

3次元同時計測による2次流特性の解明

STUDY ON SECONDARY CURRENTS IN OPEN-CHANNEL FLOWS BY USING 3-D LDA MEASUREMENTS

鬼束幸樹¹・瀬津家久²

Kouki ONITSUKA and Iehisa NEZU

¹正会員 博(工) 京都大学大学院助手 環境地球工学専攻(〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

²正会員 工博 京都大学大学院教授 環境地球工学専攻

Three-dimensional measurements in an open-channel flow were conducted by making use of a 6-beams laser Doppler anemometer(LDA). All three components of instantaneous velocities were firstly measured in the cross section of an open-channel flow. The Reynolds stress term in the vorticity equation was successfully measured with high accuracy. It was found that the Reynolds-stress term and the generation term in the vorticity equation balance with each other. The diffusion terms in the energy equation($\partial(\overline{uuv})/\partial y$ and $\partial(\overline{uuv})/\partial z$) were also investigated in the cross section of open-channel flow and it was found that the distributions of diffusion terms are complicated.

Key Words : 3-D turbulence measurements, laser Doppler anemometer, secondary currents, vorticity equation

1. はじめに

主流成分以外の流速成分による流れを2次流というが, Prandtl¹⁾は2次流を第1種2次流と第2種2次流に分類した。前者は遠心力といった渦度の伸張の作用によって発生する2次流で, 後者は非円形直線断面流れで生じる乱れの非等方性によって発生する2次流である。第2種2次流はその強度が主流の3~5%程度しかないにも関わらず, 主流速分布や乱れ強度分布などの断面内の等値線を歪ませ, また壁面せん断応力分布が波状になる主因である。そのため, 空気流の第2種2次流に関しては, Melling & Whitelaw²⁾, Gessner³⁾などによって計測がなされ, 矩形断面における2次流のパターンなどが解明された。一方, 矩形断面を有する開水路流の2次流に関しては, その計測の困難さから近年まで解明されていなかった。Nezu & Rodi⁴⁾は前方散乱型レーザードップラー流速計(LDA)を用いて, アスペクト比(水路幅/水深)を系統的に変化させた矩形断面開水路流れにおいて2次流の計測を行った。その結果, 開水路流の2次流のスケールおよび強度は, 自由水面の存在によって閉管路のものと極めて異なることを解明した。

また, 2次流の発生機構についての検討も行われた。等流の渦度方程式には, 渦度の移流項, 発生項, 2次流 Reynolds 応力項および粘性項が存在するが,

高 Reynolds 数流れにおいては, 粘性項のオーダーが比較的小さなことは容易に理解できるが, その他の項に関しては, 研究者によって説が異なり, Brandrett & Baines⁵⁾は移流項と発生項とがバランスしていると仮説し, Gessner & Jones⁶⁾は発生項と Reynolds 応力項とがバランスしていると仮説した。そこで, Nezu & Nakagawa⁷⁾は底面に突起物を設けたダクト流において Hot-wire 風速計を用いて2次流を計測し, Gessner & Jones の仮説が正しいことを示した。しかし, Nezu & Nakagawa⁷⁾は渦度方程式中の Reynolds 応力項は実測値を用いて評価したものではなく, 移流項から発生項および粘性項を引いたものを用いている。この理由は, 本来 Hot-film 流速計より精度の高い Hot-wire 風速計を用いても2次流 Reynolds 応力を計測するには特殊な3次元 Hot-wire 風速計を作成する必要があるにもかかわらず, その計測精度はそれほど期待できないからである。この点を克服するには, 高精度な LDA を用いた計測が必要不可欠であるが, 一般的に用いられる2成分 LDA では, 水路側壁あるいは水路底面よりレーザ光線を入射させて測定しているため, 渦度方程式に含まれる鉛直および横断方向の変動成分によって構成される2次流 Reynolds 応力は測定できない。

本研究では, 開水路等流において6ビームの LDA を用いた3次元同時計測を行い, 渦度方程式の全ての項を評価し, 2次流の特性について検討した。

2. 理論的考察

水路床に沿って流下方向に x 軸を、 x 軸に直角上方に y 軸を、水路横断方向に z 軸を定義し、 x 軸、 y 軸および z 軸方向の瞬間流速をそれぞれ $\tilde{u}$ 、 $\tilde{v}$ 、 $\tilde{w}$ 、時間平均流速をそれぞれ U 、 V 、 W 、流速変動成分をそれぞれ u 、 v 、 w とする。

完全に発達した 2 次元開水路等流における y 軸および z 軸方向の運動方程式は次式となる。

$$V \frac{\partial V}{\partial y} + W \frac{\partial V}{\partial z} = -g \cos \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{vw}}{\partial z} + \nu \nabla^2 V \quad (1)$$

$$V \frac{\partial W}{\partial y} + W \frac{\partial W}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial \overline{vw}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{w^2}}{\partial z} + \nu \nabla^2 W \quad (2)$$

ここに、 g は重力加速度、 ν は動粘性係数、 ∇ は次式で示される微分演算子である。

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \quad (3)$$

式(1)を z で、式(2)を y でそれぞれ偏微分し、両式の差をとると、次式の渦度方程式が得られる。

$$V \frac{\partial \Omega}{\partial y} + W \frac{\partial \Omega}{\partial z} = \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (\overline{v^2} - \overline{w^2}) + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \overline{vw} + \nu \nabla^2 \Omega \quad (4)$$

$$\Omega = \frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial z} \quad (5)$$

渦度方程式(4)中の左辺は渦度の移流項、右辺第 1 項は渦度発生項、右辺第 2 項は Reynolds 応力項、右辺第 3 項は粘性項である。高 Reynolds 数の場合、壁面近傍を除けば、粘性項は無視できる。従来、2 次流 Reynolds 応力 $\overline{vw}$ を高精度に実測することは極めて困難であった。

3. 実験装置および実験方法

(1) 実験装置

実験に用いた水路は、長さ 10m、幅 40cm、高さ 50cm の可変勾配水路であり、鉄板を用いて水路幅を 20cm に狭めた。図-1 は実験装置の模式図を示したものである。2 ワットのアルゴンイオンレーザー光源から発光したレーザー光線は、青(波長 488nm)、緑(514.5nm) およびバイオレット (476.5nm) に分光され、ビームスプリッターによって 2 つの光線群にそれぞれ強度が等しくスプリットされ、さらに、スプリットされた片方の光線は 40MHz の周波数シフトを受ける。発光部、受光部および光ファイバーが一体化された 2 成分のプロープを 2 つ用意した。1 つのプロープを青および緑用に、そして、もう 1 つのプロープをバイオレット用に使用した。前者のプロープは水路側壁からの測定に用い、 x 軸および y 軸方向の瞬間流速を測定することができる (U-V 測定)。一方、後者のプロープは水路底面からの測定に用い、 z 方向の

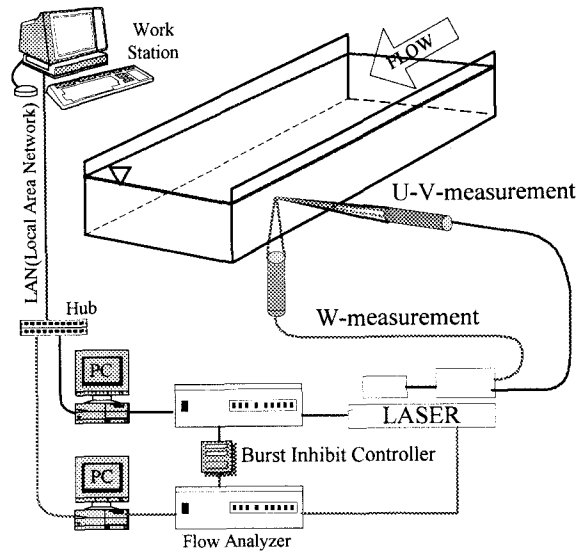


図-1 実験装置

表-1 実験条件

h (cm)	B (cm)	B/h	Re $\times 10^4$	Fr
10.0	20.0	2.0	5.9	0.3

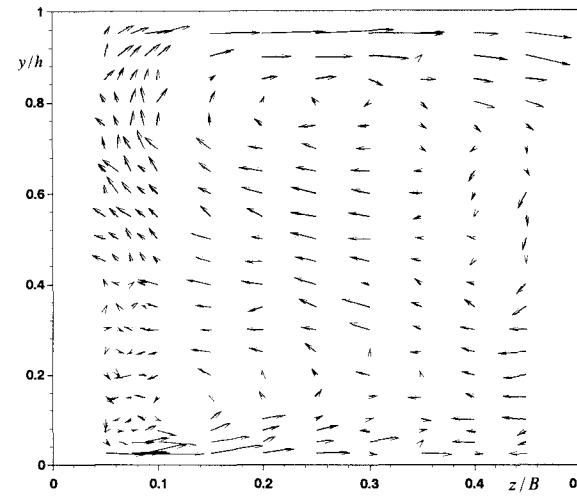


図-2 2 次流

瞬間流速を測定できる (W 測定)。U-V 測定および W 測定を行う上での同期は、バーストインヒビットコントローラーを用いた。

このような測定を行う際に、最も注意を払うべき点は、2 台のプロープから発せられるレーザー光線の焦点を一致させることである。これには、襦津ら⁸⁾の用いた方法を採用した。また、2 台のプロープの移動には、1/100mm の精度をもつ 3 次元トラバース装置を用いた。このトラバース装置は水路にじか付けされており、水路勾配を変化させても光軸は不変であり、しかも底面から 0.01mm の測定が可能である。ただし、本研究における底面に最も近い測定点は $y = 2.5\text{mm}$ の位置である。

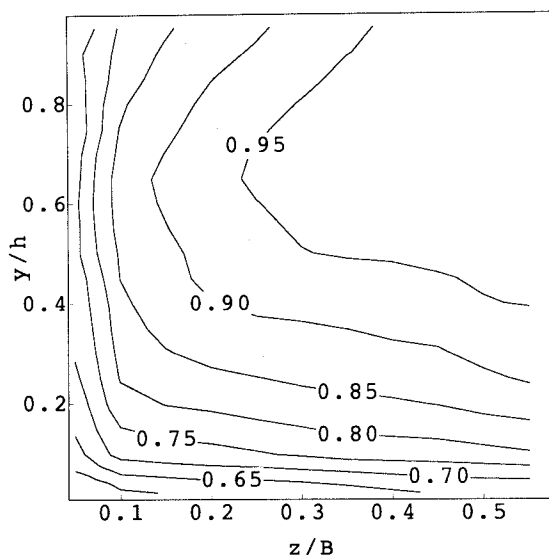


図-3 主流速分布

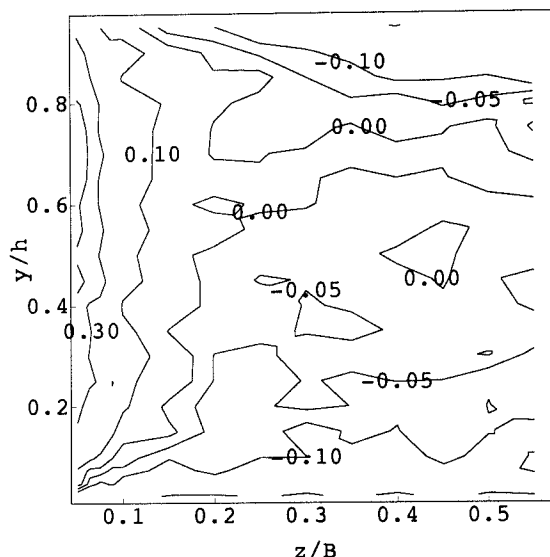


図-4 乱れの非等方性 $(\overline{v^2} - \overline{w^2})/\overline{U_*^2}$

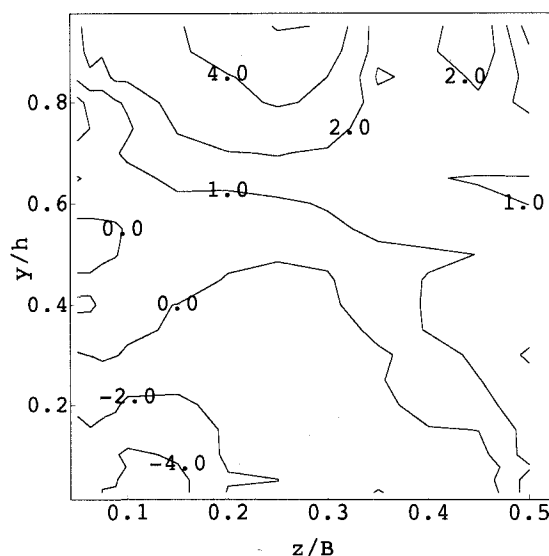


図-5 渦度 $\Omega h/\overline{U_*}$

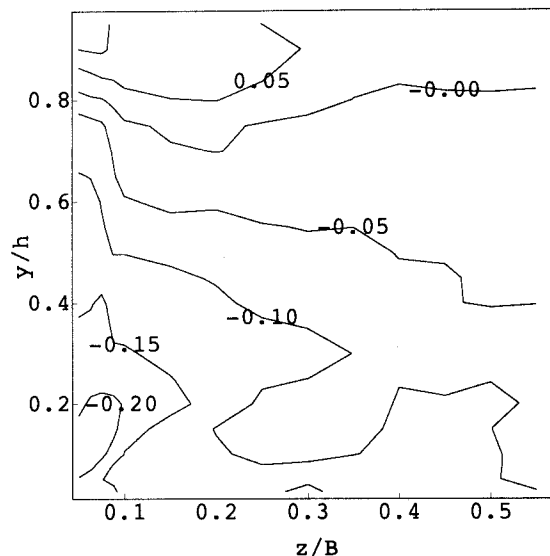


図-6 Reynolds応力 $\overline{vw}/\overline{U_*^2}$

(2) 実験条件

実験条件を表-1に示す．ここに、 h は水深、 B は水路幅、 $Re = 4U_m R/\nu$ はReynolds数、 $Fr = U_m/\sqrt{gh}$ はFroude数、 U_m は断面平均流速、 R は径深である．計測位置は水路上流端から約7mである．計測点は、 $y-z$ 平面内の水路片断面において、 y 軸方向21点、 z 軸方向に14点の格子点とした．なお、計測時間は60sであり、サンプリング周波数は約300Hzであった．

4. 実験結果および考察

(1) 2次流および主流速分布

図-2は2次流ベクトルを示したものである．同図より、互いに逆向きの回転を有する一対の渦が観察される．水面側の渦は水面渦とよばれ、水路隅角部付近の渦は底面渦とよばれている⁹⁾．水路中央軸で下降

流となっているのが開水路流特有の現象で、このため最大流速点の降下現象が生じる⁴⁾．

図-3に最大流速 $U_{\max}$ で無次元化された主流速分布を示す．等値線が水路側壁側に大きく張り出しており、これは大規模な水平渦によるものである．

このように、本実験で得られた2次流および主流速分布はNezu & Rodi⁴⁾によって測定されたものとはほぼ同一の特性を示している．

(2) 渦度方程式における微分以前の各項

渦度方程式の各項を算出するには、得られた実験データを偏微分する必要があるが、それには、精度の高いデータが必要である．ここでは、微分する前の各諸量について示す．

図-4は乱れの非等方性 $(\overline{v^2} - \overline{w^2})/\overline{U_*^2}$ を示したものである．ただし、摩擦速度 U_* はU-V測定で得られ

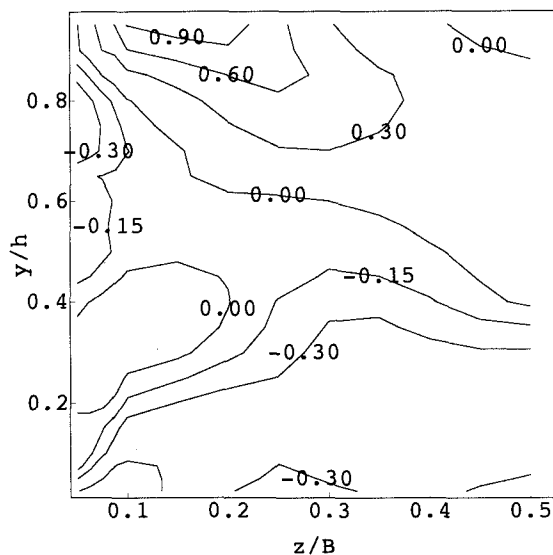


図-7 渦度の移流項A

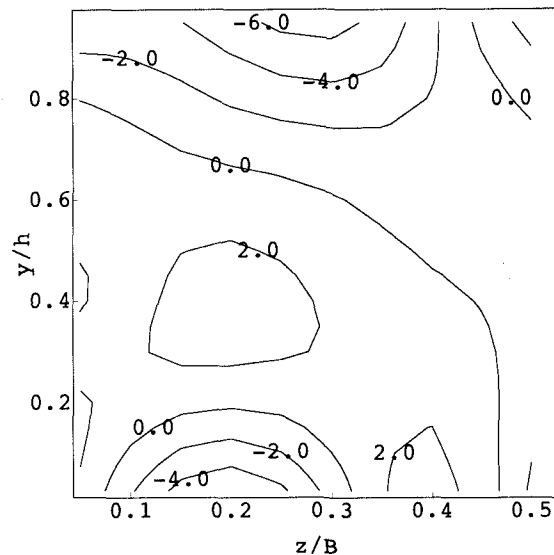


図-8 渦度の発生項B

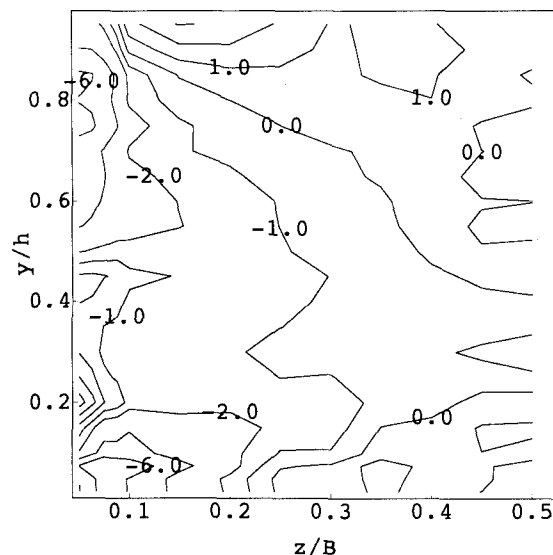


図-9 Reynolds応力項C

た各 z 座標における主流速分布の内層において、次式の $\log$ 則より求めた摩擦速度である。

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + A \quad (6)$$

ここに、 $U^+ \equiv U/U_*$ 、 $y^+ = yU_*/\nu$ 、 κ (≈ 0.412) は Karman 定数で、 A は積分定数である⁹⁾。 $\overline{U}_*$ は底面摩擦速度の横断方向平均値である。図-4より、水路底面および水面付近では負の値をとり、水路側壁付近では正の値をとっていることから、水面および底面によって鉛直方向乱れ $\overline{v^2}$ が抑制され、側壁付近においては水平方向乱れ $\overline{w^2}$ が抑制されたことを示している。

図-5は渦度 $\Omega h/\overline{U}_*$ を示したものである。ただし、流速 V 、 W をそれぞれ z 、 y で偏微分する方法として、平滑化スプライン関数¹⁰⁾を採用した。平滑化スプ

ライン関数を用いる際に、次数の設定が任意となるが、あまり高次の関数を用いるとルンゲの現象が生じてしまうため、本研究では3次とした。また、重みを全ての点において同一とし、極力、スプライン関数に任意性が生じないようにした。図-5より、水面付近と水路隅角部付近において極大値及び極小値が生じていることが観察される。これは、それぞれ水面渦および底面渦が存在しているために、渦度が大きくなったものであり、回転は逆となっている。

図-6は2次流 Reynolds 応力 $\overline{vw}/\overline{U_*^2}$ を示したものである。水路の隅角部付近と側壁近くの水面付近でそれぞれ極小および極大値を示し、等値線の間隔が密になっている。これらの領域では Reynolds 応力を y あるいは z で微分した値が大きくなることが予想される。このように、高精度に Reynolds 応力 $\overline{vw}/\overline{U_*^2}$ を測定できたことは極めて意義深く、3次元レーザ流速計で初めて可能になったものである。

(3) 渦度方程式における各項の評価

図-7, 8, 9に以下に示す移流項A、発生項Bおよび Reynolds 応力項Cを示す。

$$A = \left(V \frac{\partial \Omega}{\partial y} + W \frac{\partial \Omega}{\partial z} \right) \left(\frac{h}{U_*} \right)^2 \quad (7.a)$$

$$B = \left\{ \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (\overline{v^2} - \overline{w^2}) \right\} \left(\frac{h}{U_*} \right)^2 \quad (7.b)$$

$$C = \left\{ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \overline{vw} \right\} \left(\frac{h}{U_*} \right)^2 \quad (7.c)$$

発生項Bはおおよそ $(y/h, z/B) = (1, 0)$ と $(y/h, z/B) = (0.5, 0.5)$ とを結ぶ分割線の上側で負の値をとり、下側で正の値をとっている。Reynolds 応力項Cは $(y/h, z/B) = (1, 0)$ と $(y/h, z/B) = (0.5, 0.5)$ とを結ぶ分割線の上側で正の値をとり、下側で

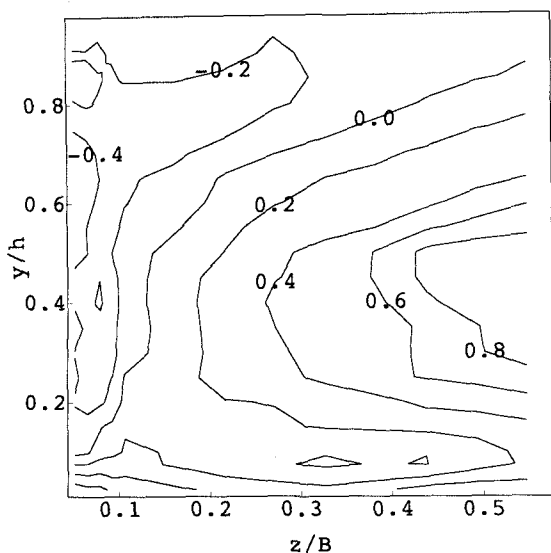


図-10 3次モーメント $\overline{uuv}/\overline{U_*^3}$

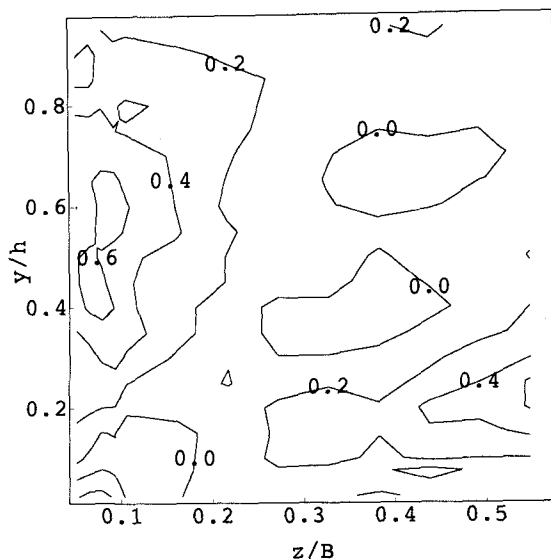


図-11 3次モーメント $\overline{uwu}/\overline{U_*^3}$

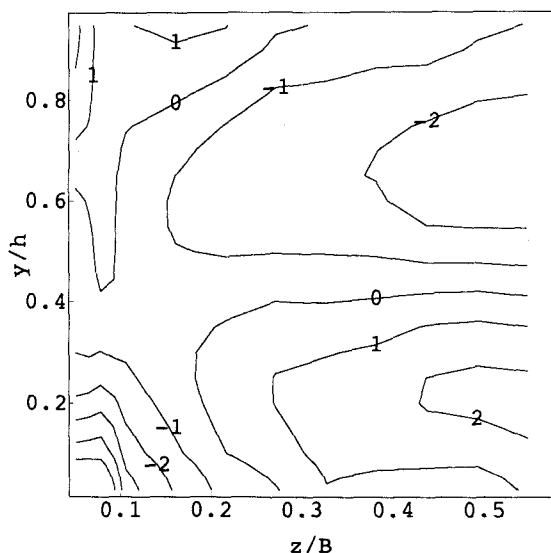


図-12 乱流拡散項 $d(\overline{uuv})/dy \cdot h/\overline{U_*^3}$

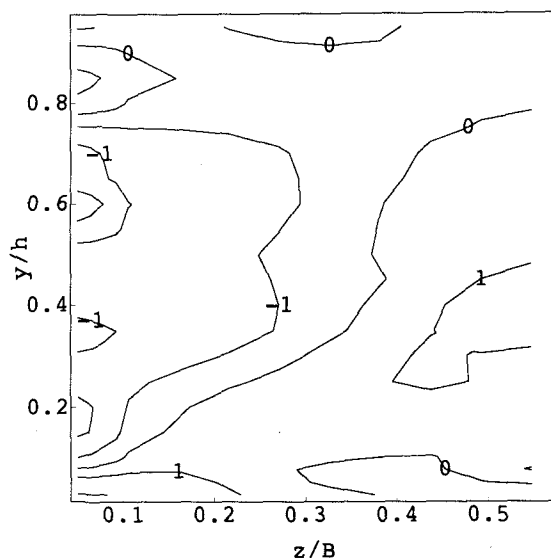


図-13 乱流拡散項 $d(\overline{uwu})/dz \cdot h/\overline{U_*^3}$

負の値をとり、そのオーダーは発生項Bとほぼ同オーダーである。一方、移流項Aは発生項BやReynolds応力項Cよりも小さな値をとっている。これは、Nezu & Nakagawa⁷⁾の提唱した説を初めて定量的に実証するものである。

(4) 乱れの高次相関

3次モーメントは乱流拡散項を構成するため、特にその解明が望まれている。矩形断面等流における乱れエネルギーの拡散項は以下のように示される。

$$\text{Diffusion} = \frac{\partial}{\partial y} \left\{ v \left(k + \frac{p}{\rho} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ w \left(k + \frac{p}{\rho} \right) \right\} \quad (8)$$

$$k = \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2) \quad (9)$$

ここに、 p は圧力変動成分である。図-10, 11に乱れの3次モーメント $\overline{uuv}/\overline{U_*^3}$ および $\overline{uwu}/\overline{U_*^3}$ の分布を

それぞれ示す。3次モーメント $\overline{uuv}/\overline{U_*^3}$ は水路中央の半水深付近で極大値をとっている。近年、DNS(Direct Numerical Simulation)の発達により、2次元流れにおける乱流拡散項が評価されており¹¹⁾、 $\overline{uuv}/\overline{U_*^3}$ は底面近傍の領域 ($y^+ < 30$) を除けば、壁面から離れるにつれて緩やかに減少することが知られている。本実験流れでは、自由水面および側壁の影響を受けて、水路中央部の半水深付近では極大値をとり、水路側壁近くの水面付近では負の値を示すといったかなり複雑な挙動を示している。この側壁付近の負の領域は、速度勾配 dU/dy が負となる領域とほぼ一致する。一方、3次モーメント $\overline{uwu}/\overline{U_*^3}$ は壁面付近で極大値を示しており、水路中央付近の半水深以上の領域ではかなり値が小さいことがわかる。

図-12, 13に乱流拡散項 $d(\overline{uuv})/dy \cdot h/\overline{U_*^3}$ および

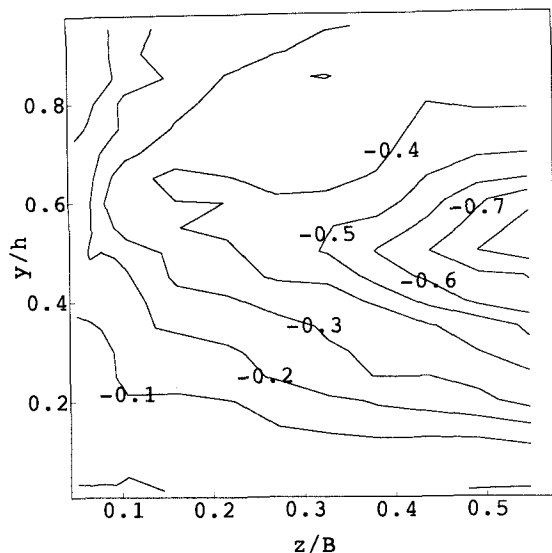


図-14 skewness $\overline{u^3}/u^3$

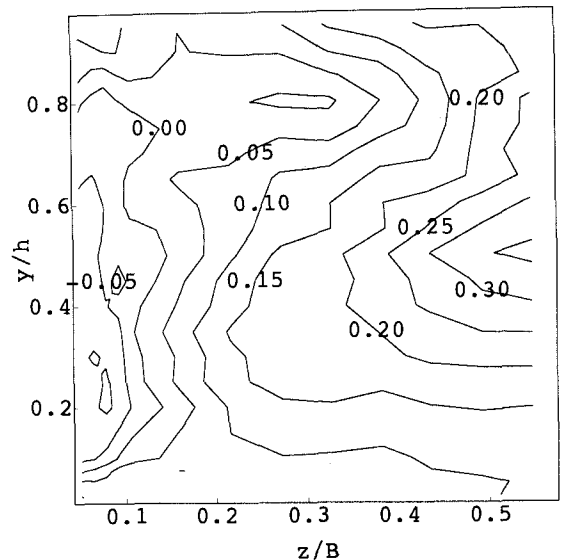


図-15 skewness $\overline{v^3}/v^3$

$\partial(\overline{uuv})/\partial z \cdot h/\overline{U_*^3}$ を示す。 $\partial(\overline{uuv})/\partial y \cdot h/\overline{U_*^3}$ は水路中央の半水深以下の領域において正の値をとるが、半水深以上では負の値をもち、壁面付近の乱流エネルギーが水面付近の領域に輸送されていることを示している。 $\partial(\overline{uuv})/\partial z \cdot h/\overline{U_*^3}$ はおおよそ $(y/h, z/B) = (0, 0)$ と $(y/h, z/B) = (1, 0.5)$ とを結ぶ分割線の上側で負の値を、下側で正の値をとっている。また、値のオーダーは $\partial(\overline{uuv})/\partial y \cdot h/\overline{U_*^3}$ よりは若干小さい。

乱れの3次相関のうち、同一成分による相関はskewnessとよばれ、乱れの確率密度分布の歪みを表し、正規分布の場合はゼロとなる。図-14, 15に $\overline{u^3}/u^3$, $\overline{v^3}/v^3$ の分布を示す。ただし、プライムはRMS値を示す。 $\overline{u^3}/u^3$ は水路中央において、底面から鉛直方向に減少し、半水深付近において極小値をとり、さらに水面に近づくにつれて増加している。一方、 $\overline{v^3}/v^3$ に関しては、水路中央の半水深付近で極大値をとっていることが観察される。よって、水路中央の半水深付近において、強度の強いejectionが発生していることが推察される。また、特に $\overline{v^3}/v^3$ の分布に着目すると、2次流の向きに等値線が張り出していることが観察され、2次流の影響が乱れの3次相関にも影響を及ぼすことが確認される。

5. おわりに

6ビームのレーザードップラー流速計を用いて2次元開水路等流の3次元同時計測を行い、全Reynolds応力の測定に成功した。そのため、渦度方程式の全ての項を初めて実測値より評価することができ、渦度方程式中の発生項とReynolds応力項とがオーダー的にバランスしているというNezu & Nakagawaの説を初めて定量的に実証することができた。また、乱れエネルギー中の拡散項を評価した結果、2次元等

流のものと比較し、かなり複雑な挙動を示すことが明らかとなった。さらに、2次流によって乱れの高次相関の分布が影響を受けることを示し、2次流とbursting現象との関係を示唆した。

謝辞：本研究を行うに当たり、(財)服部報公会より補助を受けた。ここに謝意を表する。

参考文献

- 1) Prandtl, L.: *Proc. 2nd Int. Congress Appl. Mech.*, pp.62-75, 1926.
- 2) Melling, A. and Whitelaw, J.H.: Turbulent flow in a rectangular duct, *J. Fluid Mech.*, vol.78, pp.289-315, 1976.
- 3) Gessner, F.B.: Corner flow, *AFOSR-HTTM Stanford Conf. on Complex Turbulent Flows* (eds. S.J.Kline, B.Cantwell & G.M.Lilley), vol.1, pp.182-212, 1981.
- 4) Nezu, I. and Rodi, W.: *Proc. of 21st Congress of IAHR*, Melbourne, vol.2, pp.115-119, 1985.
- 5) Brundrett, E. and Baines, W.D.: The production and diffusion of vorticity in duct flow, *J. Fluid Mech.*, vol.19, pp.375-394, 1964.
- 6) Gessner, F.B. and Jones, J.B.: On some aspects of fully-developed turbulent flow in rectangular channels, *J. Fluid Mech.*, vol.23, pp.689-713, 1965.
- 7) Nezu, I. and Nakagawa, H.: Cellular secondary currents in straight conduit, *J. Hydr. Eng., ASCE*, vol.110, pp.173-193, 1984.
- 8) 瀬津家久, 鬼束幸樹, Dan Naot: 2成分LDAを2台用いた開水路流の3次元同時計測, 水工学論文集, 第43巻, pp.347-352, 1999.
- 9) Nezu, I. and Nakagawa, H.: *Turbulence in Open-Channel Flows*, IAHR-Monograph, Balkema, Rotterdam, 1993.
- 10) 桜井明, 吉村和美, 高山文雄: パソコンによるスプライン関数, 東京電気大学出版局, 1989.
- 11) Kim, J., Moin, P. and Moser, R.: Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number, *J. Fluid Mech.*, vol.177, pp.133-166, 1987.

(1999.9.30受付)