

ウェーブレット変換を用いた 開水路凹部流れの組織運動の解析

ANALYSIS OF ORGANIZED MOTION IN OPEN-CHANNEL FLOW OVER CONCAVE BED USING WAVELET TRANSFORM

神田 徹¹・宮本仁志²

Tohru KANDA and Hitoshi MIYAMOTO

¹正会員 工博 神戸大学教授 工学部建設学科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1-1)

²正会員 修士(工学) 神戸大学助手 工学部建設学科 (同上)

The behavior of organized motion in the mixing layer between the main-channel and the concave is analyzed using a wavelet transform. Experimental data of the velocity are obtained by a particle image velocimetry. At first, we successfully detects the characteristics of the large-scale vortices along the mixing layer, such as the spatial scale, frequency, advection velocity and occurrence interval by using the continuous wavelet transform of the velocities. Then, these characteristics of the vortices are examined with respect to the difference of concave depths. The joint probability distribution of the scale and the frequency shows that the large-scale vortices are well developed along the mixing layer in the deep concave rather than in the shallow one. These results strongly suggest that the wavelet transform is a useful tool for analyzing the coherent structure of this flow.

Key Words : *wavelet analysis, particle image velocimetry, open-channel, concave bed, mixing layer, coherent structure*

1. はじめに

自然生態系の保全機能と治水・利水機能との調和がとれた河川空間の創造は、近年の河川環境整備における主要な課題となっている。この河川空間での流れの特徴は、時間的・空間的に異なる特性スケールをもつ多様な流れが混在していることである。瀬や淵、わんど等をもつ流れはその典型であるが、このような多様な河道形状における流れの時空間的变化や乱流特性を的確に予測することが今後の水工設計において重要となる。

本研究はそのような河道断面変化部での流れの挙動解明を目指しており、これまで著者らは、極めて単純な断面変化部(凹部)での開水路流れ(開水路凹部流れ)を対象として、流れの挙動解明に対する手法の検討を行ってきた^{1)~3)}。特に、前報¹⁾では、ウェーブレット変換⁴⁾を用いることによって主流-凹部境界のせん断混合層(以下、「凹部混合層」と略記)における乱流の組織運動(組織渦)の挙動特性を解析し、同変換の有効性を確認している。また、瀬津・山本⁵⁾はレーザー流速計、PIVによる流れの計測とLESにより、凹部における乱流構造に関する

研究を行っている。これらの研究により、開水路凹部流れにおける乱流の組織運動について興味ある知見が得られつつある。

本研究で用いるウェーブレット変換の特徴は、マザーウェーブレットと呼ばれる関数(関数値がゼロでない区間が有限である、局所的に定義された関数)を拡大・縮小および移動させて変換に用いることによって、信号に含まれる局所的な変動特性を表現できることである。波数・周波数など変動の特性を調べるために従来用いられているフーリエ変換では、三角関数を基底関数として用いるため、変換前の関数の局所的な情報(例えば、周波数解析を行った場合の間欠的な信号特性)が失われ、このような信号の解析は不可能である。

本報では、凹部混合層での組織渦を対象として、凹部直上流の水理条件を一定にして凹部形状比を系統的に変化させた水理実験を行い、凹部形状の違いによる大規模渦の挙動変化をウェーブレット解析により検討した。なお、解析対象の流速については、PIV³⁾による画像計測法を用いることによって得た。

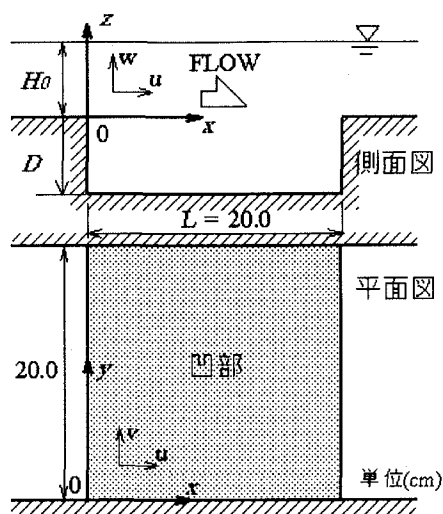


図-1 開水路凹部の模式図

表-1 実験条件

CASE	D (cm)	L / D	Q = 758 (cm ³ /sec)
1	2.0	10.0	H ₀ = 3.0 (cm)
2	3.0	6.7	U ₀ = 12.6 (cm/sec)
3	4.0	5.0	Re = 3800
4	5.0	4.0	Fr = 0.23
5	10.0	2.0	

Q : 流量, H₀ : 流入水深, U₀ : 流入部での断面平均流速
 Re : Reynolds数 = U₀H₀ / ν, Fr : Froude数 = U₀ / (gH₀)^{1/2}
 L : 凹部長さ, D : 凹部水深, L/D : 凹部形状比

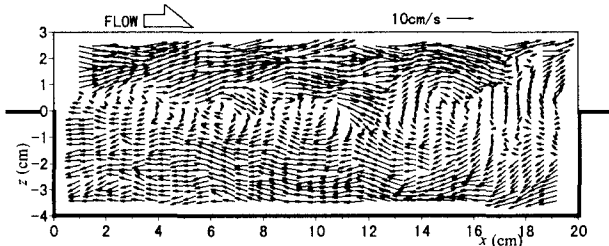


図-2 凹部内のx方向平均流速で動く移動座標をもとにした瞬間流速ベクトル (CASE 3: L/D = 5.0)

2. PIVによる実験の概要

(1) 実験水路および実験条件

本研究で用いた開水路実験水路の模式図を図-1に示す。実験水路は、全長500cm、幅20cmの亚克力製であり、上流水槽より330cmの位置に凹部を設けている。PIVの計測断面は凹部の鉛直中央(y = 10cm)である。実験条件を表-1に示す。

(2) 開水路凹部流れ

図-2に凹部内のx方向平均流速(5.04cm/sec)で移動する座標をもとにした瞬間流速ベクトル(PIVによる瞬間流速ベクトルの計測結果をもとに作成)を(CASE 3), 図-3に各実験の時間平均流速ベクトル(約33秒間平均)を示す。図-2に示すように、凹部混合層の流れの中に組織的な渦(空間スケールが2~6cm程度)の存在が認められる。また、

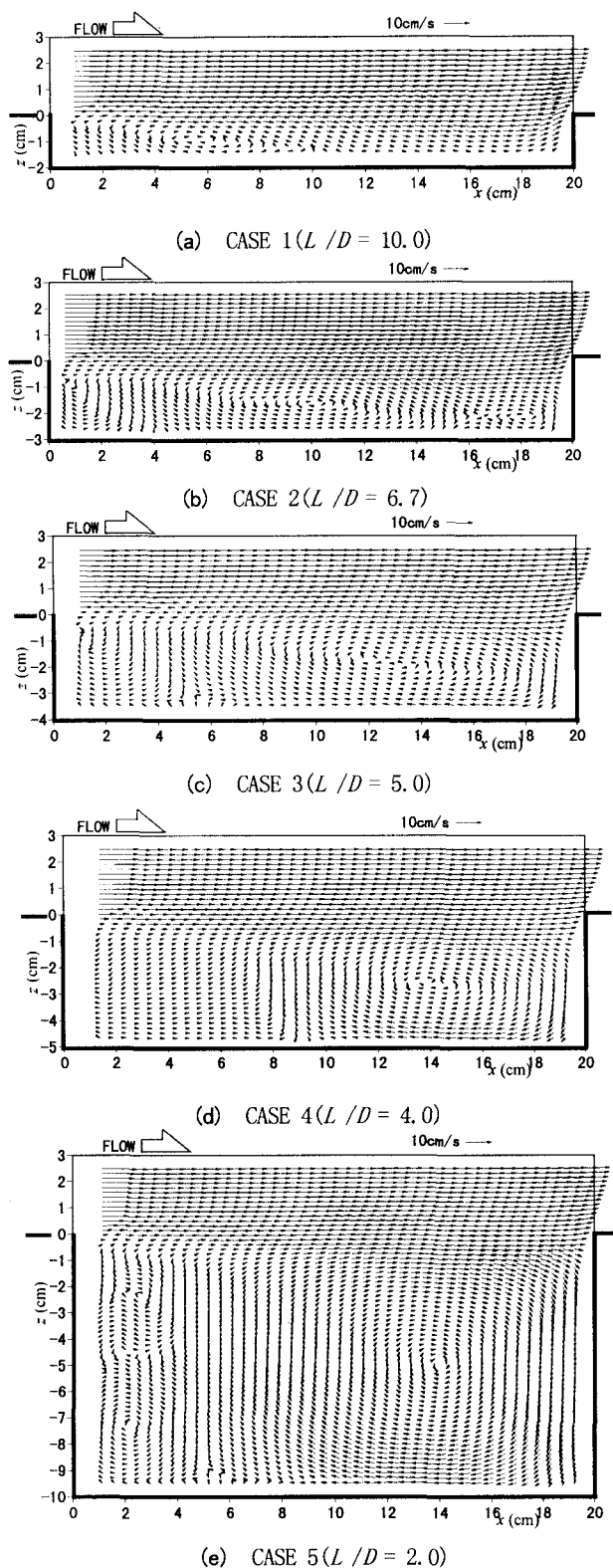


図-3 平均流速ベクトル (平均時間33秒)

図-3に示す流れの時間平均パターンからわかるように、本研究では、凹部形状比L/Dの変化に伴って、凹部底面で再付着する流れからキャビティー流的な循環流が形成される流れまでを対象としている。

本文では、この凹部混合層における組織的な渦構造に焦点を当てる。そこで、計測した流速ベクトルのうち、

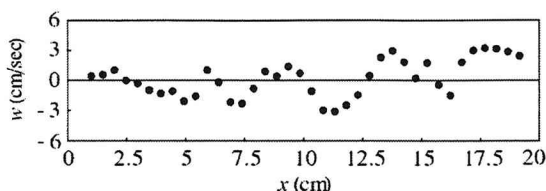


図-4 主流-凹部境界における流速 w の x -方向分布の例(CASE 3, データ間隔; 約 0.481cm)

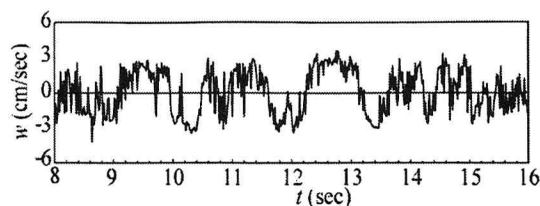


図-5 主流-凹部境界 ($x = 15$ cm) における流速 w の時系列(CASE 3, サンプリング周波数; 60Hz)

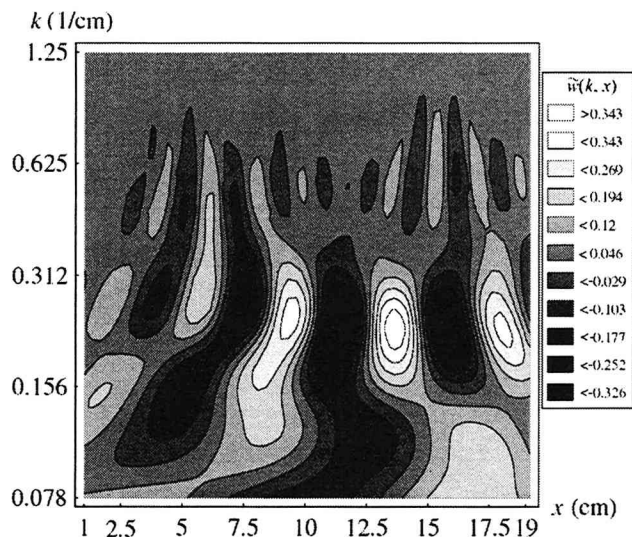


図-6 空間-波数平面におけるウェーブレット係数 $\tilde{w}(k, x)$ の等値コンター(図-4の流速分布に対応)

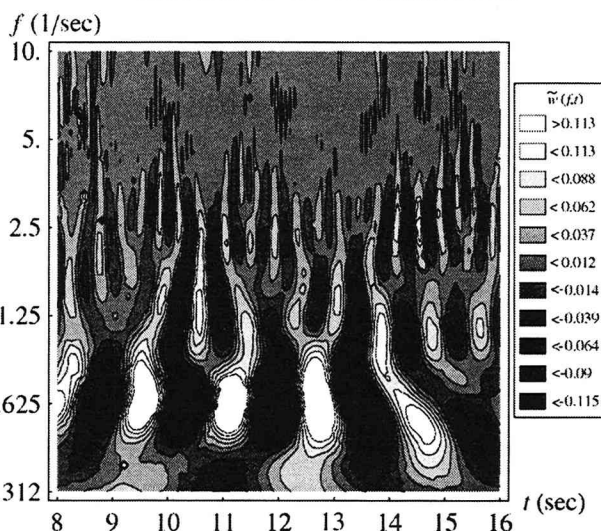


図-7 時間-周波数平面におけるウェーブレット係数 $\tilde{w}(f, t)$ の等値コンター(図-5の流速時系列に対応)

主流-凹部境界 ($y = 10$ cm, $z = 0$) での x -方向の流速成分 w を用いて連続ウェーブレット変換を用いた解析を行い、凹部形状比 L/D の違いによる組織渦の挙動変化を調べる。

3. ウェーブレット変換の概要

以下に、本解析で用いた一次元連続ウェーブレット変換(独立変数を x で代表する)の概要を記す。

本研究で用いるマザーウェーブレット $\psi(x)$ は、複素数ウェーブレットの一つである Morlet ウェーブレットであり、次式で表される。

$$\psi(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\sigma} \exp(-x^2 / \sigma^2) \exp(-ix) \quad (1)$$

ここに、 σ は分布の幅を規定する任意の実数である。

このマザーウェーブレット $\psi(x)$ を用いることによって、関数 $f(x)$ の連続ウェーブレット変換 $W[f]$ は次式で定義される⁴⁾。

$$W[f] = \tilde{f}(l, x') = \langle \psi_{l, x'} | f \rangle = \int_{\mathbb{R}} f(x) \psi_{l, x'}^*(x) dx \quad (2)$$

ここに、

$$\psi_{l, x'} = l^{-1/2} \psi\left(\frac{x - x'}{l}\right) \quad (3)$$

である。式(2)の $\langle \cdot | \cdot \rangle$ は関数の内積を、 $*$ は複素共役を示し、 $f(l, x')$ は連続変換で得られるウェーブレット係数である。 l, x' はそれぞれ、ウェーブレット $\psi_{l, x'}$ (式(3))における幅の拡大・縮小パラメータ、位置の移動パラメータである。具体的には、例えば流速分布 $w(x)$ を変換する場合、パラメータ l と x' はそれぞれ波数の逆数 $1/k$ と x に対応する。 l, x' を連続的に変化させることによりマザーウェーブレット ψ を拡大・縮小、移動させ、 $\psi_{l, x'}$ と f との内積により関数の局所的な変動特性を抽出する。なお、本研究で用いる波数 k は、時系列 $w(t)$ における周波数 $f(1/\text{sec})$ に対応するものとして定義しており、単位は $(1/\text{cm})$ である。

4. 解析結果および考察

凹部混合層における流速の空間的・時間的変動について、上述の連続ウェーブレット変換を用いた流れの解析を行い、凹部形状比 L/D が組織渦の挙動にどのように関係するかを調べた。

(1) 組織渦の挙動特性の抽出

解析対象とした流速変動は、主流-凹部境界 ($z = 0$) における同時刻の流速分布 $w(x)$ および同境界上の位置 x における流速時系列 $w(t)$ である。これらの流速変動にウェーブレット変換(式(2))を施してウェーブレット係

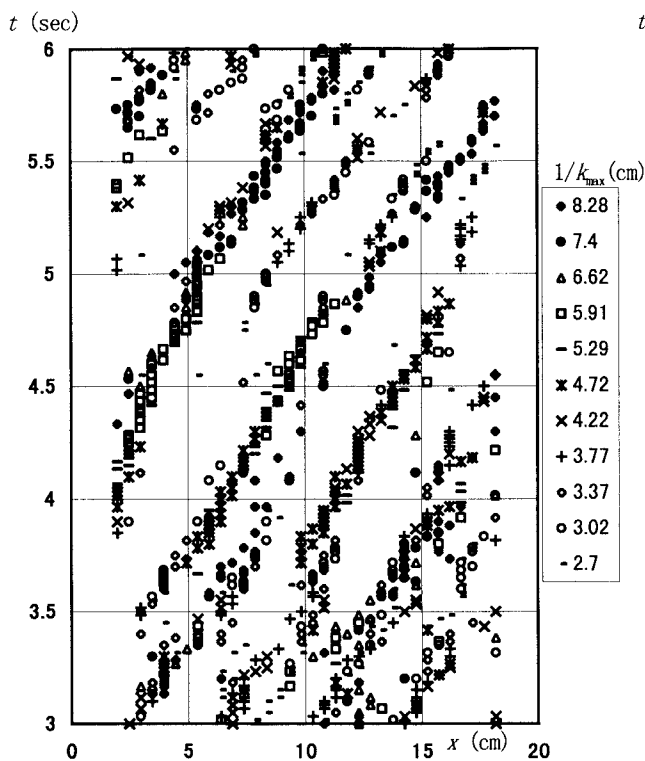


図-8 時空間平面上的 $\tilde{w}(k, x)_{\max}$ の分布
(波数特性) ($t = 3 \sim 6$ (sec), CASE 3)

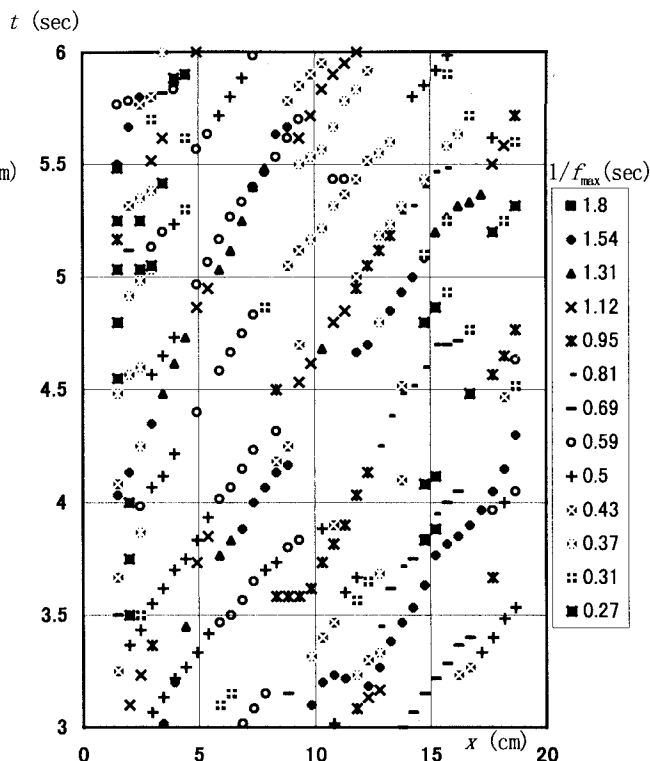


図-9 時空間平面上的 $\tilde{w}(f, t)_{\max}$ の分布
(周波数特性) ($t = 3 \sim 6$ (sec), CASE 3)

数を算出した。ここで、式(2)のパラメータ(l, x')は、 $w(x)$ に対しては($1/k, x$)に、 $w(t)$ に対しては($1/f, t$)に対応する。

流速分布 $w(x)$ および流速時系列 $w(t)$ の例を図-4, 5に、空間 x -波数 k 平面および時間 t -周波数 f 平面におけるウェーブレット係数 $\tilde{w}(k, x)$ 、 $\tilde{w}(f, t)$ の等値コンターを図-6, 7に、それぞれ示す(CASE 3に対応)。図-6において、ウェーブレット係数の極大値 $\tilde{w}(k, x)_{\max}$ の位置 $x_{\max}$ は約3~5cmごとに現れ、その間隔 $\Delta x_{\max}$ は下流にいくほど徐々に大きくなる。また、その波数 $k_{\max}$ (卓越波数)は0.156~0.312(1/cm)の値をとり、下流にいくほど小さくなる。これらのことから、組織渦は、凹部混合層において流下方向に空間スケールを増大させながら移流していると考えられる。図-7に示すウェーブレット係数極大値 $\tilde{w}(f, t)_{\max}$ の時間 $t_{\max}$ と卓越周波数 $f_{\max}$ に着目すると、この凹部位置($x=15$ cm)において、流速時系列はほぼ一定周期(約1.5~2秒)で変動しているのがわかる。また、周波数 f が1.25~2.5(1/sec)の付近において、 $\tilde{w}(f, t)_{\max}$ の値は上述の卓越周波数のものに比べると相対的に小さいが、極大値が存在している。これらより、流速時系列は特性時間スケールの異なる変動成分の多重構造をなしていることがわかる。

次に、極大値 $\tilde{w}(k, x)_{\max}$ (図-6)の位置 $x_{\max}$ とスケール $1/k_{\max}$ を各時刻 t ごとに抽出することによって得られた空間 x -時間 t の平面での $\tilde{w}(k, x)_{\max}$ の分布を図-8に、極大値 $\tilde{w}(f, t)_{\max}$ (図-7)の時間 $t_{\max}$ と卓越周期 $1/f_{\max}$ を各位置 x ごとに抽出することによって得られた x - t 平面での $\tilde{w}(f, t)_{\max}$ の分布を図-9に、それぞれ示す。これらの

図中における x - t 平面上で帯状に連なるプロットは、組織渦の走時挙動を表していると考えられる。すなわち、一つの帯において、 $1/k_{\max}$ は渦の x -方向の空間スケールを示し、 $1/f_{\max}$ はその時間スケールを表している。また、組織渦の移流速度はこれらの帯の勾配から、渦の発生周期は t -方向の帯の時間間隔から、渦の空間的な発生間隔は x -方向の間隔から算出される。

以下では、このウェーブレット解析によって抽出された組織渦の時空間特性を用いて、凹部形状比 L/D と組織渦の挙動特性との関係を検討する。

(2) 組織渦の時空間スケール

図-10は、上記の2つの方法(図-8, 9)で抽出したウェーブレット係数極大値の座標(x, t)が一致した事象のみについて空間スケール $1/k$ (cm)と時間スケール $1/f$ (sec)を対応させ、両者の結合確率分布 $p(1/k, 1/f)$ を描いたものである。これより、全ての凹部形状比 L/D において、空間スケール $1/k$ が2.5~4(cm)、時間スケール $1/f$ が0.3~0.6(sec)の渦が卓越していることがわかる。凹部形状比 L/D に依存しないこれらの時空間スケールは、凹部直上流の水理条件(Re, Fr)によって決まる主流-凹部境界での流速せん断の強さに依存するものと推察できる。また、図-10(c)より、凹部形状比 L/D が小さく平均流速分布が凹部内で循環流を形成する場合、上述よりも大きい時空間スケール(空間スケール: 約7 cm、時間スケール: 約1秒)の渦が卓越しているのがわかる。凹部形状比 L/D が大きくなるに従い、この大きな時空間スケールをもつ渦は徐々になくなっていく。これらのことより、

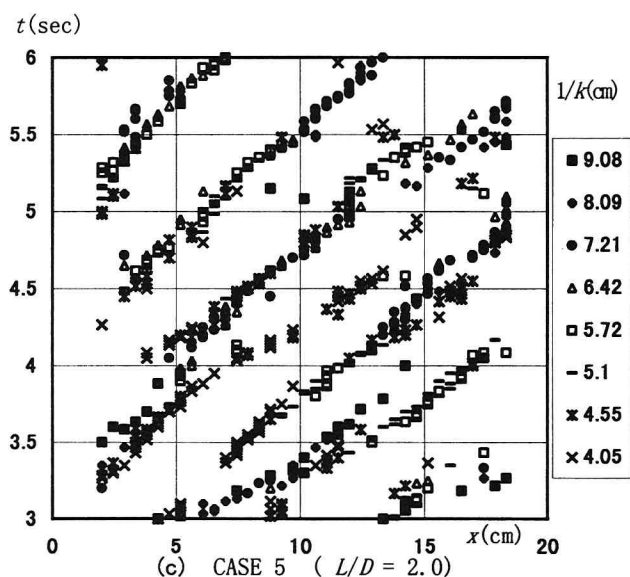
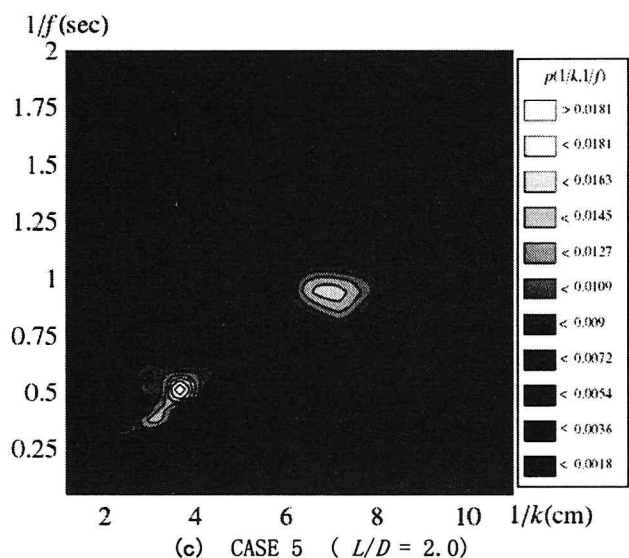
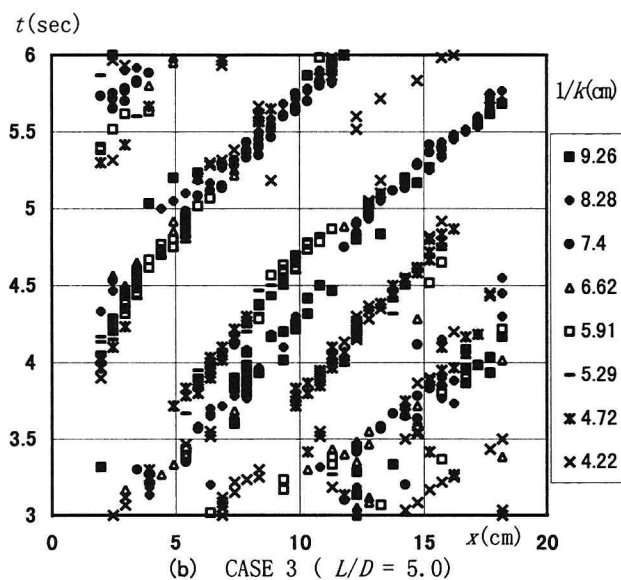
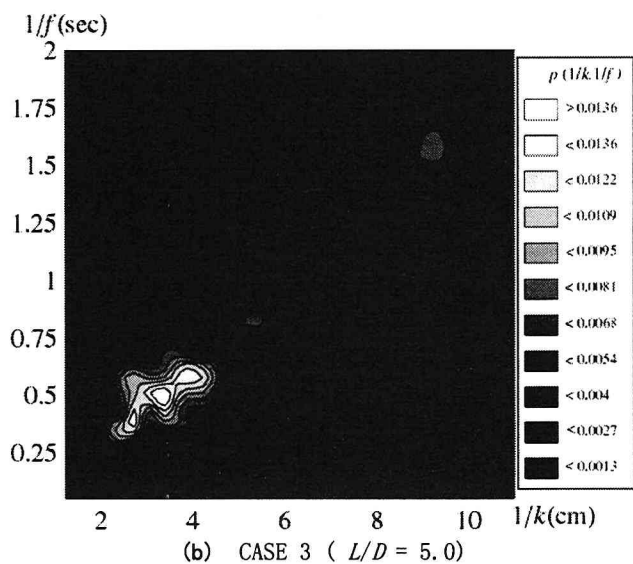
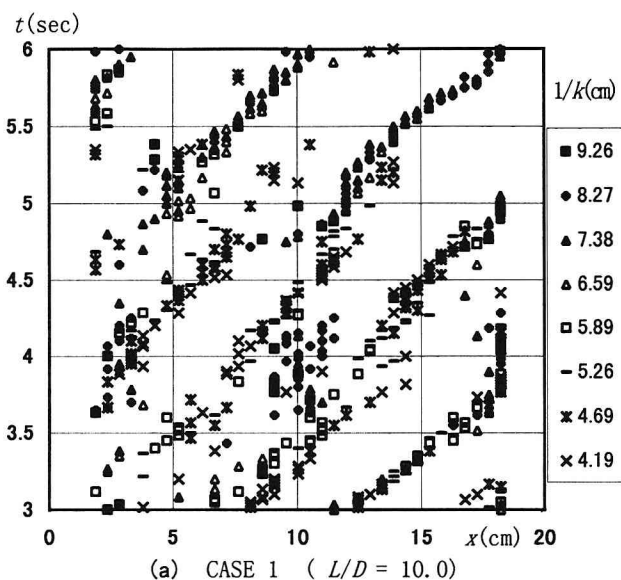
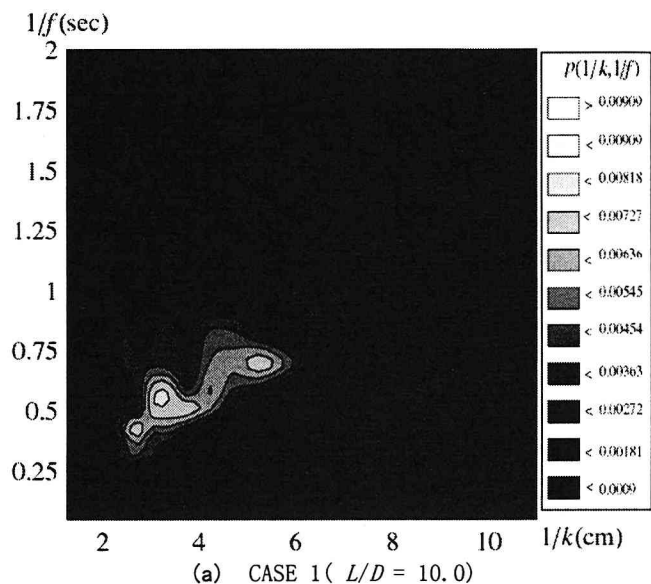


図-10 組織渦の空間スケール～時間スケールの関係

図-11 時空間平面上的 $\tilde{w}(k, x)_{\max}$ の分布(波数特性), ($1/k$ が4cm以上の事象のみをプロット)

凹部形状比 L/D が小さい場合、凹部混合層の上流側においてせん断不安定により生成された渦は、流下方向に時空間スケールを増大させながら流下していると見なすことができる。一方、形状比 L/D が大きい場合、凹部底面境界の存在により、その渦の流下方向への発達には抑制されると考えられる。

(3) 組織渦の流下方向の発達過程

次に、上述の議論から、全形状比 L/D において卓越する時空間スケール($1/k: 2.5 \sim 4(\text{cm})$, $1/f: 0.3 \sim 0.6(\text{sec})$)の渦を最小スケールの組織渦と仮定し、このスケールより大きな渦を組織渦の発達に関連する渦と考えて、図-8, 9の分布を再整理した。図-11は、図-8の分布に対して、上述のものより大きい時空間スケールの事象のみを条件抽出し、 $x-t$ 平面上に示したものである。凹部形状比 L/D が小さい場合(図-11(c))、凹部全域でそれぞれの帯が明確に識別でき、組織渦が空間スケールを発達させながら流下しているのがわかる。形状比 L/D が大きくなるに伴って帯の連続性が失われていき、図-11(a)では、凹部中央付近において帯の連なりが間欠的に乱れているために明確に帯の識別ができない部分がある。この場合(図-11(a): $L/D=10.0$)、流れは主流が凹部底面まで潜り込む浅い流れであり、凹部内の流速変動は他のケースに比べて相対的に大きくなる。帯の乱れる時間帯では、凹部内の下流側に凹部深さスケール程度の渦が存在し、その渦の上流側の凹部中央付近に上向きの流れが形成されているのが確認されており、その流れが凹部混合層の組織渦の発達を抑制しているものと考えられる。

また図-11より、組織渦の移流速度と発生周期は、全凹部形状比でほぼ同一値、すなわち約 $7 \sim 9(\text{cm/sec})$ と約 $1(\text{sec})$ 前後をとることがわかる。ただし、形状比 L/D が大きい場合、前段の議論から組織渦の移流を示す帯の連なりが不明瞭であるため、現段階ではそれらの定量評価はできておらず、今後の課題である。

5. 結 論

開水路凹部流れにおいて、凹部形状比の違いによる大規模渦の挙動変化をウェーブレット解析によって検討した。以下に、得られた結果を列挙する。

- 1) 連続ウェーブレット変換を主流-凹部境界での流速変動に適用することによって、凹部境界層において発生・発達する組織渦の挙動特性を調べた。時空間平面上でのウェーブレット係数極大値の分布に着目することで、凹部混合層における組織渦の移流速度、発生頻度、時空間スケールなどの挙動特性が抽出できる。
- 2) 1)の解析結果を用いて、凹部形状比の違いによる組

織渦の挙動特性の変化を検討した。主要な結果は以下のようである。

- (1) 凹部混合層において、全凹部形状比 L/D で卓越する時空間スケール(時間スケール: $2.5 \sim 4(\text{cm})$, 空間スケール: $0.3 \sim 0.6(\text{sec})$)をもつ渦が存在することを確認した。この時空間スケールは、凹部直上流の水利条件(Re , Fr)によって決まる主流-凹部境界での流速せん断の強さに依存すると考えられる。
- (2) 凹部形状比 L/D が小さい場合、凹部底面境界の影響がほとんどないため、凹部混合層における組織渦は流下に伴って空間スケールを増大させながら発達する。
- (3) 凹部形状比 L/D が大きい場合、非組織的な乱れが間欠的に発生し、組織渦の時空間スケールの増大(渦の発達)は抑制される。これは、凹部中央付近で上向きの流れが形成され、間欠的に凹部混合層の組織渦の発達に影響を及ぼすためと考えられる。
- (4) 組織渦の移流速度・発生頻度については、定性的には全凹部形状比 L/D でほぼ同一の値をとることがわかった。ただし、形状比 L/D が大きい場合、組織渦の移流が不明瞭であるため、現段階ではそれらの定量評価はできていない。

今後は、二次元ウェーブレット変換をPIVによる流速ベクトル場に適用することにより、一次元解析では不明瞭である組織渦の合体・分裂などの流動特性をより的確に把握し、凹部形状比・水利条件の変化が流動特性に及ぼす影響を明らかにする予定である。

謝辞: 本研究の実験を遂行するにあたり、神戸大学大学院生 小出大輔氏(現在、名古屋市勤務)のご協力を得た。ここに記して謝意を表す。

参考文献

- 1) 神田 徹, 宮本仁志, 横野 渉: 連続ウェーブレット変換を用いた開水路凹部における大規模組織渦の特性抽出, 土木学会第54回年次学術講演会概要集, 1999.
- 2) 藤田一郎, 神田 徹, 門脇正夫, 森田卓光: 開水路凹部流れのPIVおよびLESによる乱流解析, 土木学会論文集, No. 539/II-35, pp. 79-88, 1996.
- 3) 宮本仁志, 神田 徹, 藤田一郎, 池上 迅: PIVによる開水路凹部流れの計測および数値解析, 水工学論文集, 第41巻, pp. 1049-1054, 1997.
- 4) Farge, M.: Wavelet transforms and their application to turbulence, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 24, pp. 395-457, 1992.
- 5) 瀬津家久, 山本義暢: 開水路キャビティ流れの乱流構造に関する研究, 土木学会論文集, No. 614/II-46, pp. 51-63, 1999.

(1999. 9. 30受付)