

水文頻度解析における水文量の見直しについて

AN INNOVATION OF THE HYDROLOGICAL VARIABLE IN ITS FREQUENCY ANALYSIS

松田誠祐¹・祁 永強²・大年邦雄³・藤原 拓⁴

Seisuke MATSUDA, Yongqiang QI, Kunio OHTOSHI and Taku FUJIWARA

¹正会員 農博 高知大学教授 農学部生産環境工学科(〒783-8502 南国市物部乙200)

²愛媛大学大学院連合農学研究科(〒790-8566 松山市樽味3-5-3)

³正会員 工博 高知大学教授 農学部生産環境工学科(〒783-8502 南国市物部乙200)

⁴正会員 工博 高知大学助手 農学部生産環境工学科(〒783-8502 南国市物部乙200)

Hydrological frequency analysis often focuses on the annual maximum values of hydrological variables. The use of hydrological variables is based on the premise that they are independent random variables. However, treating hydrological variables as a series of independent random variables is problematic because a phenomenon of rainfall itself is formed through certain physical processes and the hydrological variables are based on some of those processes.

This paper describes the introduction of a new hydrological parameter, the time variation concentration of rainfall, and shows the homogeneity of the time concentration of rainfall against total precipitation over many hours. This paper also explains that conventional hydrological frequency analysis should be regarded as an analysis under the condition that does not need to consider the time concentration of rainfall, and finally discusses the method of frequency analysis using the new hydrological parameter with an example of analysis.

Key Words: hydrological frequency analysis, depth-duration analysis, time variation concentration of rainfall, normal variable

1. はじめに

水文頻度解析では、水文量の年最大値データを解析の対象とすることが多い。これらは独立な確率変量であるという前提で扱われる¹⁾。自然現象の中で観測される水文量は、ある一定の条件の下では、概ね独立な確率変量であると考えてよいであろう。例えば、一連の降水現象の生起間隔あるいは生起した総降水量などは、独立な確率変量であると言えよう。しかし、降水現象は一定の物理過程を経て成り立っているため、その一部分からなる短時間降水量は、一連の総降水量に従属している。これまでの水文頻度解析では、短時間降水量の独立性も基本的に維持されると仮定して解析されてきたが、ここでは短時間降水量の従属性を考慮した解析法を提案する。

確率紙に短時間降水量の累積分布を描くと、通常の分布から外れる異常値がしばしば見られる。異常値は、データの少なさに起因するとされており、データが蓄積されると解消すると考えられているが、決してデータの少なさのみの問題ではなく、短時間降水量が一連の総降水量に従属しているにもかかわらず、一連の総

降水量と同様に扱うことに原因があると著者らは考えている。またこれまで、気候変動に伴う水文量の変質についても考慮されることはほとんどなかった。最近、地球の温暖化が言われているが、水文量に影響がないと言えるだろうか。

本稿では、短時間降水量の年最大値データを扱うこれまでの水文頻度解析に問題点のあることを示した。また、新しい水文特性量(降水の時間集中度)を導入し、この水文特性量が特定の長時間総降水量に対して等質性を持つことを示した。従来の水文頻度解析は、降水の時間集中度を考慮しなくてもよい場合に用いられるべき解析法であることを説明した。さらに、この水文特性量を用いた頻度解析の方法について論述し、アメダス降水量データ(1976～1998年)を用いて解析例を示した。

2. 短時間降水量の従属性

例えば、昨年発生した台風と今年発生した台風のように、異なった台風に伴う降水量の間に何らかの相関があるかと問われたら、誰でも否と答えるであろう。

一見、降水量などの水文量の独立性・ランダム性についての基本仮定に疑問を差し挟む余地はないように見える。しかし一方で、短時間降水量は一連の総降水量に從属しているので、從属関係を前提として両者の関係を解析することもできる。

アメダス観測点（1976～1998年）の年最大 T 日降水量とそれに含まれる最大日降水量の間の相関を計算すると、当然ながら両者はかなり高い相関を示す。また、相関係数は10日程度まで急減する（図-1）。

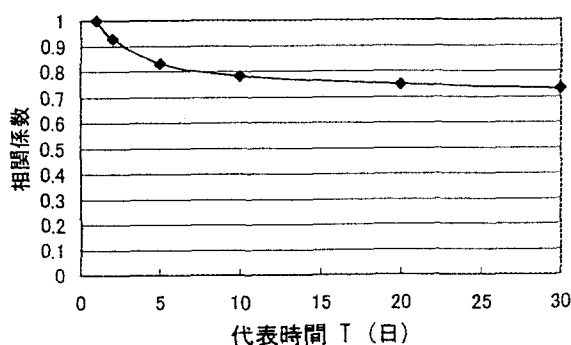


図-1 年最大 T 日降水量とその中に含まれる最大日降水量との相関係数

また、古くから降水強度と降水継続時間に関する Depth-Duration（以下、DD）解析が行われており、最大 t 時間降水強度と降水継続時間 t の間には一定の関係式が成立する。例えば、DD式としてよく知られている Sherman 式は（1）式で与えられる²⁾。

$$r_t = a / t^c \quad (1)$$

ここに、 r_t は最大強度を示す単位時間降水の前後に取った最大 t 時間降水強度（ $= R_t / t$ ）、 R_t は最大 t 時間降水量、 a と c は係数。

Sherman 式の係数は、著者らがその解法^{3),4)}を示すまでは、最小自乗法によって求められてきた。 $t=1$ のとき、 $a = r_1$ が自明であるにもかかわらず、 a が係数とされたのは、（1）式が近似的に成立することを示すためであろう。すなわち、DD 関係は両対数紙上で近似的に直線となるが、上に凸の分布を示すことが多い。しかし Sherman 式は、単位時間として1時間あるいは1日程度をとってもほぼ成立する。

DD 関係は、一連降雨における降水継続時間と平均降水強度の関係を表したのではなく、 t 時間と確率 t 時間平均降水強度の関係を表すものであるという考え方があ。確率 DD 曲線として解析されているものである⁵⁾。しかし著者らは、確率 t 時間降水量の求め方に問題があると考えているので、DD 関係はむしろ一連降水のそれに適用すべきものであると主張したい。

アメダス観測点降水量の年最大10日降水量 R_{10} （ $\Delta t = 1$ 日、 $T = 10$ 日）と、それに含まれる最大 $1.2 \cdot 4$

・8日降水量を用いて、最小自乗法で計算した a と c の関係分布を図-2に示した。なお、 R_{10} の値については、 $R_{10}(1 \pm 0.05)$ の範囲のデータを R_{10} と見なして用いた。

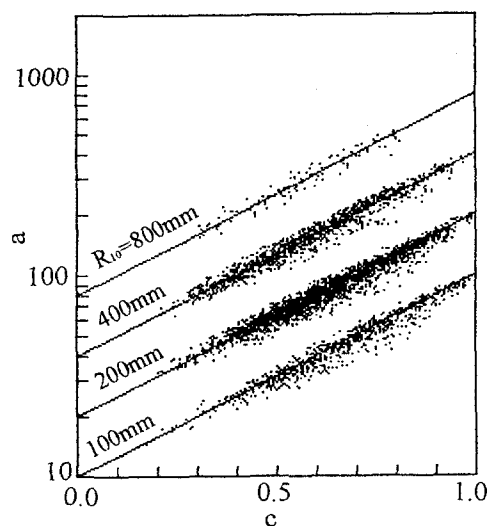


図-2 特定の10日降水量に対する DD 式の定数 a と c の関係

図-2は大変興味深い結果を示しており、次のような結論を導くことが可能である。

- 1) Sherman 型の DD 式は、日本のどこの地域の地点降水量に対しても近似的に成立する。 R_{10} を固定した場合の DD 分布には等質性がある。
- 2) DD 式の適用上限10日の降水量 R_{10} を固定した場合の a と c の関係は、 $c=1$ の点に $r_1 = R_1 / 1$ 、 $c=0$ の点に $r_{10} = R_{10} / 10$ の平均降水強度をとって結んだ直線上に分布する。すなわち、 R_{10} を固定した場合、 a と c は一義的な直線関係を示す。 a が決まれば c が決まり、その逆もまた言える。
- 3) a と c を最小自乗法で求める必要はなく、次式から決定することができる。

$$a = r_1 \quad (2)$$

$$c = \log_{10}(r_1 / r_T) / \log_{10}(T) \quad (3)$$

すなわち、 a は1単位時間降水強度、 c は DD 分布のこう配である。

4) 一方、 c は降水の時間集中度を表しているとみることができる。なぜなら、 R_{10} を固定した条件では、 $c=1$ は $R_1 = R_{10}$ の場合に起こり、全降水量が単位時間に集中したことを意味する。また、 $c=0$ は $r_1 = r_{10}$ の場合に起こり、降水量がすべての継続日数で様な強度で降ったことを意味する。一般的には、 c は0～1の中間的な値を示す。

5) R_{10} を固定した条件において c を決定する問題は、 c

を確率的に推定する問題であり、それは R_i の確率を推定する問題と等価となるが、異なった R_{10} における a と c の直線関係は、別々に扱うべきである。

3. 降水の時間集中度、 C の分布

図-2の c の分布は R_T 一定の条件で解析する必要があるが、このままでは扱いにくいので、 $c = 0$ における r_T を T 倍して横軸に R_T をとり、縦軸に c をとる。以後 DD 式の c を降水の時間集中度 C (以下、 C) で表し、図-3のように書き換える。

図-3から、 C の R_T に対する分布は一様でないことがわかる。また、(3) 式から R_i は $C(\Delta t, T, R_T)$ と R_T の関数である。

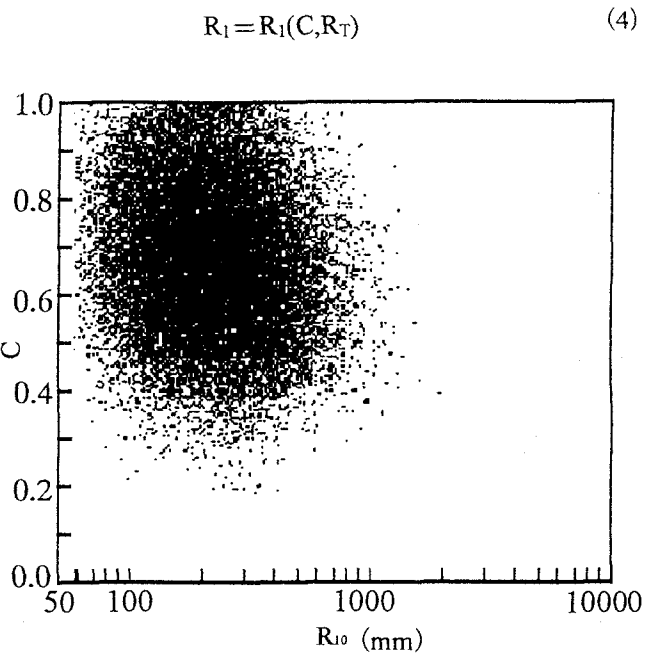


図-3 年最大 10 日降水量(R_{10})における最大日降水量に対する C の分布

4. 降水継続時間の上限時間 (以下、代表時間) T について

さて、 C を求めるための最適な代表時間 T をどの程度の長さにとればよいであろうか。これを考える条件は二つあると思われる。

一つは、水文量が独立であると見なせる時間長でなければならないということである。

日を単位時間($\Delta t = 1$ 日)とし、1mm 以上の降水量が継続する日数を 1976 ~ 1998 年のアメダス降水資料を用いて、各観測点の降水量データについて調べた結果を図-4に示した。

図-4から、日本のアメダス降水量観測点のいずれ

においても、1 mm 以上の降水継続日数は、99.7 % まで 10 日以下であることがわかる。最大 50 日間継続するものもあったが、11 日以上継続するものは 1 % 未満であり、ここでは示さなかった。10 日以上降水継続日数の降水量とその中に含まれる最大日降水量の相関は、ほぼ一定の割合で減少する傾向を示す (図-1参照)。10 日は、気象学的にはおよそ総観規模⁹⁾の時間スケールである。

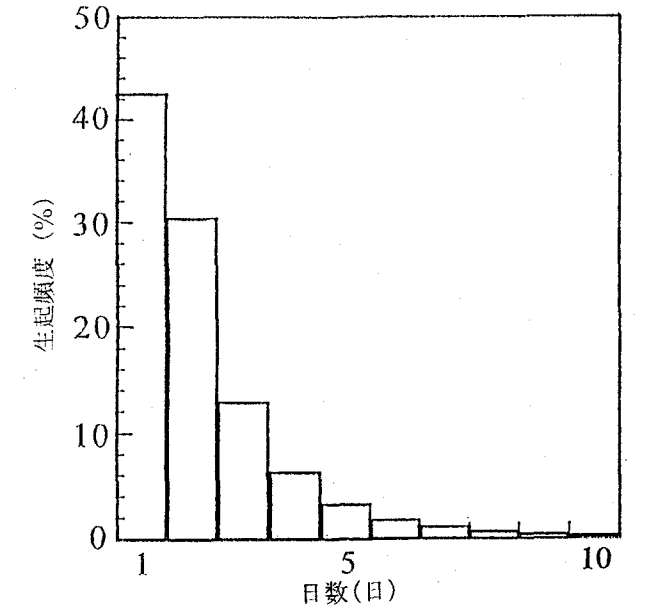


図-4 日降水量が 1mm 以上の降水継続日数の発生頻度分布

二つ目は、 C の分布を考える上で望ましい長さである。代表時間 T の取り方によって、 C の分布特性が変化するので、望ましい長さがあるものと思われる。

ここで、代表時間と単位時間を等しくとる特殊な場合について考えてみる。代表時間と単位時間を等しくとると、 C は、(3) 式から分子・分母が共にゼロとなり、式の上では不定となる。この場合には C の分布を考えることはできない。したがって、頻度解析の対象は R_T のみである。これは従来の水文頻度解析の考え方と同じである。しかし既に指摘したように、 R_T に対する C の分布は一様ではない。 R_T のみを対象とする頻度解析は、ここで用いた解析法からみると、 C の分布を考慮しなくてもよい場合に行われるべきであろう。

表-1は、代表時間 T を変えた場合、 C の分布がどのように変化するかを示すため、1976 ~ 1998 年のアメダス降水量データから、 $R_T = 100\text{mm} \sim 1000\text{mm}$ までの降水量 (上位 5 位から選んだ) について、 C の平均値とその分布のひずみ度を示している。

$T = 10$ 日に対しては、いずれの R_T に対しても正のひずみ度を示すが、その他の T に対しては、負のひずみ度と正のそれが混在している。ここでは日最大降水

量に対してのみ C の変換例を示したが、24 時間最大降水量に対する C を計算した場合には、 $T = 10$ 日に対しても、 $R_T = 100\text{mm}$ の場合には、負のひずみ度を示す。いずれの場合も、C は R_T によって正負のひずみを持つ複雑な分布を示すようである。

表－1 代表時間および降水量に対するデータ数、C の平均および分布のひずみ度

			代表時間, T				
			2日	3日	5日	7日	10日
代表時間 降水量	100 mm	データ数	9550	10385	11219	11162	10089
		Cの平均	0.579	0.622	0.641	0.638	0.63
		ひずみ度	-0.250	-0.211	-0.115	-0.028	0.017
	200 mm	データ数	2737	3570	4921	5926	7336
		Cの平均	0.541	0.581	0.612	0.612	0.612
		ひずみ度	-0.123	-0.086	-0.039	0.017	0.036
	400 mm	データ数	320	458	749	1101	1625
		Cの平均	0.501	0.534	0.549	0.569	0.585
		ひずみ度	-0.020	0.109	0.110	0.110	0.135
	600 mm	データ数	55	105	188	288	428
		Cの平均	0.545	0.516	0.547	0.553	0.558
		ひずみ度	-0.031	0.332	0.158	0.359	0.361
	800 mm	データ数		21	46	81	138
		Cの平均		0.428	0.453	0.479	0.544
		ひずみ度		-0.065	0.159	0.290	0.176
1000 mm	データ数			23	25	34	
	Cの平均			0.525	0.506	0.527	
	ひずみ度			0.369	0.015	0.350	

5. C の正規変換

C は[0 ～ 1]の範囲に分布するので上下限値を持った特性量である。固定した R_T に対する C の分布が変換なしで既知の分布、たとえば、[0 ～ 1]の範囲で分布するベータ分布などに従うなら、それを適用できるかもしれない。しかし著者らは、基準化したベータ分布の確率密度関数が 0, 1 において 0 となるので、上下限値で有限な確率を持つ変量にも適用可能な変換式として、Slade III 型変換式を用いている。

$$\xi = \alpha \log_{10}\{(C / C_0) \cdot (g - C_0) / (g - C)\} \tag{5}$$

ここに、 ξ は正規変換変量、 $\alpha \cdot g \cdot C_0$ は係数。
さて、正規変換における問題点は g の定め方である。著者らは、初期には g を C の上限値であると考えたが、試行錯誤の結果、 g は C を正規変換する最適な係数であると結論した⁷⁾。 g が C の上限値であると考え、C は R_T が小さいとき、 $C = 1$ となることがあるので、 $g = C$ となり、(5) 式は変換不能となる。 R_T が小さいとき、C の確率を求める実用的必要性はほとんどないといってよいであろうが、変換不能が起こるのは問題である。

6. 解析例

1976 ～ 1998 年のアメダス 10 日降水量（上位 5 位から選んだ）を用いて、 $R_{10} = 100 \sim 1000\text{mm}$ （± 5 %を許容）の場合について解析例を示す（ $\Delta t = 1$ 日、 $T = 10$ 日）。ただし、対象データを各年降水量の上位 5 位に限定すると、 $R_{10} = 100 \sim 300\text{mm}$ の降水量については、降水量の多い地域のデータは選択されない可能性がある。しかし、全数を対象とした場合についても検証し、問題が起きないことを確認している。また、頻度解析における階級数の決定は次式⁸⁾によって行った。

$$n = 5\log_{10}(N) \tag{6}$$

ここに、 n は階級数、 N はデータ数。
まず、 $\alpha = 1$ において、C の累積分布が正規確率紙上で直線になるように g を求める。ここで、 C_0 は、正規変数の平均値がゼロになるように定めた。

$$A = \sum (\log_{10}(C / (g - C))) / N$$
$$C_0 = g / (1 + 10^A) \tag{7}$$

次に、変換された直線分布が正規分布となるように α を決定し、正規分布からの平均誤差を求めておく（表－2）。

表－2 C を正規化する (5) 式の係数と平均誤差

R_{10}	階級数	g	α	C_0	平均誤差
100	20	1.181	2.931	0.637	0.045
200	19	1.145	2.741	0.615	0.050
300	17	1.248	3.053	0.598	0.037
400	16	1.481	3.729	0.578	0.054
500	14	1.588	3.854	0.550	0.042
600	13	1.571	3.753	0.549	0.017
700	11	1.703	4.339	0.546	0.036
800	10	1.338	3.863	0.538	0.057
900	9	1.677	4.451	0.495	0.036
1000	7	2.085	4.237	0.515	0.037

表－2 の g を $\log_{10}(R_{10})$ の関数（図－5a）として直線近似し、再度 α を求め、同様に α を $\log_{10}(R_{10})$ の関数（図－5b）で表す。これらを用いて C_0 （図－5c）を同様に近似式で求める。この過程を最後に得られる変換特性に矛盾がなくなるまで繰り返し、次式を得た。

$$g = 0.52\log_{10}(R_{10}) + 0.185 \tag{8}$$

$$\alpha = 1.462\log_{10}(R_{10}) - 0.03 \tag{9}$$

$$C_0 = -0.129\log_{10}(R_{10}) + 0.904 \tag{10}$$

図－5d は、個々に求めた C の正規変換値と正規分

布との平均誤差（白丸）と、 g 、 α および C_0 の近似式を用いた場合の平均誤差の最終結果（黒丸）を示している。前者の平均誤差は0.05程度であるが、後者の場合には平均誤差がやや大きくなっている。

図-6は平均誤差の最も大きい $R_{10} = 900\text{mm}$ における C の確率分布を示している。係数 g および α をそれぞれ(8)、(9)の近似式で与え、 C_0 については(7)式(図-6の(b))および(10)式(図-6の(a))で与えた。図-5cの中で、 $2.954 (= \log_{10} 900)$ における C_0 の残差はわずかであるが、 C の分布における平均誤差はかなり大きくなっている。

しかし、どちらの分布がよいかについて直ちには結

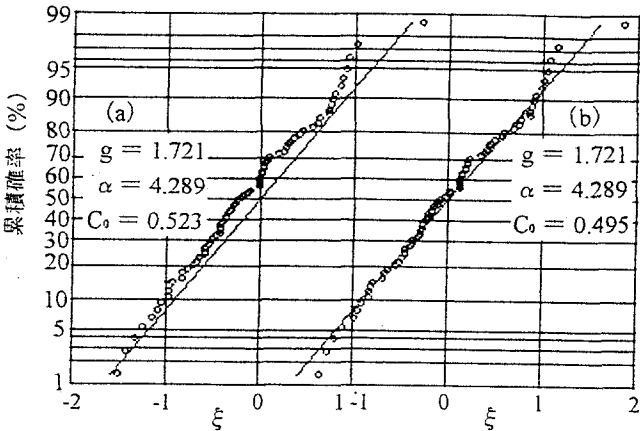


図-6 $R_{10} = 900\text{mm}$ における ξ の累積確率分布

論できない。すなわち、図-5dから、800mm以上の降水量において平均誤差が大きいが、これらの内、 C の大きいものは一般的に集中豪雨において観測されていると考えられる。アメダス観測点密度はあまり高くないので、集中豪雨の中心付近を観測していないかもしれない。また、日を単位とした降水量にも問題がある。今後、アメダス以外の資料の追加、24時間最大降水量による解析などの検討が必要であろう。

図-7は、 C を正規変換する(5)式の変換特性を示している。すなわち、 g を1以上に設定することで、 $C = 1$ の場合にも C の値を変換できる。 $R_{10} = 100\text{mm}$ の場合における $C = 1$ に対する確率変換値は約1.737である。 $R_{10} = 100\text{mm}$ の場合、その全量が単位時間、

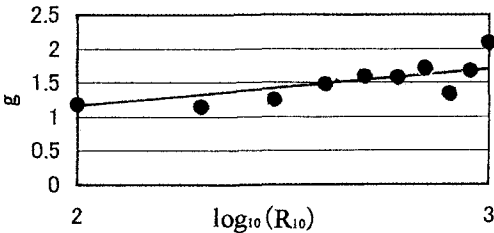


図-5a g の分布

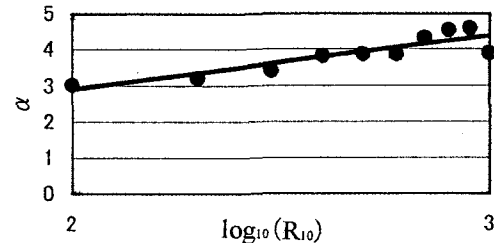


図-5b α の分布

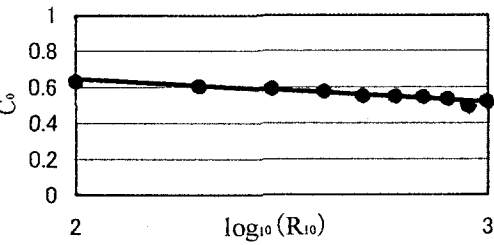


図-5c C_0 の分布

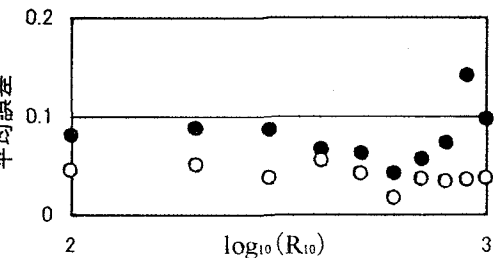


図-5d 平均誤差分布

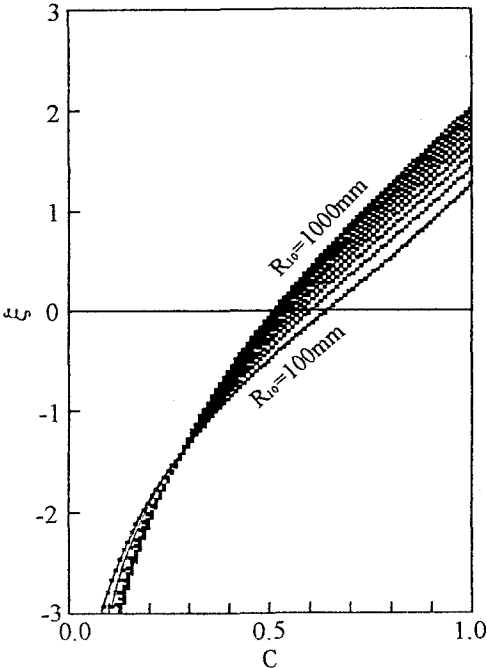


図-7 C から ξ への変換特性

すなわち 1 日に降る確率は約 $1 / 142$ である。また、 $R_{10} = 1000\text{mm}$ の場合における $C = 1$ に対する確率変換値は約 2.193 である。すなわち、その全量が 1 日に降る確率は約 $1 / 1040$ である。

ここで求めた単位時間降水量の確率は、確率年に対応しているわけではない。年最大値データによる確率年の推定は、 N 年に 1 年という確率表現になるが、ここでは単に、確率または超過確率という表現になる。従って、ここで提示した方法は、従来の方法と直接には比較できない。年最大値の推定法^{9),10)}についてはすでに報告しているので、ここでは省略するが、推定は可能である。

求められた係数を (5) 式に代入し、さらに (11) 式を用いて正規確率値 ξ に対応する確率単位時間降水量を求めることができる。確率単位時間降水量 R_1 は ξ のみの関数ではなく、 ξ と R_T の関数である。

$$\xi R_1 = R_1(\xi, R_T) \tag{11}$$

図-8は 1998 年 9 月高知豪雨の中心付近の測点における 24 日の日雨量と、その前後最大 10 日雨量の対応を示している。実線は (5) 式および (8) ~ (10) 式による確率計算値である。1000mm 以上の範囲については外挿した。

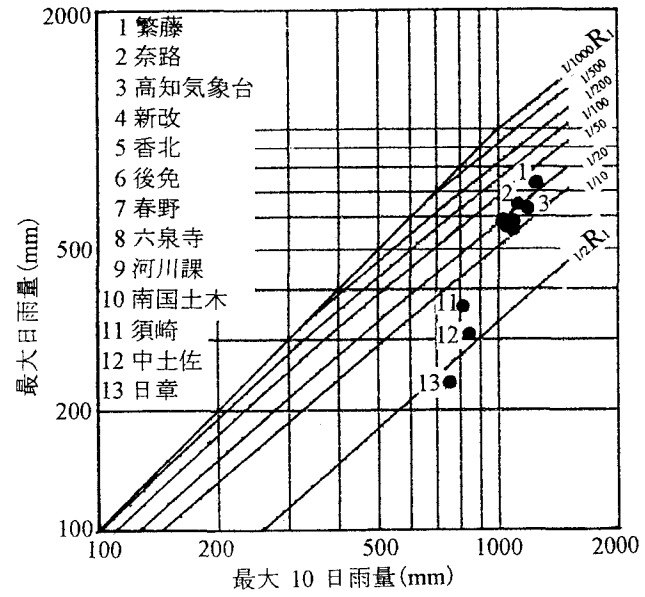


図-8 1998 年 9 月高知豪雨の最大日雨量と最大 10 日雨量との対応(実線は確率推定値)

1998 年 9 月高知豪雨は、24 日 19 時頃から次第に雨が強くなり、21 時から 23 時頃にピークとなったが、その後、25 日 5 時頃まで強く降った。24 日の日雨量だけでみると、確率はせいぜい $1 / 20$ 程度であるが、

24 時間雨量でみると、 $1 / 100^{11}$ 程度の豪雨であった(ただし、 R_{10} の生起確率については考慮していない)。

7. むすび

降水強度と降水継続時間の関係、いわゆる DD 関係の解析結果から導かれた降水の時間集中度 C が、特定の長時間降水量に対して等質性を持つことを示した。また、 C を用いた水文頻度解析の方法を提案した。従来の水文頻度解析は、ここで示した解析法からみると、 C の分布を考慮しなくてもよい場合に行われるべきであると言える。さらに、 C の Slade III 型正規変換式が R_T の関数として導かれることから、確率単位時間降水量 R_1 は、 ξ と R_T の関数として導かれた。

謝辞：本研究ではアメダス降水量資料(1976 ~ 1998 年)を利用させて頂いた。記して謝意を表す。

参考文献

1) 宝 馨：現代水文統計論—水文頻度解析のモデル、手法とその評価—、水工学シリーズ 98-A-8, pp.1-20, 1998.
2) 田中礼次郎, 角屋 睦：降雨強度式に関する研究, 農業土木学会論文集, 第 83 号, pp.1-8, 1979.
3) 松田誠祐, 角屋 睦：長時間降雨強度曲線の一表現法, 農業土木学会論文集, 第 104 号, pp.39-46, 1983.
4) 松田誠祐, 上森千秋, 近森邦英：修正型降雨強度式とその定数について, 高知大学学術研究報告, 第 32 巻, 自然科学, pp.55-62, 1983.
5) 岩井重久, 石黒政儀：応用水文統計学, pp.148-275, 森北出版, 1945.
6) 気象ハンドブック編集委員会編：気象ハンドブック, pp.68-70, 朝倉書店, 1981.
7) 松田誠祐・George.D.Uligan・大年邦雄：短時間雨量の確率推定法, 農業土木学会論文集, 第 185 号, pp.87-92, 1996.
8) Philip B. Bedient and Way C. Huber: Hydrology and Floodplain Analysis, p.141, Addison Wesley, 1988.
9) 松田誠祐・大年邦雄・George.D.Uligan・篠 和夫：降雨の時間集中度を利用した年最大 1 時間雨量の推定法, 農業土木学会論文集, 第 191 号, pp.59-65, 1997.
10) G. D. ULIGAN, S. MATSUDA, K. OHTOSHI AND K. SHINO: The Regional Characteristics of the Parameters for Estimating the Annual Maximum 1-hour Rainfall, 農業土木学会論文集, 第 193 号, pp.147-158, 1998.
11) 大年邦雄(研究代表者)：平成 10 年 9 月高知水害の調査研究, 文部省科学研究費基盤研究(C), 課題番号 10600003, 研究報告書(印刷中)。

(1999.9.30受付)