

都市河川における高潮・降雨の同時生起確率と 内水排除計画への適用

FREQUENCY ANALYSIS ON CONCURRENCE OF STORM SURGE AND RAINFALL
FOR URBAN RIVER SYSTEM AND ITS APPLICATION TO INNER DRAINAGE

栗田秀明¹・岡田耕²・神田徹³・端野道夫⁴

Hideaki KURITA, Tsutomu OKADA, Tohru KANDA and Michio HASHINO

¹ フェロー 工博 (株)建設技術研究所 広島支店 技術部長 (〒730-0013 広島市中区八丁堀 2-31)

² フェロー 工修 (株)建設技術研究所 顧問 (〒540-0008 大阪市中央区大手前 1-2-15)

³ 正会員 工博 神戸大学教授 工学部 建設学科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町)

⁴ フェロー 工博 徳島大学教授 工学部 建設工学科 (〒770-8506 徳島市南常三島 2-1)

This paper discusses the concurrent characteristics of the maximum storm surge and rainfall during a typhoon by analyzing the records of hourly rainfall, tide level and storm surge caused by typhoons. Using the bivariate exponential distribution theory, the joint distribution function of storm surge height and rainfall is analytically obtained. The diagram of return-period is shown in order to evaluate the past main typhoon events.

We also investigate how to determine the design rainfall depth necessary in planning the drainage for a tidal river in case that the tide gates are closed against the storm surge and the precipitated water has to be artificially drained to the bay by pumping, etc.

Key Words : Flood Frequency, Stormwater Drainage, Concurrence of Rainfall and Storm Surge,
Bivariate Exponential Distribution

1. はじめに

日本の大都市は河口部の低平地に位置していることが多いため、台風の通過による高潮浸水の危険性を有している。さらに、低平地を流下する感潮河川では、洪水流の流下と高潮の遡上が短い時差で発生する可能性がある。そのため、高潮と洪水の同時生起性について評価することは、河川の計画・管理上きわめて重要な課題である。

大阪湾奥部に位置し、生駒山麓まで海拔 0m の低平な沖積平野に発達した大阪は、これまでに幾度も高潮災害を被ってきた。表-1 に示すように、ここ約 60 年間においても三度も甚大な高潮被害を受けている。

大阪の中央部を流下する寝屋川では、計画高潮偏差 3.0m、計画高潮位 OP+5.20m とする高潮防御計画に基づき、最下流河川である安治川・尻無川・木津川にそれぞれスパン 57m のアーチ型防潮水門が 1970 年に建設された。

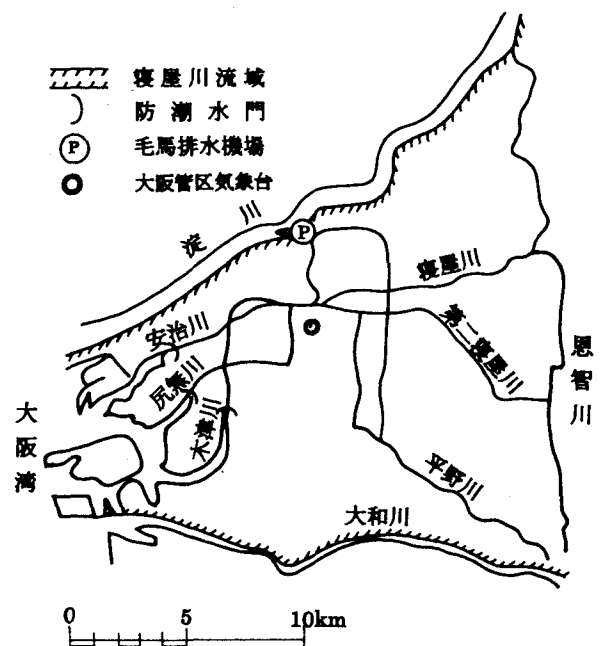


図-1 寝屋川水系の河道網図

表-1 大阪における著名高潮台風の概要

台 風 名	室戸	ジェーン	第二室戸	7916 号
生起年月日	1934.9.21	1950.9.3	1961.9.16	1979.10.1
最低気圧 (hPa)	954.4	970.3	937.3	971.4
最大偏差 (m)	2.92	2.37	2.22	1.07
最高潮位 (OP+m)	4.19	3.85	4.12	3.04
最大時間雨量 (mm)	6.8	19.8	12.2	64.5
総雨量 (mm)	19.5	64.7	44.2	114.5
水害種別	高 潮	高 潮	高 潮	内 水
浸水面積 (ha)	4,921	5,625	3,100	1,035
浸水家屋 (戸)	166,720	80,464	126,980	27,736
死傷者 (人)	17,898	21,465	2,165	0

* 降雨, 潮位記録は気象庁大阪管区気象台による値

** 浸水実績は大阪府下の値, 7916 号台風は寝屋川流域における値

また, 水門閉鎖時には流域に降った雨による河道の洪水は, ポンプによる流域外への排水と河道内貯留により対処するものとされている。

寝屋川水系では, 内水排除の計画雨量として高潮偏差 2m 以上を生起させた実績台風の内, 降雨量が最大であったジェーン台風(最大時間雨量 19.8 mm/hr, 41.7 mm/4hrs)の実績降雨を採択している。

しかし, 1979 年の 16 号台風時には水門閉鎖時の最大時間雨量が 64.5 mm/hr と高潮時の計画時間雨量 19.8 mm/hr を大きく上回り, この台風を契機として, 高潮と降雨の同時生起性に関する定量的な評価の必要性が叫ばれ始めた。

本研究では, 高潮偏差と降雨量の同時超過確率を解析的に導くとともに, 防潮水門により高潮防御を行う場合の水門閉鎖時の内水排除計画への適用を試みた。

2. 高潮と降雨の同時生起確率

(1) 水文資料

本研究では降雨量, 潮位ならびに高潮偏差の時間記録が残されている 1950 年から 1994 年までの 45 年間に大阪港での高潮偏差が 25cm 以上を記録した 120 台風時の資料をもとに, 台風時の高潮偏差と降雨量の同時確率分布について二変数確率分布理論により考察した。

使用した高潮偏差は大阪港検潮所での観測潮位より天文潮を差し引いたものであり, 降雨量は対象期間において連続して時間降雨記録が残されている大阪管区気象台での観測値を用いた。

(2) 二変数指数分布

現時点で二変数確率分布として実用上適しているものは, 二変数 (対数) 正規分布と二変数ガンマ分布 (形状母数が 1 のときには二変数指数分布とな

る) である。

一般に前者は年最大値資料の分布に適合し, 後者は全資料の分布に適合する。ある年の最大の降雨量を生起させた台風と最大の高潮偏差を生起させた台風が同一であるとは限らない。そのため, 高潮偏差と降雨量の同時生起確率を評価するときに扱う資料は, ある閾値以上の全資料系とする必要がある。この場合の確率分布形としては二変数指数分布を用いることが適切と考えた。

さらに, 二変数指数分布には井沢が提案した二変数ガンマ分布の特別な場合としての分布¹⁾と, Freund が提案した二変数指数型分布²⁾がある。

井沢の分布と Freund の分布の特性については, それぞれ長尾³⁾と端野⁴⁾により詳細な検討が行われいるため, ここでは結果のみ示す。

a) 井沢の二変数指数分布

水文学の分野では, 形状母数 $\nu = 1$ とおいたガンマ分布, すなわち指数分布が全資料系の確率統計解析で採用されることが多い。二変量解析においても二変数ガンマ分布の特別な場合 ($\nu = 1$) として二変数指数分布を利用することが適切な場合がある。

井沢はこの二変数指数分布の確率密度関数, 周辺確率密度関数と母数をそれぞれ次式で示している¹⁾。

確率密度関数:

$$f(x, y) = \frac{\beta_1 \beta_2}{1 - \rho} \exp \left(-\frac{\beta_1 x}{1 - \rho} - \frac{\beta_2 y}{1 - \rho} \right) \times I_0 \left(\frac{2\sqrt{\rho}}{1 - \rho} \sqrt{\beta_1 \beta_2 xy} \right) \quad (1)$$

ここに, I_0 : 0 次の第 1 種変形ベッセル関数

周辺確率密度関数:

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= \beta_1 \exp(-\beta_1 x) \\ f(y) &= \beta_2 \exp(-\beta_2 y) \end{aligned} \right\} (2)$$

母数(積率解)：

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= \frac{1}{x}, \beta_2 = \frac{1}{y} \\ \rho &= \frac{xy}{x \cdot y} - 1 \end{aligned} \right\} (3)$$

b) Freund の二変数指数分布

Freund は、2つの要素から構成されるシステムの寿命テストモデルのため、指数関数のみで表される二変数分布を提案している。確率密度関数、周辺確率密度関数と母数は、それぞれ次式で表される²⁾。

確率密度関数：

$$f(x, y) = \begin{cases} a_1 b_2 \exp\{-b_2 y - (a_1 + b_1 - b_2)x\} & \text{for } 0 < x \leq y \\ b_1 a_2 \exp\{-a_2 x - (a_1 + b_1 - a_2)y\} & \text{for } 0 < y < x \end{cases} \quad (4)$$

ここで、 a_1, a_2, b_1, b_2 は母数

y の周辺確率密度関数：

$$f(y) = \begin{cases} \frac{a_1 b_2}{a_1 + b_1 - b_2} \exp(-b_2 y) + \frac{(a_1 + b_1)(b_1 - b_2)}{a_1 + b_1 - b_2} \exp\{-(a_1 + b_1)y\} & \text{for } a_1 + b_1 \neq b_2 \\ (b_1 + a_1 b_1 y) \exp(-b_2 y) & \text{for } a_1 + b_1 = b_2 \end{cases} \quad (5)$$

x の周辺確率密度関数は、上式で y を x に、 b_2 を a_2 に置き換え、 a_1 と b_1 を交換すればよい。

母数：

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{a_1} &= \frac{1}{N_1} \left\{ \sum_{j=1}^{N_1} x_j^1 + \sum_{j=1}^{N_2} y_j^2 \right\} \\ \frac{1}{b_1} &= \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{1}{a_1} \\ \frac{1}{a_2} &= \frac{1}{N_2} \sum_{j=1}^{N_2} (x_j^2 - y_j^2) \\ \frac{1}{b_2} &= \frac{1}{N_1} \sum_{j=1}^{N_1} (y_j^1 - x_j^1) \end{aligned} \right\} (6)$$

ここに、 $(x_j^1, y_j^1), (x_j^2, y_j^2)$ は、それぞれ $x < y, x > y$ を満足する (x, y) のデータを示し、 N_1, N_2 はそれぞれのデータ数を示す。

c) 井沢の分布と Freund の分布の比較

本研究では井沢の分布と Freund の分布を比較するため、両分布の母数の関係について考察することとした。

式(4)において、

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= b_1 = a \\ a_2 &= b_2 = b \\ x &= cy \end{aligned} \right\} (7)$$

とおけば、 x と cy の周辺分布が同一となり、確率密度関数は次のように与えられる。

$$f(x, y) = \begin{cases} abc \exp\{-bcy - (2a - b)x\} & \text{for } 0 < x \leq cy \\ abc \exp\{-bx - (2a - b)cy\} & \text{for } 0 < cy < x \end{cases} \quad (8)$$

周辺確率密度関数は次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= \int_0^\infty f(x, y) dy \\ f(y) &= \int_0^\infty f(x, y) dx \end{aligned} \right\} (9)$$

$2a - b \neq 0$ のとき、

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= \frac{ab}{2a - b} \exp(-bx) + \frac{2a(a - b)}{2a - b} \exp(-2ax) \\ f(y) &= \frac{abc}{2a - b} \exp(-bcy) + \frac{2a(a - b)c}{2a - b} \exp(-2acy) \end{aligned} \right\} (10)$$

$2a - b = 0$ のとき、

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= a(1 + bx) \exp(-bx) \\ f(y) &= a(1 + bcy) \exp(-bcy) \end{aligned} \right\} (11)$$

井沢の式と Freund の式の母数を比較すると、次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{\beta_1}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{1 - \rho}{3\rho + 1}} \right), \quad b = \frac{\beta_1}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{3\rho + 1}{1 - \rho}} \right) \\ c &= \beta_2 / \beta_1 \end{aligned} \right\} (12)$$

以上の母数をもとに、井沢の式とFreundの式による2変数指数分布の分布形状を比較した。一例を図-2に示す。

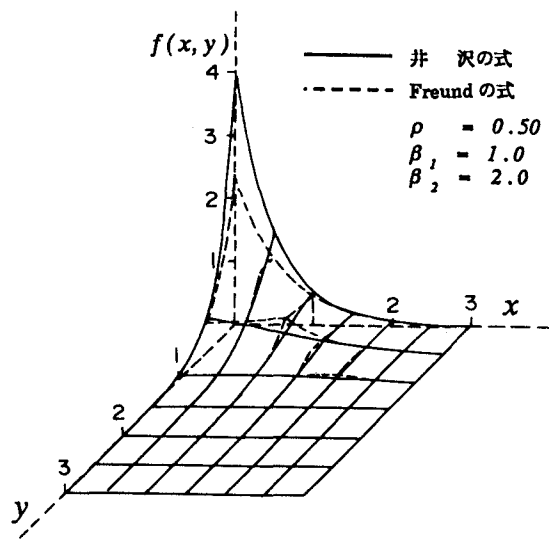
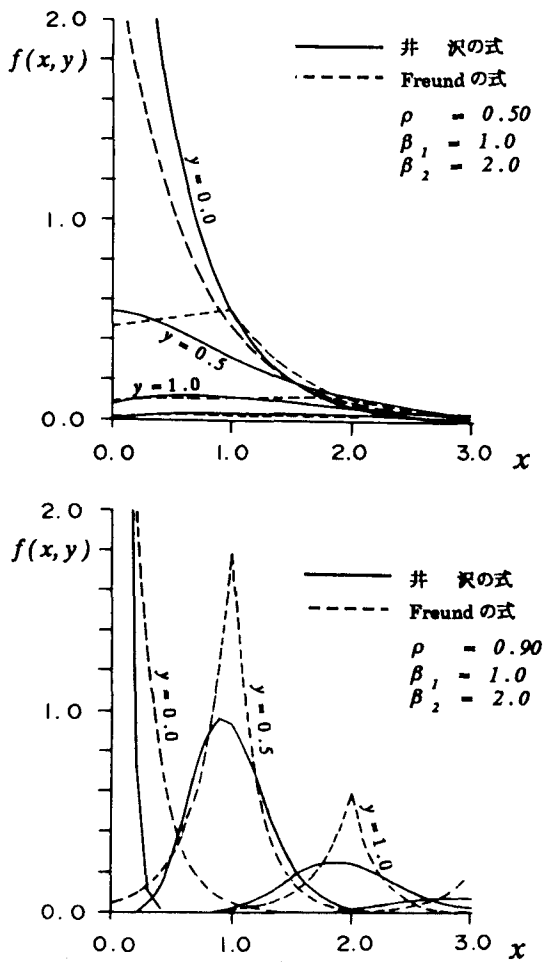


図-2 井沢の分布と Freund の分布の比較



$x-f(x,y)$ 断面

図-3 井沢の分布と Freund の分布の比較

図中の実線は井沢の式、破線はFreundの式から得られた2変数指数分布である。Freundの分布は、 $x/y = \beta_2/\beta_1 = 2.0$ の線上で折れており、井沢の分布と比較して多少のずれが生じている。

図-2での折れ点とずれをさらによく観察するために、 $\beta_2/\beta_1 = 2.0$ のときの分布形の違いを平面座標で比較した。式(1)、(8)、(12)の関係より $\rho = 0.0$ のときの井沢とFreundの式による分布は同一となるため、 $\rho = 0.5$ と 0.9 の場合を図-3に示している。この図より、 ρ の値が大きくなるほど井沢とFreundの式による分布のずれが大きくなるのが、また、Freundの式による分布では最頻値を示す部分での形状が鋭角になっているのがわかる。

(3) 高潮偏差と降雨量の同時確率分布

井沢の二変数指数分布は式(1)に示すように、式中に0次の第1種変形ベッセル関数が含まれているため、超過確率を算定するには数値解析を行う必要がある。一方、Freundの分布は指数関数のみで表されているため、同時超過確率の算定に際して解析解が得られる。さらに、本研究で対象とした大阪港の高潮偏差と大阪管区気象台での降雨量の相関関数 ρ は0.2程度と小さな値であったため、井沢の式とFreundの式による結果の差は小さいと期待される。

以上の理由から、本研究では実務上での簡便性を考え、Freundが提案した二変数指数型分布を採用した。

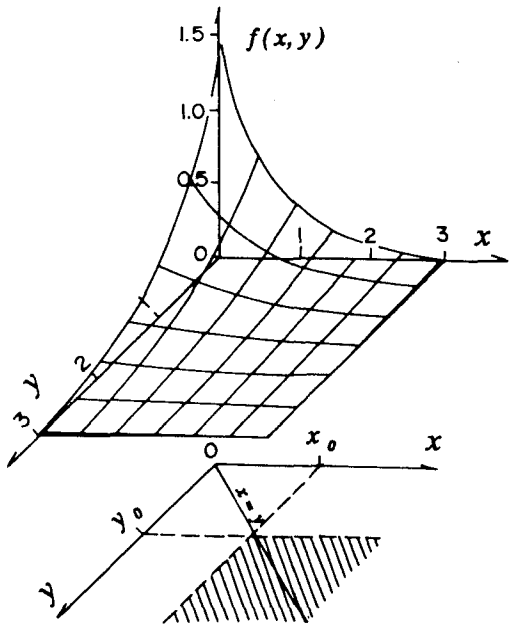


図-4 確率密度関数と積分領域

いま、高潮偏差を x 、降雨量を y としたときに、それぞれが任意の値 (x_0, y_0) を同時に超える

確率，すなわち同時超過確率 $P_F(x_0, y_0)$ は図-4の $x_0 < x \leq \infty, y_0 < y \leq \infty$ の領域で，式(4)の確率密度関数を積分すればよい。ただし，この場合， $x \leq y, x > y$ の領域では式が異なることから，領域毎に積分を行う必要がある。

結果として，計画上もっとも知りたい高潮偏差と降雨量の同時超過確率 P_F を表す式が，非常に簡便な式形で解析解として得られた。

$$P_F = \begin{cases} \frac{b_1 \exp(-a_2 x_0)}{a_1 + b_1 - a_2} [\exp\{-(a_1 + b_1 - a_2)y_0\} - \exp\{-(a_1 + b_1 - a_2)x_0\}] + \exp\{-(a_1 + b_1)x_0\} & \text{for } x_0 > y_0 \\ \exp\{-(a_1 + b_1)x_0\} = \exp\{-(a_1 + b_1)y_0\} & \text{for } x_0 = y_0 \\ \frac{a_1 \exp(-b_2 y_0)}{a_1 + b_1 - b_2} [\exp\{-(a_1 + b_1 - b_2)x_0\} - \exp\{-(a_1 + b_1 - b_2)y_0\}] + \exp\{-(a_1 + b_1)y_0\} & \text{for } x_0 < y_0 \end{cases} \quad (13)$$

さらに，式(13)より P_F と x_0 あるいは P_F と y_0 を所与としたときの y_0 と x_0 値を，それぞれ求めることができる。このことは，実務上で等リターンピリオド線を描くときに非常に便利である。式を以下に示す。

$y_0 > x_0$ のとき

$$x_0 = -\frac{1}{a_1 + b_1 - b_2} \ln \left[\frac{a_1 + b_1 - b_2}{a_1 \exp(-b_2 y_0)} \times \{P_F - \exp\{-(a_1 + b_1)y_0\} + \exp\{-(a_1 + b_1 - b_2)y_0\}\} \right] \quad (14a)$$

$x_0 > y_0$ のとき

$$y_0 = -\frac{1}{a_1 + b_1 - a_2} \ln \left[\frac{a_1 + b_1 - a_2}{b_1 \exp(-a_2 x_0)} \times \{P_F - \exp\{-(a_1 + b_1)x_0\} + \exp\{-(a_1 + b_1 - a_2)x_0\}\} \right] \quad (14b)$$

ただし，超過確率をリターンピリオド(再起年数)に変換する場合には，上記の同時超過確率 P_F の代りに年同時超過確率 P_{Fa} を用いる必要がある。 P_{Fa} と P_F の関係は近似的に次式で表される(付録参照)。

$$T = 1/P_{Fa} = 1/(\lambda P_F) \quad (15)$$

ここで， λ は標本とした台風の年平均個数

高潮偏差と降雨量の等リターンピリオド線図の一例を図-5に示す。図中の曲線が等リターンピリオド線であり，丸印は実績の高潮偏差と最大4時間雨量との関係を示している。また，等リターンピリオド線上の数字はリターンピリオド(再起年数)を表す。

高潮偏差と最大4時間雨量の相関係数は0.2程度である。等リターンピリオド線上では，高潮偏差が大きな台風では降雨量が小さく，降雨量が大きな台風では高潮偏差が小さくなる傾向を示している。

この図によれば，内水排除計画の計画降雨となっているジェーン台風の高潮偏差と最大4時間雨量のリターンピリオドはほぼ180年と推定される。

さらに，内水排除計画のモデル高潮の高潮偏差は3.0mとされているため，これとジェーン台風の実績4時間雨量41.7mmのリターンピリオドは200年以上と評価され，現在の内水排除計画の安全度はかなり高い状態にあるものと考えられる。

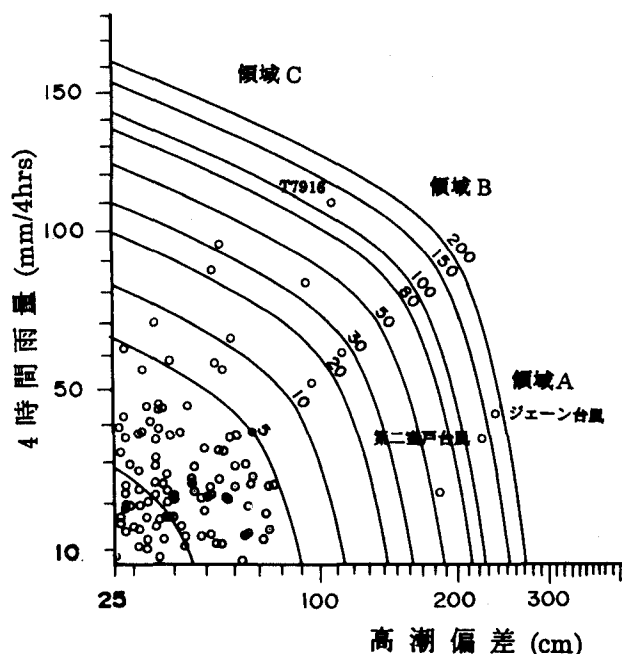


図-5 高潮偏差と降雨量の等リターンピリオド線

3. 高潮時の内水排除計画について

本研究で対象とした寝屋川の内水排除計画は，図-5の領域Aに属する大高潮を対象とした計画である。

防潮水門方式により高潮防御を行う場合，計画高潮位あるいは計画偏差以下の高潮台風に対しても水門を閉鎖することが多い。一般に，水門閉鎖の判断あるいは閉鎖する時刻は，高潮偏差が発生する時刻より数時間前であり，潮位が計画高潮位より数10cm低い時点で行われる。そのため，水門閉鎖後に結果

として生じる高潮偏差は、予測値より下回ることがある。このことは高潮防御の面からは問題ない。しかし、この場合には降雨量が予想を超えることがあり、ポンプの排水容量が不足する恐れがある。

以上のことより、防潮水門方式により高潮防御を行っている河川の内水排除計画にあたっては、図-5の領域Aに属する台風ではなく、領域Bに位置する台風を対象に計画降雨を設定する必要がある。

筆者らは安全度が所与である場合には、次の手順で計画雨量を設定することを提案する。計画雨量を設定する際の対象高潮偏差として、水門閉鎖後に結果としてあらわれる高潮偏差の最小値を考える。例えば、寝屋川水系では7916号台風時に水門を閉鎖している。このときの高潮偏差は1.07mであった。よって、対象高潮偏差としては1m程度が適切かも知れない。

このときには、所与の安全度に対応する等リターンピリオド線と高潮偏差1mから垂直に引いた線の交点の雨量を計画降雨量とすればよい。図-5と同様に、高潮偏差と継続時間n時間雨量の等リターンピリオド線図をn枚準備しておき、上記の手順を繰り返すことにより、内水排除計画の計画降雨波形が得られる。例えば、1時間から1時間ピッチに12時間までの継続時間に対する等リターンピリオド線図を作成し、中央集中型の計画降雨を作成する方法が考えられる。

4. 結 語

本研究では、Freundが提案した二変数指数型分布を用い、高潮と降雨の同時超過確率を表わす簡便な式を提示した。さらに、高潮偏差と継続時間n時間雨量の等リターンピリオド線図を数枚描くことにより、高潮時の内水排除計画の計画降雨波形が設定できることを示した。

謝 辞：本研究の機会を与えていただいた大阪府土木部河川課の関係各位に深甚の謝意を表します。

付 録

非毎年資料が指数分布に従うとき、その超過確率

を P_{FE} とする。このとき、年最大値はガンベル分布に従う。その超過確率を P_{FG} とする。 P_{FE} および P_{FG} は次式で表される。

$$P_{FE} = \exp(-\beta x) \quad (16)$$

$$P_{FG} = 1 - \exp\{-\lambda \exp(-\beta x)\} \quad (17)$$

ここに、 λ ：年平均生起頻度

また、 $\lambda \exp(-\beta x) \ll 1$ のとき、

$$\begin{aligned} P_{FG} &= 1 - \left[(1 - \lambda \exp(-\beta x)) + \frac{1}{2} \{\lambda \exp(-\beta x)\}^2 + \dots \right] \\ &= \lambda \exp(-\beta x) - \frac{1}{2} \{\lambda \exp(-\beta x)\}^2 + \dots \end{aligned}$$

$$= \lambda P_{FE} - \frac{1}{2} \{\lambda P_{FE}\}^2 + \dots \quad (18)$$

$$\approx \lambda P_{FE} \quad (19)$$

リターンピリオドが5年を超えると実用上、式(18)から式(19)の近似がなりたつ。すなわち、 $P_{FG} \approx \lambda P_{FE} < 1/5$ である。このとき、式(18)で第1項は0.2以下、第2項は0.02以下となるので、第2項以下を無視するときの誤差は10%以下となる。超過確率で10%以下の誤差は実用上無視できると考える。

参考文献

- 1) 井沢竜夫：二変数 Γ 分布について（降水量の分布第2報），気象と統計，第4巻，第1号，pp.9-15, 1953.
- 2) Freund, J.E.: A bivariate extension of the exponential distribution, Journal of the American Statistical Association, Vol.56, pp.971-977, 1961.
- 3) 長尾正志・角屋 睦：二変数ガンマ分布のその適用に関する研究(1) ～二変数指数分布の基礎理論～，京都大学防災研究所年報，第13号B，pp.105-115, 1970.
- 4) Hashino, M. and Kanda, T.: Characteristics of concurrence of rainfall, flood and storm surge associated with typhoon, Journal of Hydrosience and Hydraulic Engineering, Vol.3, No.2, pp.31-47, 1985.

(1999. 9. 30 受付)