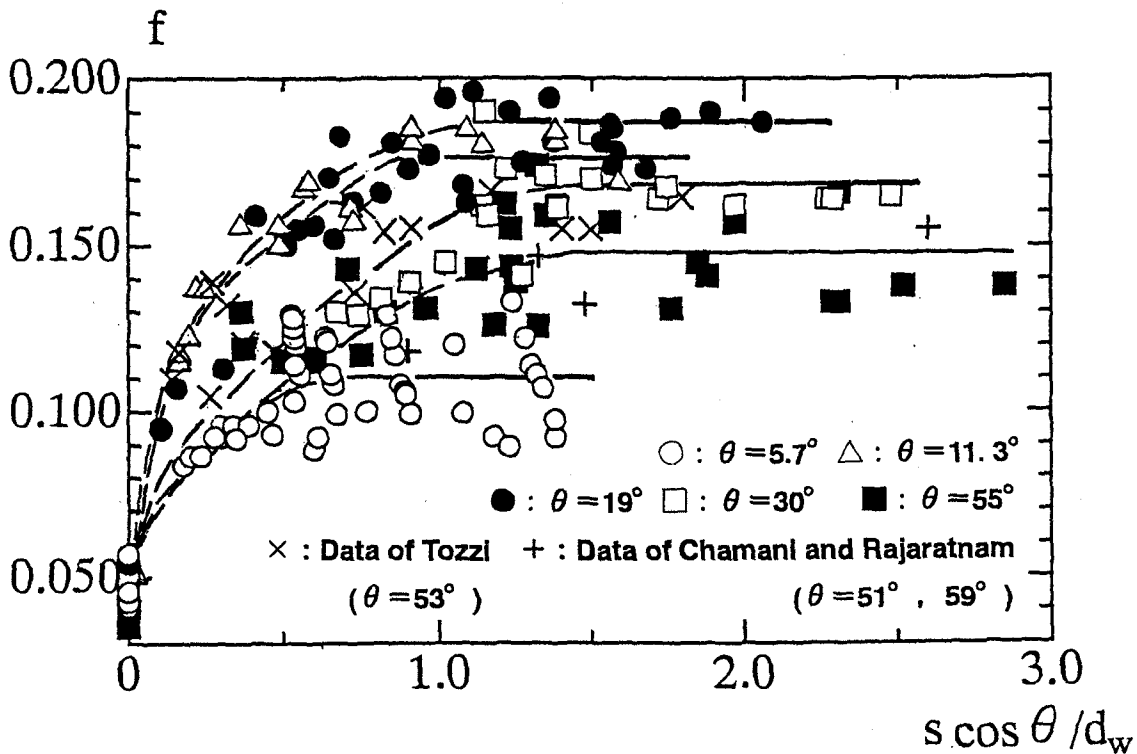


図-10 擬似等流状態での Skimming flow の抵抗係数

flow の場合、ステップ隅角部近くでの渦の形成が流水抵抗の大きさに影響し、渦の形成領域は相対粗度高さ  $s \cos \theta / d_w$  および水路傾斜角  $\theta$  によって変化する。図-11 に示されるように、与えられた相対粗度高さ  $s \cos \theta / d_w$  に対して水路傾斜角が  $30^\circ$  以上の場合、主流が水路とほぼ平行になるものの、傾斜角が大きくなるにつれて、渦の形成領域が狭くなり、流水抵抗に対する渦の影響が小さくなるものと考えられる。また、水路傾斜角が  $12^\circ$  以下になると、射流の水面形は階段の形状に大きく左右され易くなり、渦が段落の近くのみで形成される。このことから、流水抵抗に対する渦の影響が  $19^\circ$  の場合と比べて小さくなるものと考えられる。以上のことから、傾斜角がほぼ  $19^\circ$  近くで、流水抵抗に対する渦の影響が大きくなり、抵抗係数が最大になったものと考えられる。なお、 $\theta \leq 12^\circ$  と  $\theta > 19^\circ$  の場合では流れの特性が異なる(図-11)。特に  $\theta \leq 12^\circ$  においては、主流と渦との境界を各ステップのエッジを結んだ仮想底面とすることが困難となる場合があることから、抵抗係数の算定方法について更なる検討が必要と考えられる。

従来、多くの研究者<sup>1), 3)-6)</sup>によって、抵抗係数について検討がなされている。Chanson<sup>1), 3)</sup>によって、各研究者の実験結果 および現地計測結果に基づき解析が行われ、抵抗係数の値が大きくばらつくことが報告されている。特に、傾斜角が  $23^\circ$  以上で  $f$  の値が 0.1 位から 10 程度までの範囲で存在している。しかしながら、抵抗係数、射流水深の評価方法が各研究者によって異なり不明な点が多い。また、フィールドデータとの比較においては、水路の幾何学的な形状が模型実験と異なり、さらにケスト近くから生じる衝撃波の影響が含まれるため、模型実験との対応が困難であると考えられる。

## 6. まとめ

階段状水路における skimming flow を対象にして、擬似等流状態が形成されるための水理条件、階段状水路における空気混入した射流の水深評価方法、および流水抵抗について広範囲な実験条件のもとで系統的な検討を行った。項目ごとに要約したものを以下に示す。

- ・ 階段状水路直下流部で形成される跳水終端水深から、Skimming flow において擬似等流状態が形成されるための条件を明らかにした。
- ・ 階段状水路における射流水深を評価する方法として、空気混入率の測定値から水に換算した射流水深を直接求める方法、および階段状水路直下流部で形成される跳水部に運動量方程式を適用して、水に換算した射流水深を間接的に求める方法を提案した。両者の方法による水深の値を比較すると、 $\pm 10\%$  以内の誤差で射流水深が一致することが明らかにされ、提案した水深評価法の妥当性が示された。

- ・ 平衡状態での Skimming flow の抵抗係数が水路勾配および相対粗度高さで定まり、その結果が図-10 のように示される。また、与えられた相対粗度高さに対して、水路傾斜角が  $19^\circ$  近くで、抵抗係数に対するステップ隅角部近くで形成される渦の影響が大きくなり、抵抗係数が最大となるものと考えられる。

## 参考文献

- 1) Chanson, H., Hydraulic Design of Stepped Cascades, Channels, Weirs, and Spillways, Pergamon, Oxford, UK, 1995.
- 2) Essery, I.T.S. and Horner, M.W., The hydraulic design of stepped spillways, CIRIA Report No.33, 2<sup>nd</sup> edition, Jan, London, UK, 1978.
- 3) Chanson, H., Hydraulics of skimming flows over stepped channels and spillways, *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, Vol. 32, No. 3, pp.445-460, 1994.
- 4) Peyras, L., Royet, P. and Degoutte, G., Flow and energy dissipation over stepped gabion weirs, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 118, No.5, pp.707-717, 1992.
- 5) Tozzi, M.J., Residual energy in stepped spillways, *Water Power & Dam Construction*, May, pp. 32-34, 1992.
- 6) Chamani, M.R. and Rajaratnam, N., Characteristics of skimming flow over stepped spillways, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 125, No.4, 1999.
- 7) Matos, J. and Quintela, A., Flow resistance and energy dissipation in skimming flow over stepped spillways, *1st Int. Conf. on Water Resources Engineering*, ASCE, San Antonio, Texas, USA, Aug., Vol. 2, pp.1121-1126, 1995.
- 8) Ohtsu, I. and Yasuda, Y., Characteristics of flow conditions on stepped channels, *The 27th Congress of IAHR*, Water Resources Engineering, Div/ ASCE, Aug. San Francisco, USA, pp. 583-588, 1997.
- 9) Yasuda, Y., and Ohtsu, I., Flow Resistance of Skimming Flows in Stepped Channels, *Proc. of XXVIII Biennial Congress, Spillways and Chute Structures*, B14, IAHR, Aug., 1999.
- 10) Rajaratnam, N., Skimming flow in stepped spillways, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 116, No. 4, pp. 587-591, 1990.
- 11) Degoutte, G., Peyras, L., and Royet, P., Discussion of Skimming flow on stepped spillways, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 118, No. 1, pp.111-114, 1992.
- 12) Beitz, E. and Lawless, M., Hydraulic model study for dam on GHFL 3791 Isaac river at Burton Gorge, *Water Resources Commission. Report*, Ref. No. REP/24.1, Sept., Brisbane, Australia, 1992.
- 13) Kells, J.A., Discussion of Comparison of energy dissipation in nappe and skimming regimes on stepped chutes, *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, Vol. 31, No. 1, pp.128-133, 1995.
- 14) Chamani, M.R. and Rajaratnam, N., Onset of skimming flow on stepped spillways, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.125, No.9, pp.969-971, 1999. (1999.9.30 受付)