

地形上気流解析における非定常RANSモデルと LESシミュレーションの比較

COMPARISON OF NUMERICAL ANALYSIS OF FLOW PAST TOPOGRAPHY BY TIME-DEPENDENT RANS MODEL AND LES SIMULATION

中山昭彦¹・宮下康一²・前田和裕³

Akihiko NAKAYAMA, Kouichi MIYASHITA and Kazuhiro MAEDA

¹正会員 PhD 神戸大学大学院 自然科学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1-1)

²非会員 工修 神戸大学大学院 自然科学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1-1)

³学生会員 神戸大学大学院 自然科学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1-1)

Time-dependent Reynolds-averaged Navier Stokes equation(RANS) and large-eddy simulation(LES) techniques have been applied to the analysis of flow past smooth topography to evaluate the results of both methods. Though RANS method used is a two-dimensional one with two-equation turbulence model, the results reproduce a time dependent large-scale turbulence structure. It appears to be made possible by sufficiently small grid spacing resolving the near-wall laminar sublayer and a small time step, and is something like an LES simulation with filter average taken in the cross stream direction. The overall accuracy of prediction, however, depends on the representation of the laminar-to-turbulent transition and does not appear to have outpassed standard $k-\epsilon$ method.

Key Words: RANS, LES, turbulence model, topography, finite difference calculation

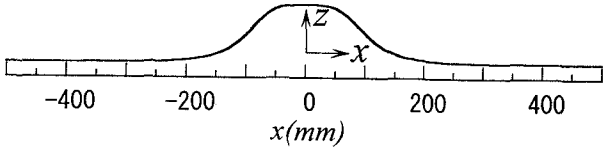
1. はじめに

近年計算機の高速度化、大容量化が飛躍的に進み、しかも安価になって来たため多くの流れの計算に、計算機負荷は多少かかっても普遍性の高いシミュレーション法の適応が盛んになってきている。中でも大規模乱れは直接計算し、小規模乱れはモデル化するラージエディシミュレーション法(LES)の応用は急速に広まっている。一方これまでは計算負荷の少ない、レイノルズ平均運動方程式(RANS)を用いる方法が主であった。この方法では時間平均あるいはアンサンブル平均された流れを解くもので、平均流が定常なものはもちろん定常である。しかしこのRANS法でも、非定常項を残し、格子間隔を密に、また時間間隔を短くとり、時間発展計算すると、流れの非定常性が再現されることが示されている(加藤¹⁾, Kimura & Hosoda²⁾, 木村・細田³⁾)。これらの場合流れは交播渦の放出など大スケール運動に大きな非定常性がある場合であるが、木村・細田³⁾の計算場合、交播渦の揺らぎによる乱れや、大規模乱流渦の影響のようなものも捉えている。岡島ら⁴⁾, 岩原⁵⁾は同様のRANS計算を、鈍頭物体ではなく剥離は伴う滑らかな地形を過ぎる気流の計算に適用しているが、非定常性は報告されていない。これは格子が粗く、壁面近傍粘性底層

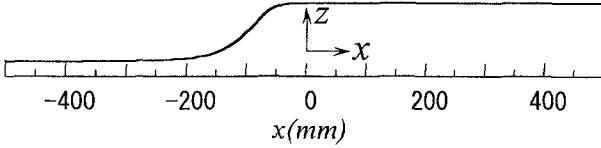
も解像されていないためであると考えられる。佐藤ら⁶⁾はRANS法を3次元開水路に適用し、水面を考慮すれば非定常性が見出されたと報告している。これらの計算結果は、格子解像度を上げれば、非定常RANS計算でも、大規模非定常運動、さらにはある種の大規模乱流運動を捉えることができる可能性を示唆している。すなわち、これまでのRANSとLESの中間的なものあるいは、双方を補い合う新しいシミュレーション法が考えられる。実際Spalart⁷⁾や半場・吉澤⁸⁾らは最近の論文でその可能性を示唆している。またSpeziale⁹⁾はLESを一般化する事により、直接数値シミュレーション(DNS)とRANSを両極端に持つ一般的乱流のモデル・シミュレーション法が得られる事を示している。

以上のような新しい乱流解析・シミュレーション法の可能性が考えられるが、まず根本的意味を明らかにしなければならない。鈍頭物体のように強制剥離しない、もっと一般的な流れでも非定常性は生じるのか、また生じたとして、3次元LES計算で再現される大規模乱流渦とどのような関係があるのかなど疑問点を明らかにする必要があると思われる。

そこで本研究では、滑らかな2次元地形上気流をRANS法の一つである $k-\epsilon$ 法と一般的サブグリッドモデル



(a) 丘



(b) 上り勾配

図-1 2次元地形モデル

を用いたLES法で計算し、結果を比較検証する事によりそれぞれのシミュレーションの精度とともに非定常計算の基本的な意味を検討する。地形は図-1に示されてあるように解析的関数で表される丘と上り坂で風洞実験結果がある¹⁰⁾ので比較も可能で、実地形上気流の基礎問題でもある。

2. 非定常RANS法

非定常流に対するレイノルズ平均運動方程式は瞬時運動方程式の時間平均またはアンサンブル平均をとれば得られる。この式は、短時間平均あるいは横方向の空間平均と考えても矛盾は生じない。こういった平均を施した x_i 方向速度成分、圧力をそれぞれ $\langle u_i \rangle$ 、 $\langle p \rangle$ で表わすと、運動方程式及び連続の式は

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(R_{ij} + \nu \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

である。この式にはいうまでもなくレイノルズ応力項 $R_{ij} = \langle u_i u_j \rangle - \langle u_i \rangle \langle u_j \rangle$ があり、モデルが必要である。通常の k - ϵ 法に用いられる等方線形渦粘性モデルでは

$$R_{ij} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \nu_t \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

$$\nu_t = C_\mu k^2 / \epsilon \quad (4)$$

とおく。ここで k は瞬時速度成分の平均値 $\langle u_i \rangle$ からの変動で定義される乱れエネルギーで、 ϵ は k の散逸率、 C_μ はモデル定数で0.09である。物理的な意味は多少異なるとしても、これらの量の輸送方程式は通常の標準 k 、 ϵ の輸送

式と同じで

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) - \epsilon \quad (5)$$

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = C_1 P_k \frac{\epsilon}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) - C_2 \frac{\epsilon^2}{k} \quad (6)$$

$$P_k = \frac{1}{2} R_{ij} \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right) \quad (7)$$

である。ここで $C_1=1.44$ 、 $C_2=1.92$ 、 $\sigma_k=1.0$ 、 $\sigma_\epsilon=1.3$ はモデル定数である。

以上は発達した非定常性再現には粘性底層を解像する必要があると考えられるので、本計算では、比較的簡単な方法である、2層モデル (Lakehal and Rodi¹¹⁾) を用いる。この方法では、壁面近傍の渦粘性係数 ν_t と ϵ が乱流エネルギー k と壁からの距離 y_n で表わされる長さスケールで与えられるとし

$$\nu_t = C_\mu k^{1/2} l_\mu \quad (8)$$

$$\epsilon = k^{3/2} / l_\epsilon \quad (9)$$

ここで

$$l_\mu = C_l y_n f_\mu, \quad l_\epsilon = C_l y_n \frac{1}{1 + 13.2 / (C_l R_y)} \quad (10)$$

$$f_\mu = \exp\left(-\frac{R_y}{50.5}\right), \quad R_y = k^{1/2} y_n / \nu, \quad C_l = \kappa C_\mu^{-3/4}$$

である。 k は(5)式の輸送方程式により計算される。

通常の時間平均速度 U_i は $\langle u_i \rangle$ の時間平均

$$U_i = \overline{\langle u_i \rangle}$$

で得られる。

数値計算には境界に適合する一般座標系により定式化し、MAC法に準じた差分法で解いている。時間進行は1次精度Eulerの陰解法を、移流項には3次風上差分を用いている。

3. LES法

LES法では瞬時運動方程式の空間平均をとり、それを空間平均速度 $\langle u_i \rangle$ 、空間平均圧力 $\langle p \rangle$ で表わす。結果は式(1),(2)と同じ

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\tau_{ij} + \nu \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} \right) \quad (11)$$

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = 0 \quad (12)$$

表-1 計算ケース

	丘	上り勾配
RANS,標準k-ε	SKE-a	SKE-b
RANS,2層k-ε	TKE-a	TKE-b
LES	LES-a	LES-b

であるが、ここでモデル化が必要なのはサブグリッド応力 τ_{ij} である。ここにも渦粘性モデルを用いると

$$\tau_{ij} = \frac{2}{3} k_G \delta_{ij} - \nu_G \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (13)$$

と表される。ここで k_G はサブグリッド乱れエネルギー、 ν_G はサブグリッド渦粘性係数である。ゼロ方程式モデルであるSmagorinskyモデルでは

$$k_G = \frac{\nu_G^2}{(C_k \Delta)^2}, \quad \nu_G = (C_s \Delta)^2 \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]^{1/2} \quad (14)$$

とおかれる。ここで $\Delta=(\Delta_x \Delta_y \Delta_z)^{1/3}$ は格子スケール幅である。定数の数値は $C_k=0.94$, $C_s=1.3$ が用いられている。

上式を壁面近傍で適用するには渦粘性係数を減衰させなければならないが、本計算では壁までの距離 y_n に依存するVan Driest 型の減衰関数

$$f(y^+)=1 - \exp(-y^+/25), \quad y^+=y_n u_\tau / \nu$$

を掛けている。

以上の基礎式は境界には適合しない、直交食い違い格子を用い境界条件は境界に最も近い速度成分定義点で与える。時間進行は2次精度Adams-Bashforth法を用い圧力解法にはHSMAC法を用いている。詳細はNakayama & Noda¹²⁾とほぼ同じである。

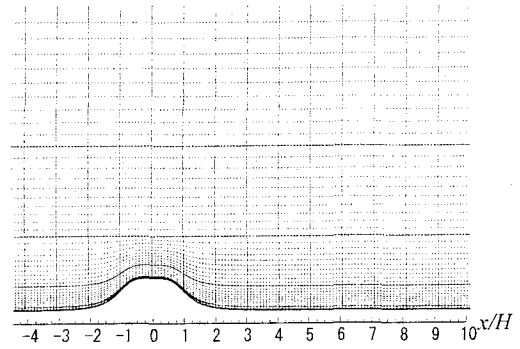
4. 計算ケース

上記の計算法で、図-1に示すような丘と上り勾配2次元地形上気流の計算を行った。形状は解析的関数で表され、丘の場合水平距離 $x_f=x$ での地面高さを z とすると

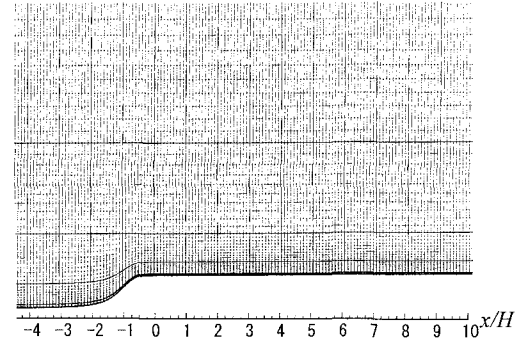
$$\frac{z}{H} = \frac{1}{1 + (x_f/(1.1H))^4} \quad (15)$$

で表され、上り勾配の場合上式は $x < 0$ の領域のみで、 $x \geq 0$ では $z/H=1$ で表される。双方とも斜面の最大傾斜角は45度で一般の実地形に比べ急峻である。山の場合剥離は起きるが、角柱のような尖った角がないため剥離点は固定されていない。また上り坂の場合少なくとも実験では剥離が見られない。

計算ケースは表-1に示されてある3通りである。ケースSKE-a, SKE-bは標準k-ε法で地面近傍は解像せず壁関数を用いたものである。図-2、図-3にそれぞれRANS法

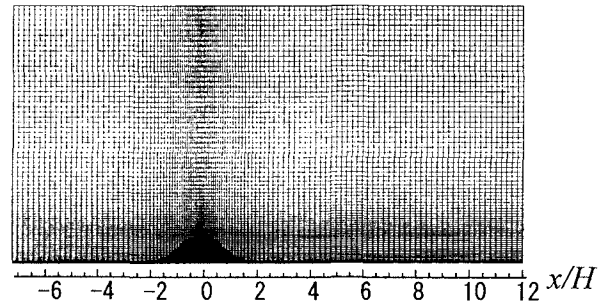


(a) 丘の計算格子

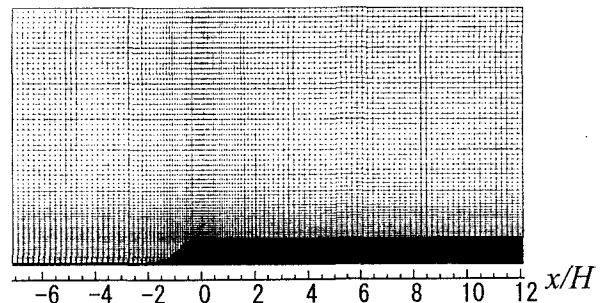


(b) 上り勾配の計算格子

図-2 RANS計算のための格子



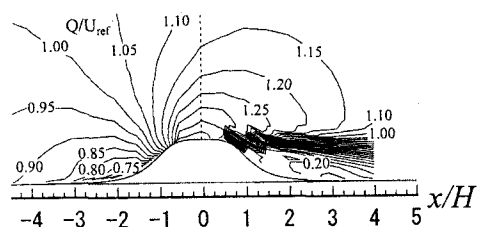
(a) 丘の計算格子



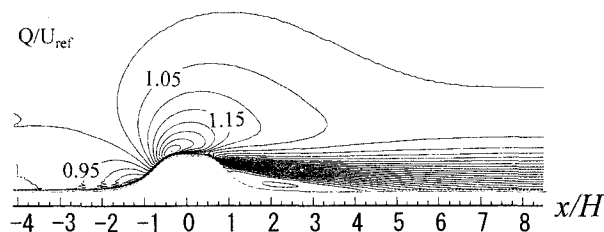
(b) 上り勾配の計算格子

図-3 LES計算の格子

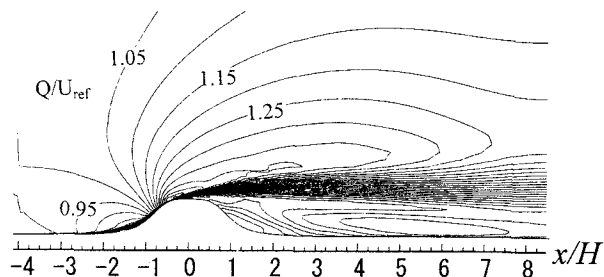
LES法に用いられた計算格子を示す。RANSの場合は境界適合一般座標で、解析領域は $19H \times 10H$ で、格子数は 150×50 である。標準k-ε法の場合壁関数を用いるので、壁からの第一点目の格子点は粘性単位で30程度になるよう離してとってある。LESの場合計算領域は3次元で $19H \times 4H \times 10H$ 、格子数は $123 \times 20 \times 73$ である。接近風速



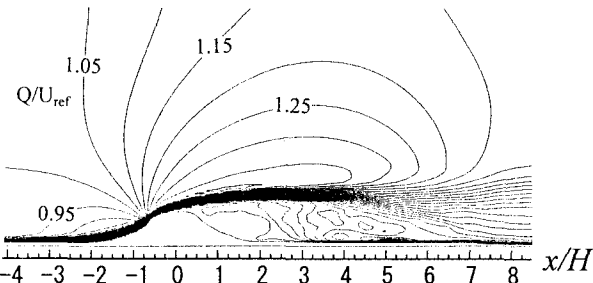
(a) 実験



(b) ケース SKE-a, 標準k-ε



(c) ケース TKE-a, 2層k-ε



(d) ケース LES-a, LES

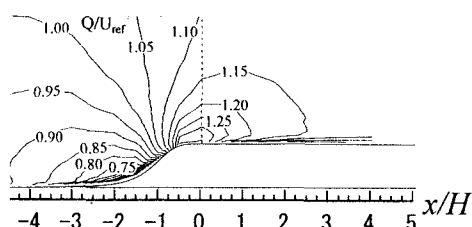
図-4 平均風速分布, 丘

U_{ref} と H を基にしたレイノルズ数は実験と同様50,000で計算されている。

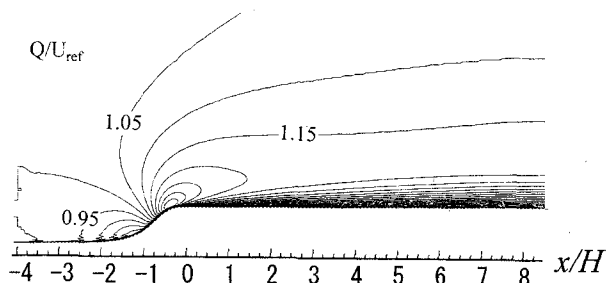
5. 計算結果

(1) 平均量

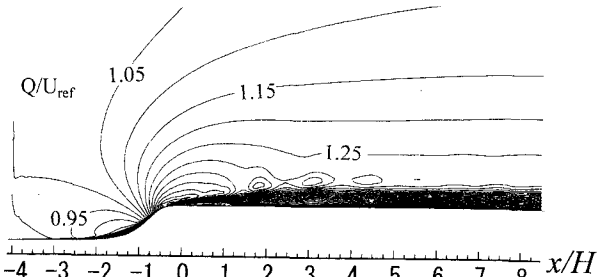
図-4, 図-5はそれぞれ丘, 上り勾配気流の平均風速の絶対値 Q の計算結果と実験結果をコンター図で比較したものである。全ての計算結果は概ね実験結果の特徴を表しているが、標準k-εを用いた計算結果が実験に最も近い分布を示している。丘のケースではLES法の剥離点が実験に比べもっとも風上側に予測され、逆流域も大きく予測されている。これはSKE-a, SKE-bは上流から乱流を



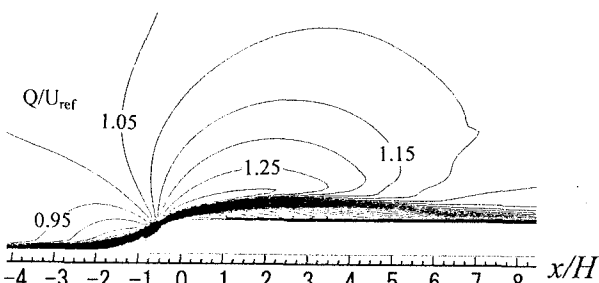
(a) 実験



(b) ケース SKE-b, 標準k-ε



(c) ケース TKE-b, 2層k-ε



(d) ケース LES-b, LES

図-5 平均風速分布, 上り勾配

仮定しており、実験の状況に沿っているが、2層モデル及びLES法では層流を仮定しているので遷移が巧く捉えられないと、風下での予測が良くないためと考えられる。

次に図-6に上り勾配の場合のみであるが、乱流エネルギーの分布を示してある。実験はI型プローブで得られた変動から算出されているので、正確には $(\overline{u_1^2} + \overline{u_2^2})/2$ である。2層モデルの計算結果は瞬時乱流エネルギー k の時間平均である。またLES結果はフィルター平均瞬時速度 $\langle u_i \rangle$ とサブグリッド成分 k_G の和で

$$k = \frac{1}{2} \left(\overline{\langle u_i \rangle \langle u_i \rangle} - \overline{\langle u_i \rangle^2} \right) + k_G$$

を用い計算されたものである。すなわち、2層モデルの結果には計算で得られた時間変動による運動エネルギー

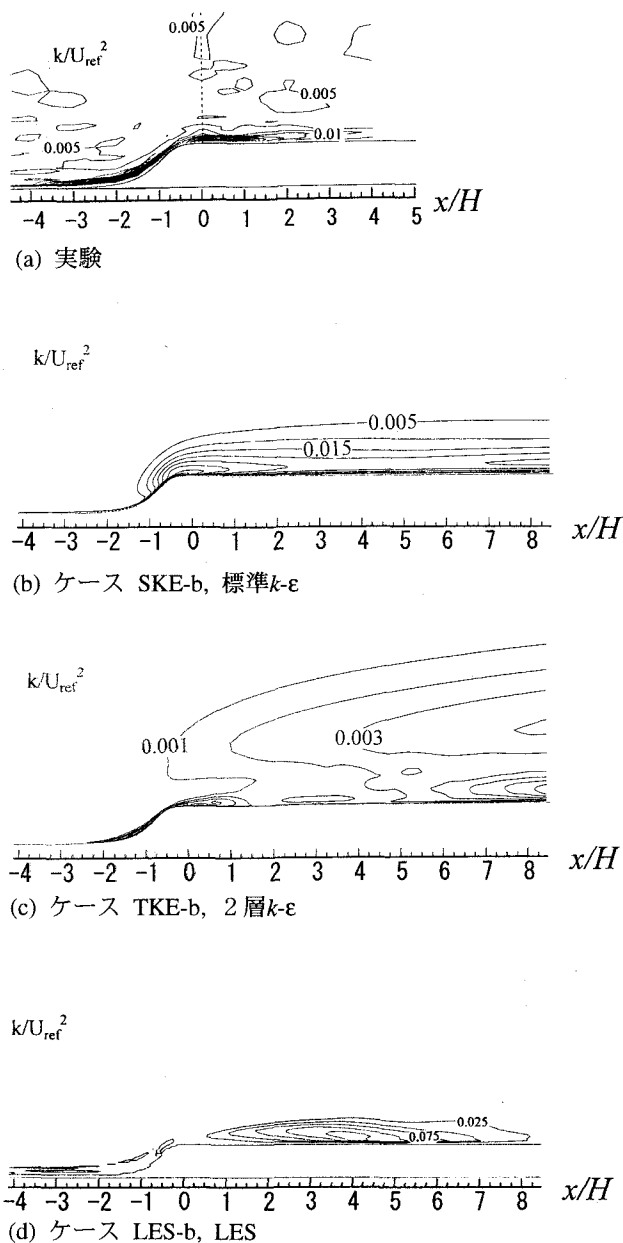


図-6 乱流エネルギー，上り勾配

は入っていない。この図によると2層モデルの結果の値は実験あるいは標準 $k-\epsilon$ の値に比べ、かなり低くなっている。これは次の速度の経時変化の結果から分かるように、かなりのエネルギーが非定常運動の成分になっているためである。

図-7は風速の鉛直プロファイルの計算値と実験値を比較したものである。これから分かるようにSKE-bの結果が実験に最も近いのは上流から対数則を与えているので乱流であり、境界層厚が巧く表されているからである。LES, 2層モデルの場合上流端で層流から始まっているので境界層厚が大きくなっているため、剥離し易くなっている。LES計算では実際剥離しているのはこのためで、遷移を巧く取り入れれば精度は向上すると思われる。

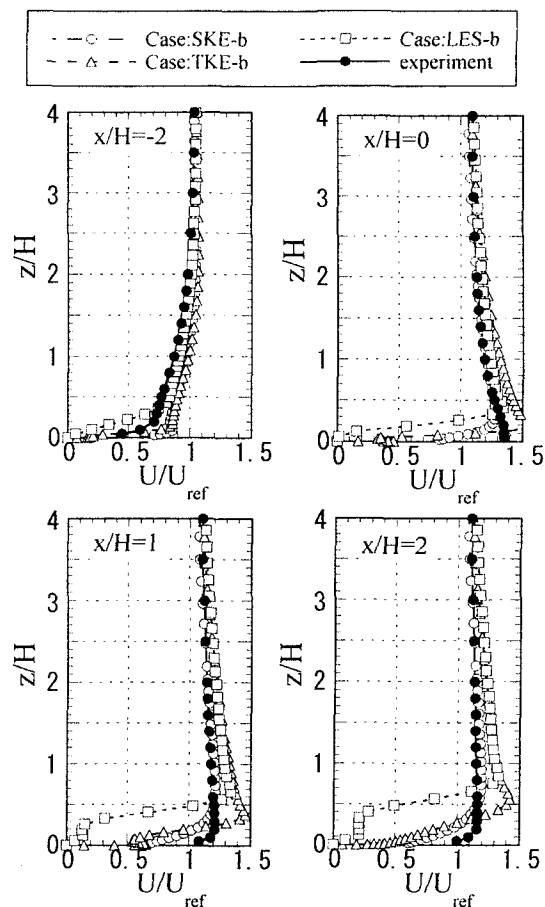


図-7 風速の鉛直分布の比較

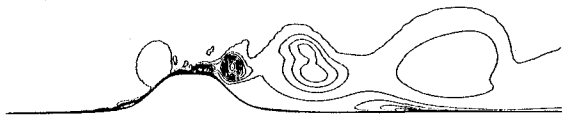
(2)瞬時構造の時間変化

次に本研究の主目的である、瞬時構造の経時変化をみる。標準 $k-\epsilon$ では計算初期は当然の事ながら変化するものの無次元時間10以後は図-4, 5に示すような分布に収束し、完全に定常状態を示し変化は全く見られなかった。2層 $k-\epsilon$ モデルの計算結果は非定常性が強く表れた。図-8に横 x_3 方向渦度の経時変化を無次元時間 $tU_{ref}/H=100$ より時間刻み $\Delta tU_{ref}/H=1.0$ の間隔で、等値線で表してある。同様にLES計算結果も図-9に示してある。これらに見られるように、変化の詳細は異なるものの双方とも同じような時間スケールで構造が発達し、移流しているのが分かる。2層モデルの場合格子間隔はLESより小さいが、はっきりした大規模渦構造が見られるのに対し、LESの場合小さい構造も存在し、不規則性が大きく実際の乱流に近い。2層モデルのは2次元構造が強調された形になっている。

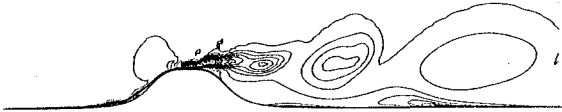
6. おわりに

非定常RANS法及び、通常のLES法にて2次元地形上気流の計算を行って、相互、および実験と比較した結果次のような事が分かった。非定常RANS法でも壁面近傍の粘性底層を解像し、短い時間刻みで時間発達計算を行

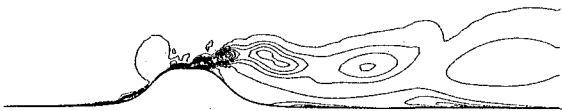
$tU/H=100$



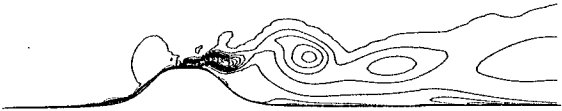
$tU/H=101$



$tU/H=102$



$tU/H=103$



$tU/H=104$

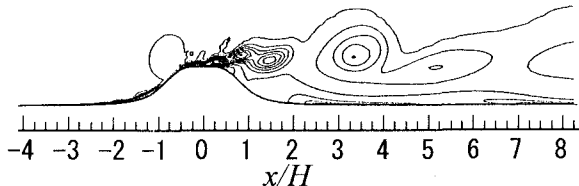
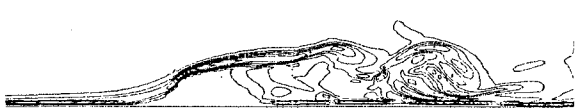


図-8 2層モデル計算による瞬時渦度分布の経時変化

$tU/H=100$



$tU/H=101$



$tU/H=102$



$tU/H=103$



$tU/H=104$

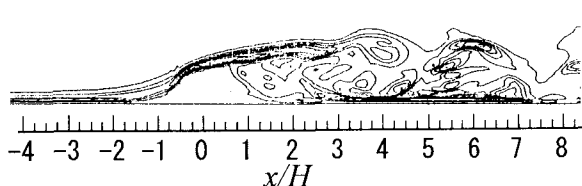


図-9 LES計算による瞬時渦度分布の経時変化

う事により、大規模乱れを捉える事ができる。これは平均流が一樣である、横断方向に空間平均した一種のラージ・エディ・シミュレーションと解釈出来る。すなわち、2次元渦構造のみを残すフィルターと考えられ、フィルタースケールをモデルに導入する事により新たなシミュレーション法となる可能性もある。

参考文献

- 1) 加藤真志：修正生産項 $k-\epsilon$ を用いた静止・振動角柱周りの二次元流れ解析，土木学会論文集，No.577/I-41，pp.217-230，1997.
- 2) Kimura, I. and Hosoda, T.:3-D unsteady flow structures around rectangular column in open channels by means of non-linear $k-\epsilon$ model, *Proc. 1st Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena*, pp.1001-1006, 1999.
- 3) 木村一郎・細田尚：非線形 $k-\epsilon$ モデルによるLynの実験結果の再現計算，土木学会第54回年次学術講演会講演概要集，pp.388-389，1999.
- 4) 岡島厚，葛見俊之，木綿隆弘：山越え風の数値解析および実験的研究応用力学論文集，Vol.1，pp.625-

632，1998.

- 5) 石原孟：急峻な山を越える乱流場の数値解析，日本風工学会誌第79号，pp.167-168，1999.
- 6) 佐藤亮輔，杉山均，秋山光庸：矩形断面蛇行開水路流れの乱第54回年次学術講演会講演概要集，pp.384-385，1999.
- 7) Spalart, P.R.:Strategies for turbulence modelling and simulations, *Engineering Turbulence Modelling and Experiments* 4, pp.3-18, 1999.
- 8) 半場藤弘，吉澤徹：チャネル乱流におけるLESと $k-\epsilon$ モデルの融合，第10回計算流体シンポジウム講演論文集，pp.407-408，1999.
- 9) Speziale, C.G.:Turbulence modeling for time-dependent RANS and VLES: a Review, *AIAA J.*, Vol.36, pp.173-184, 1998.
- 10) 中村修，宮下康一，野田博：曲面で構成される2次元斜面の風洞実験，風工学研究所年報，1998.
- 11) Lakehal, D. and Rodi, W.:Calculation of the flow past a surface-mounted cube with two-layer turbulence models, Vol.67&68, pp.65-78, 1997.
- 12) Nakayama, A. and Noda, H.:*J. Wind Eng. and Ind. Aerody.*, (accepted), 1999.

(1999.9.30受け付け)