

# 相似解による濁水貫入現象の解析

## ANALYSIS OF TURBIDITY INTRUSION BY SIMILARITY SOLUTIONS

森 川 浩<sup>1</sup>・濱口一郎<sup>2</sup>・村本嘉雄<sup>3</sup>

Hiroshi MORIKAWA, Ichiro HAMAGUCHI and Yoshio MURAMOTO

<sup>1</sup>学生員 工修 日本学術振興会特別研究員 京都大学工学研究科土木工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

<sup>2</sup>学生員 京都大学工学研究科土木工学専攻 ( 同上 )

<sup>3</sup>フェロー 工博 京都大学教授 工学研究科土木工学専攻 ( 同上 )

The nose velocity and thickness of intrusive gravity currents in linearly stratified fluids are analyzed by considering similarity solutions to the governing nonlinear partial differential equations. The similarity variables to thermals and plumes in the buoyancy-inertia regime or the buoyancy-viscous regime are obtained. There is good agreement between the theoretical prediction, which describes the shape and propagation rate of the currents, and the previous experimental results for the intrusions in the buoyancy-viscous regime.

**Key Words:** intrusion, similarity solution, linearly stratification, buoyancy-inertia regime, buoyancy-viscous regime

### 1. はじめに

湖沼における水平貫入現象は河川・浅水部・湖底起源の濁水や Bubble Plume による成層破壊過程等において発生する現象であり, 流体中の環境因子の輸送や拡散過程に寄与する主要な密度流現象である. 水平貫入は, 熱対流などの鉛直方向の密度流を除外すれば, 水平方向の浮力差を解消する密度流の中では発生頻度が極めて高い. 湖中の成層部で発生する混合水は, サーマルとなり 100% 水平貫入し, 新たな層を形成する (mixed-region collapse). 特に河川流入の場合であっても, 日中は明確な日成層が形成されるので, 日成層下部に流入することが多い. したがって, 湖沼において湖面に先端部を有するような明確な表層流は, 夜間における河川水か, 夏期における浅水部起源の高温水の流入以外はほとんどない. 下層流に関しては, 河川水と浅水部起源の冷却水が存在するが, 躍層の存在のために結局は水平貫入に転ずることが多い.

水平貫入に限らず密度流の解析手法は, 界面における混合を考慮するかしないかで大きく異なる. この界面の混合には図-1 に示すようにおおよそ 3 つの型が存在する. いずれも実験室で撮影したものであるが, (a) は緩い成層場 (線形成層) に流入させたものであり, 貫入先端部は極めて鋭角で界面における混合は分子拡散のみである. 一方, (b) は比較的明確な二層場界面において発生している濁水貫入で

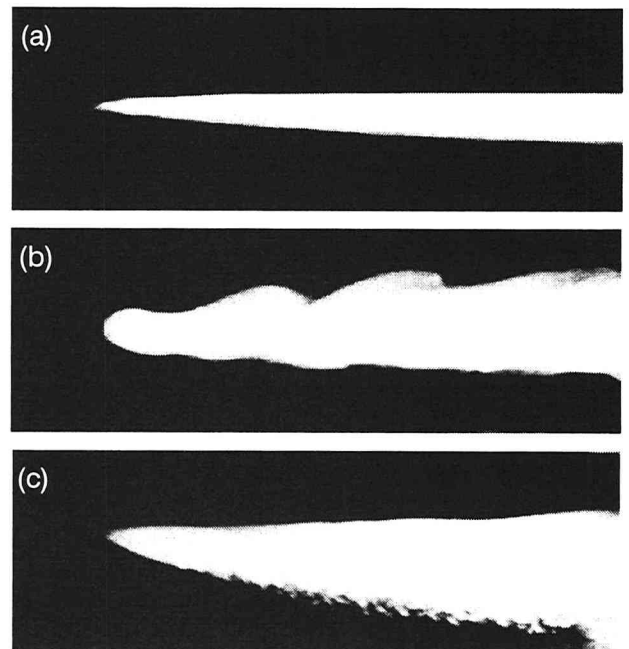


図-1 濁水貫入における界面混合の3つの型  
(a): 拡散型, (b): 巻き波型, (c): フィンガー(沈降)型

あり, 貫入層上部において K-H 不安定に起因する巻き波が生じ, 鉛直混合が発達する. (c) はカオリンを多量に含んだ場合の濁水貫入であり, 水温逆転の場合には下部に二重拡散起因のフィンガリングが, 逆転していなくても通常の濁質沈降が生じる. (b),

(c) の混合によって水平方向の運動量、あるいは質量が鉛直方向に輸送されるので、貫入の速度は減少する。

このような水平貫入の密度流としての特徴を述べておくと、上層流や下層流と違い、鉛直上下の境界面の有無に関わらず発生し、貫入開始地点 (plunging point) が密度中立水位で、安定な密度成層場においては、境界の地形に関わらず等密度線に沿って水平方向しか進行しない。また、その速度あるいは層厚も、基本的には上下の境界面に依存しない。通常、明瞭な密度界面に貫入することは希であり、そのため界面における連行量は表層流あるいは下層流と比べて少ない。とくに、境界混合と底泥の再浮上に伴う湖底起源の濁水貫入<sup>1)</sup>は流量が小さいために、このような水平貫入の特徴をもち、さらに緩い密度勾配の水域に流入することが多いので貫入先端部の形状が鋭角になる傾向がある。

密度流に対する研究の主目的は界面における混合量の算定の他に、その進行速度あるいはその層厚の時間変化の把握である。水平貫入に限らず上層流、下層流を含めた密度流は層流条件のアプローチが多く、次元解析による方法、N-S 式より相似解を求める方法、または密度流の駆動力とその反力による力学的バランスを考慮した方法等がある。特に、Didden ら<sup>2)</sup>が 2 次元、軸対称の上・下層流を対象に展開した力学的バランスモデルは、取り扱いが容易であるので、濁水貫入<sup>3)~5)</sup>や 3 次元傾斜密度流<sup>6)</sup>にも拡張されている。また、(b) の混合を連行として取り扱えば、解析可能であり、例えば、秋山ら<sup>7)</sup>は傾斜サーマルに対し適用している。(c) のフィンガー型に対しては Maxworthy<sup>8)</sup>が検討を行っているが、連行と二重拡散起因の混合を考慮した解析手法も今後必要であると考えられる。

本研究は、図-1の (a) のような線形成層場において発生する濁水貫入現象を対象としているので、界面における混合が少なく、層流仮定に適した現象といえる。本文では、2次元のプリュームあるいはサーマルに対し、浮力-慣性領域及び浮力-粘性領域に対する相似解を求め、その貫入速度や貫入層厚について考察する。また、浮力-粘性領域のプリュームに対しては既存の実験結果との比較を行う。

## 2. 密度流における自己相似性

偏微分方程式を常微分方程式に変換する相似解の手法は、境界層流れと噴流に対する解析がよく知られており、従来より多くの成果が得られている。密度流の場合も噴流と同様の相似性を持っていると考えられるが、厳密な相似解の手法を密度流解析に適用した例は少ない。力学的バランスモデルも基本的には相似性に基づく解析手法であるが、比例係数を実験によって決定する必要があるため、厳密とはいえない。

Hoult<sup>9)</sup>は海洋における油層の拡がりに対して、浮力、慣性力、粘性力、表面張力の 4 力に対して浮力

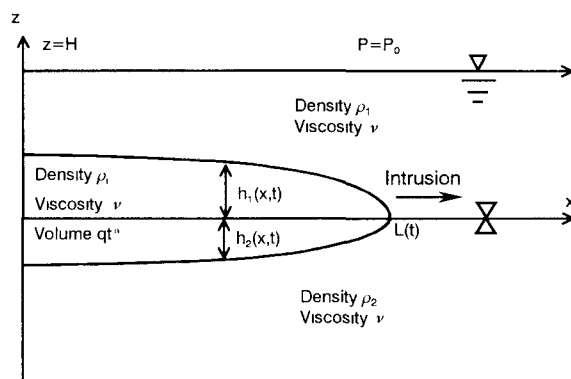


図-2 密度二層場における水平貫入現象の変量定義

一慣性、浮力-粘性、粘性-表面張力領域の 3 領域に対してそれぞれの相似変数を導出し、その進行速度の検討を行っている。これら 3 領域の発生するおよそその時間スケールを Hoult の研究成果から述べておくと、極めて理想的な条件下では、浮力-慣性領域は流入開始から 1000 秒程度まで、浮力-粘性領域はそれ以降 1 週間程度まで、粘性-表面張力領域は 1 週間から 1 ヶ月程度となる。この表層流としての油層の拡がりに対して、Huppert<sup>10)</sup>は高粘性流体の下層流を対象にして相似解を導出し、その先端速度を検討している。Hoult は周囲流体の流れを若干考慮に入れているが、Huppert は周囲流体の影響を圧力差としてだけ考慮し、密度界面における境界条件は流速勾配で与え、流速の境界条件は最下部で零として与えている。しかし、シリコンオイルなどを用いた高粘性流体の拡がりに対しては、Huppert の理論と実験結果との良好な一致がみられる。

この Huppert の理論は、二層場に流入する濁水貫入現象にも応用できると考えられる。このような明確な密度界面に貫入する場合には、せん断不安定に基づく混合が卓越するが、ここでは低流量の貫入であるとして混合の影響は無視する。いま、図-2 のように上層密度  $\rho_1$ 、下層密度  $\rho_2$  の二層場において、密度  $\rho_i$  ( $\rho_1 < \rho_i < \rho_2$ ) の流体が貫入するとし、単位幅流量を  $q$ 、図に示したような座標軸で、上下層界面を原点とする。また、 $x$  軸から貫入部上部界面位置を  $z = h_1(x, t)$ 、下部界面位置を  $z = h_2(x, t)$  とする。まず、室田ら<sup>3)</sup>も用いているように、 $h_1$  と  $h_2$  は静力学的な釣り合いから  $h_1(\rho_i - \rho_1) = h_2(\rho_2 - \rho_i)$  と仮定すると、貫入層の体積保存式は先端位置を  $L(t)$  として以下ようになる。

$$\int_0^{L(t)} h_1(x, t) \cdot dx = \left( \frac{\rho_2 - \rho_i}{\rho_2 - \rho_1} \right) q t \quad (1)$$

これを Huppert の結果<sup>10)</sup>に代入して若干の計算を行うと、流入口における層厚  $h_{\max}$  (最大層厚) と先端位置  $L(t)$  は以下ようになる。

$$h_{\max} \sim \left( \frac{\rho_2 - \rho_i}{\rho_2 - \rho_1} \cdot q \right)^{2/5} \left( \frac{\rho_i - \rho_1}{\rho_i} \cdot \frac{g}{3\nu} \right)^{-1/5} t^{1/5} \quad (2)$$

$$L(t) = 0.804 \left( \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} \cdot q \right)^{3/5} \left( \frac{\rho_1 - \rho_1}{\rho_1} \cdot \frac{g}{3\nu} \right)^{1/5} t^{4/5} \quad (3)$$

$h_{1\max}$  は  $t^{1/5}$  に比例して増加,  $L(t)$  は  $t^{4/5}$  に比例して増加 (貫入速度は減少) することになる. また,  $h_2$  は上述の釣り合い式を用いると導出できる.

Huppert は浮力-粘性領域のみ考察を行っているが, 以下では線形成層場における濁水貫入に対し, 浮力-慣性領域および浮力-粘性領域を対象にして相似変数を導出し, その進行速度と貫入層厚について検討する. また, 以下に用いる相似解による方法は, 流量一定のプリュームのみでなく初期体積が保存されるサーマルあるいは初期流量が零で時間のべき乗に比例して流量が変化する貫入に対しても適用できる.

### 3. 相似解による2次元水平貫入の解析

いま, 図-3 のように, 内部密度  $\rho_1$  の水平貫入が線形成層場において発生するとし, 水面における密度を  $\rho_0(z)$  とする. 座標系は貫入の中心に  $x$  軸をとり,  $z$  軸は上向き正で, 水面を  $z = H$ , 貫入層の界面位置を  $z = h(x, t)$  とする. 貫入層内部においては鉛直流速が無視できるとして, 水平流速を  $u(x, t)$ , 内部の動粘性係数  $\nu$  が一定とする. 界面付近は非定常性が強いと考えられるが, ここでは, 定常性を仮定すると, 運動方程式は以下ようになる.

$$u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial P_1}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (4)$$

左辺は慣性項であり, 水平貫入現象の場合, 進行に対する反力, 右边第1項は圧力項 (浮力項) で駆動力となり, 第2項は粘性項で反力となる. また,  $P_1(z)$  は貫入層内部の圧力であり, 静水圧近似より以下ようになる.

$$P_1 = \frac{\rho_0 N^2}{2} (H^2 - h^2) + \rho_1 g (h - z) \quad (5)$$

$N$  は浮力振動数,  $N^2 = -(g/\rho_0) \cdot (\partial \rho / \partial z)$  である. 先端位置を  $L(t)$  と置くと, 単位幅流量 (ここでは  $2q$  とする) と貫入層全体の体積保存から以下の式が導かれる.

$$\int_0^{L(t)} h(x, t) \cdot dx = qt^\alpha \quad (6)$$

ここで,  $\alpha$  を導入するのは流量の変化を考察するためであり,  $\alpha = 0$  は貫入量の体積 (初期体積  $2q$ ) が変化しない保存性サーマル状態,  $\alpha = 1$  は流量一定のプリューム状態,  $\alpha = 2$  は初期流量が零で流量が時間に比例して増加していくような状態を表す.

ここで, (4) 式の境界条件を次のように考える. すなわち, 閉鎖性水域を対象にした流速分布を仮定し, 貫入の上方, 下方で逆流が生じるとし, 貫入先端部で流速最大, 密度界面では流速零とすると, 境界条件は次のようになる.

$$z = 0; \partial u / \partial z = 0, \quad z = h; u = 0 \quad (7)$$

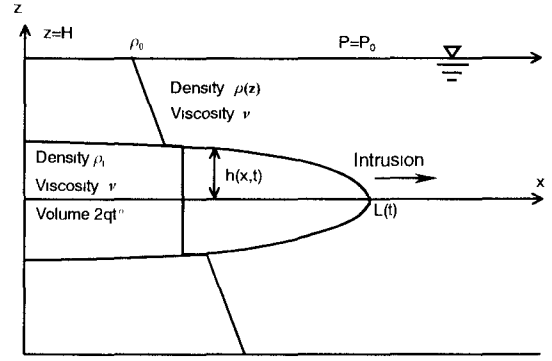


図-3 線形成層場における水平貫入現象の変量定義

#### (1) 浮力-慣性領域

浮力-慣性領域は流入部近傍に現れ, 浮力が駆動力, 慣性力をその反力とする領域であり, 式 (4) の粘性項を無視すると,

$$u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial P_1}{\partial x} \quad (8)$$

となる. これに式 (5) を代入して境界条件 (7) を用いると,

$$u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\rho_0 N^2}{\rho_1} h \frac{\partial h}{\partial x} \quad (9)$$

となる. 一方, 連続式は

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (uh) = 0 \quad (10)$$

で表される. つぎに, 式 (9), (10) の偏微分方程式を相似変換の手法を用いて常微分方程式に変換する. その相似変数として,  $u$ ,  $h$ ,  $x$ ,  $t$  をそれぞれ無次元化し, 若干の変換により以下の相似変数  $\eta_1$  を用いることにする.

$$\eta_1 = (\rho_0 N^2 q^2 / \rho_1)^{-1/4} x t^{-(\alpha+1)/2} \quad (11)$$

$\eta_1$  を  $\eta_1$  の貫入先端部  $x = L(t)$  における値  $\eta_{1L}$  を用いて正規化し, 層厚  $h(x, t)$ , および流速  $u(x, t)$  に, それぞれ相似関数  $\phi$  と  $\varphi$  を導入して以下の式形に変換する.

$$h = \eta_{1L} (\rho_1 q^2 / \rho_0 N^2)^{1/4} t^{(\alpha-1)/2} \phi(\eta_1 / \eta_{1L}) \quad (12)$$

$$u = -\eta_{1L} (\rho_0 q^2 N^2 / \rho_1)^{1/4} t^{(\alpha-1)/2} \varphi(\eta_1 / \eta_{1L}) \quad (13)$$

また,  $\phi$ ,  $\varphi$  に関する常微分方程式は, 無次元独立変数  $y_1 = \eta_1 / \eta_{1L}$  を用いて

$$\phi \phi' = -\varphi \varphi' \quad (14)$$

$$(\phi \varphi')' + \frac{\alpha-1}{2} y_1 \phi' \varphi' - \frac{\alpha+1}{2} \phi = 0 \quad (15)$$

となる. なお,  $\eta_{1L}$  は体積保存の式 (6) より以下のように表される.

$$\eta_{1L} = \left( \int_0^1 \phi \cdot dy_1 \right)^{-1/2} \quad (16)$$

式 (14), (15) の連立常微分方程式は貫入の層厚および流速の初期条件を与えないと解けない. しかし,

表-1 相似解により得られたサーマルおよびブリュームの先端位置，層厚，アスペクト比の時間変化

|                     | $L(t)$                          | $h_{\max}(t)$                    | $h_{\max}(t)/L(t)$             |
|---------------------|---------------------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| Thermal, B-I regime | $(Nq)^{1/2} t^{1/2}$            | $(q/N)^{1/2} t^{-1/2}$           | $(Nt)^{-1}$                    |
| Thermal, B-V regime | $(N^2 q^4 / \nu)^{1/6} t^{1/6}$ | $(q^2 \nu / N^2)^{1/6} t^{-1/6}$ | $(\nu / N^2 q)^{1/3} t^{-1/3}$ |
| Plume, B-I regime   | $(Nq)^{1/2} t$                  | $(q/N)^{1/2}$                    | $(Nt)^{-1}$                    |
| Plume, B-V regime   | $(N^2 q^4 / \nu)^{1/6} t^{5/6}$ | $(q^2 \nu / N^2)^{1/6} t^{1/6}$  | $(\nu / N^2 q)^{1/3} t^{-2/3}$ |

基礎式の相似関係から浮力一慣性領域における幾つかの知見が得られる。

まず，式 (11) より，貫入先端位置  $L(t)$  は以下のようになる。

$$L(t) = \eta_{1L} (\rho_0 N^2 q^2 / \rho_i)^{1/4} t^{(\alpha+1)/2} \quad (17)$$

$\eta_{1L}$  は一定であり， $\rho_0 / \rho_i \approx 1$  とすると，サーマルあるいはブリュームに対して

$$L(t) \sim (Nq)^{1/2} t^{1/2} \quad (\alpha = 0) \quad (18)$$

$$L(t) \sim (Nq)^{1/2} t \quad (\alpha = 1) \quad (19)$$

となり，サーマルの場合は先端速度が減少し，ブリュームでは一定となる。また，サーマルの場合には貫入速度が初期体積にも依存し，ブリュームについては前報告<sup>5)</sup>で得られた結果と一致する。同様にして層厚  $h$  に関しては  $x=0$  においてみられる最大層厚を式 (12) に用いると，

$$h_{\max} \sim (q/N)^{1/2} t^{-1/2} \quad (\alpha = 0) \quad (20)$$

$$h_{\max} \sim (q/N)^{1/2} \quad (\alpha = 1) \quad (21)$$

となり，サーマルでは  $t^{-1/2}$  に比例して  $h_{\max}$  が減少し，ブリュームでは最大層厚一定で前報告の結果と一致する。また， $\alpha$  に他の値を用いればそれぞれの流入条件の進行則が得られる。

ここで得られたサーマルに対する進行速度は mixed-region collapse の実験結果との類似性がみられる。これらの実験では初期に円形水塊を仮定し，その後の拡がりを検討することが多い。初期半径を  $r_0$ ，その後の貫入先端位置を  $l$  とすると，Wu<sup>11)</sup> が実験的に得た先端速度は， $l/r_0 = 1.03 \cdot (Nt)^{0.55}$ ，Manins<sup>12)</sup> がフルード数一定として理論的に導出した  $l/r_0 = 1.12 \cdot (Nt)^{1/2}$ ，Kao<sup>13)</sup> が簡単な水理モデルから導いた  $l/r_0 = 1.25 \cdot (Nt - 0.25)^{1/2}$  の関係式等がある。本研究の誘導結果は，Wu と Manins による式の結果とは  $N$  と  $t$  の指数オーダーがほぼ一致している。

## (2) 浮力一粘性領域

流入による慣性力が十分に減衰すると慣性力にかわって粘性力が卓越する領域が現れる。この浮力一粘性領域では慣性力による項は無視できるので運動方程式 (4) は

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_i}{\partial x} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (22)$$

となる。これに式 (5) を代入し，(7) の境界条件を用いてこの微分方程式を解くと，

$$u = \frac{\rho_0 N^2}{2\rho_i \nu} h \frac{\partial h}{\partial x} (z^2 - h^2) \quad (23)$$

が得られる。これを次の連続式に代入すると，(25) 式が得られる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \int_0^h u \cdot dz \right) = 0 \quad (24)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\rho_0 N^2}{3\rho_i \nu} \frac{\partial}{\partial x} \left( h^4 \frac{\partial h}{\partial x} \right) = 0 \quad (25)$$

以下，浮力一慣性領域と同様にして相似変数を  $\eta_2$  とおき， $x = L(t)$  における  $\eta_2$  の値  $\eta_{2L}$ ，無次元量  $y_2 = \eta_2 / \eta_{2L}$  とすると，

$$\eta_2 = (\rho_0 N^2 q^4 / 3\rho_i \nu)^{-1/6} x t^{-(4\alpha+1)/6} \quad (26)$$

$$h = \eta_{2L}^{1/2} (3\rho_i q^2 \nu / \rho_0 N^2)^{1/6} t^{(2\alpha-1)/6} \psi(\eta_2 / \eta_{2L}) \quad (27)$$

$$(\psi^4 \psi')' + \frac{4\alpha-1}{6} y_2 \psi' - \frac{2\alpha+1}{6} \psi = 0 \quad (28)$$

$$\eta_{2L} = \left( \int_0^1 \psi \cdot dy_2 \right)^{-2/3} \quad (29)$$

で表される。これらに，適切な初期値を与えれば解が得られる。浮力一慣性領域と同様にして，先端位置の時間変化に着目すると以下ようになる。

$$L(t) = \eta_{2L} (\rho_0 N^2 q^4 / 3\rho_i \nu)^{1/6} t^{(4\alpha+1)/6} \quad (30)$$

$\rho_0 / \rho_i \approx 1$  とすると，サーマルあるいはブリュームに対して

$$L(t) \sim (N^2 q^4 / \nu)^{1/6} t^{1/6} \quad (\alpha = 0) \quad (31)$$

$$L(t) \sim (N^2 q^4 / \nu)^{1/6} t^{5/6} \quad (\alpha = 1) \quad (32)$$

となり，サーマルの場合は先端速度が減少し，ブリュームでは前報告<sup>5)</sup>で得られた結果と一致する。同様にして  $h$  に関しては  $x=0$  における最大層厚を考慮して，式 (27) を用いると，

$$h_{\max} \sim (q^2 \nu / N^2)^{1/6} t^{-1/6} \quad (\alpha = 0) \quad (33)$$

$$h_{\max} \sim (q^2 \nu / N^2)^{1/6} t^{1/6} \quad (\alpha = 1) \quad (34)$$

となり，サーマルでは  $t^{-1/2}$  に比例して減少し，ブリュームについては前報告の結果と一致する。

## (3) 貫入の先端位置と層厚の時間依存性

以上のようにして基礎式の相似解から水平貫入に対する先端位置と層厚の時間的な変化特性が得られ

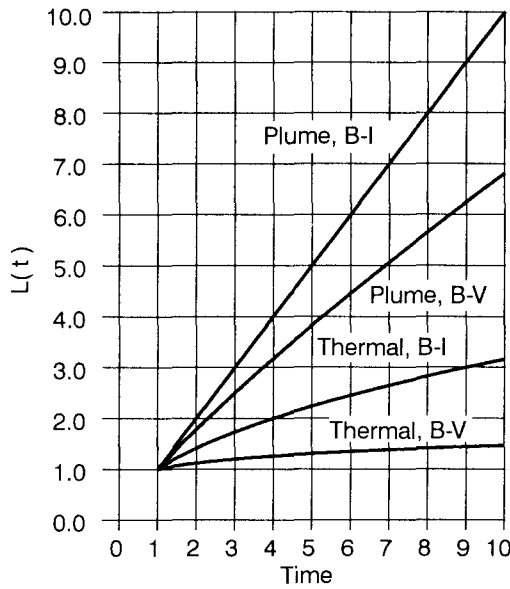


図-4 貫入先端位置の時間変化

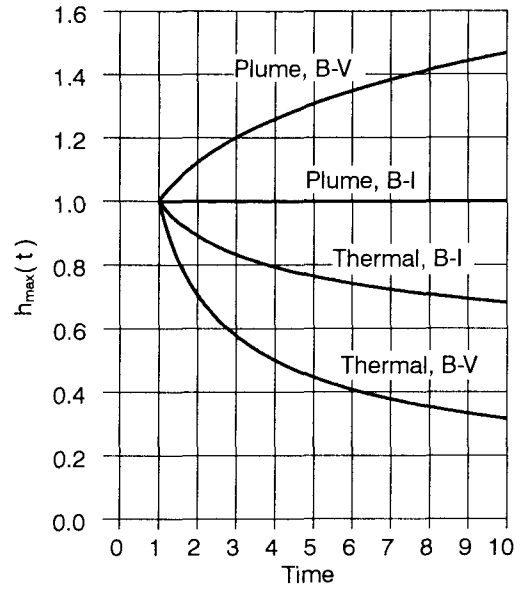


図-5 層厚の時間変化

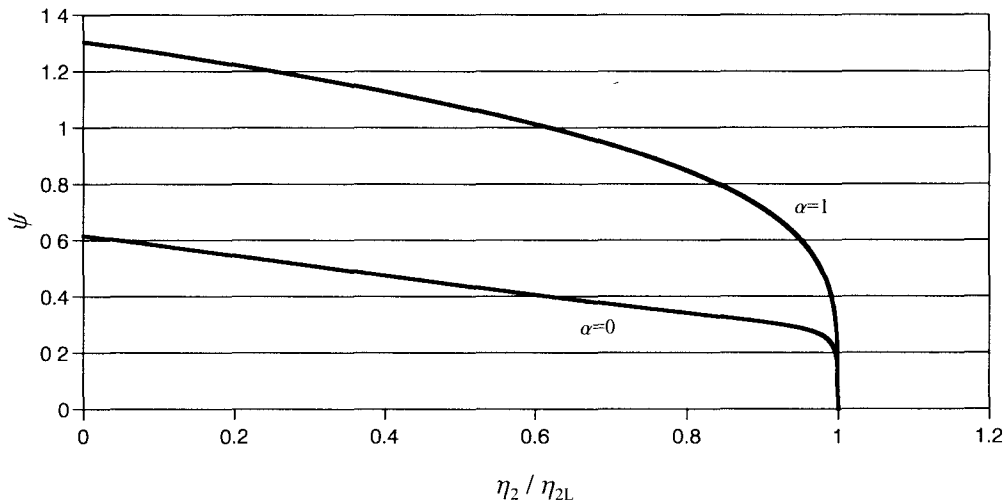


図-6  $\psi$ と $\eta_2/\eta_{2L}$ の関係

た. なお, 上の考察では線形成層場におけるサーマルとプルームを対象としたが, 流量が時間的に変化する場合にも拡張できる. 実河川においては頻繁に流量変化が生じていると考えられ, 流量変化に伴う密度流の特性とその進行過程を扱った実験<sup>14)</sup>も行われている.

サーマルとプルームの浮力-慣性および浮力-粘性領域における先端位置と層厚に対してそれぞれ得られた式を纏めて表-1 に示す. 同時にアスペクト比  $h_{\max}(t)/L(t)$  も示している. なお, B-I は浮力-慣性領域, B-V は浮力-粘性領域を表す. また,  $t=1$  において  $L(t)=1$ ,  $h_{\max}(t)=1$  として, 表-1 の関係をそれぞれ図-4, 図-5 に示す. これらの図より水平貫入部の先端速度は浮力-慣性領域におけるプルームの場合が最も速いことが分かる.

つぎに, 浮力-粘性領域を対象として, 式 (28) に初期値を与えて,  $\psi$  の解を求める. ここでは Huppert に従って,  $\psi$  の  $y_2=1$  近傍の値を初期値と

する. テイラー展開を利用すると,  $y_2 \approx 1$  の  $\psi$  は以下のように表される.

$$\psi = \left[ \frac{2(4\alpha+1)}{3} \right]^{\frac{1}{4}} (1-y_2)^{\frac{1}{4}} \left[ 1 - \frac{\alpha+1}{2(4\alpha+1)} (1-y_2) + O(1-y_2)^2 \right]^{\frac{1}{4}} \quad (35)$$

これを初期値として Runge-Kutta 法により式 (28) を解き,  $\alpha=0$ ,  $\alpha=1$  に対する,  $\psi$  の関係を求めると図-6 のようになる. これは貫入層の形状を表している. また, それぞれの  $\alpha$  に対する  $\psi$  の関係を用いて式 (29) を数値積分すると,  $\eta_{2L}$  は以下の値となる.

$$\eta_{2L} = 1.723 \ (\alpha=0), \quad \eta_{2L} = 0.982 \ (\alpha=1) \quad (36)$$

結局, これらを用いて浮力-粘性領域におけるサーマル, プルームの貫入先端位置の時間変化は, それぞれ次の式で表現できる.

$$L(t) = 1.725(\rho_0 N^2 q^4 / 3\rho_1 \nu)^{1/6} t^{1/6} \quad (\alpha=0) \quad (37)$$

$$L(t) = 0.982(\rho_0 N^2 q^4 / 3\rho_1 \nu)^{1/6} t^{5/6} \quad (\alpha=1) \quad (38)$$

以下、サーマルに対しては適切な実験がないのでプリュームについて理論式と実験結果との比較を行う。プリュームの検証データとして、Maxworthy<sup>15)</sup>の実験結果を用い、(38)式と比較すると図-7のようである。なお、Maxworthyの実験は流入密度が明らかではないため、 $\rho_0/\rho_i \approx 1$ としている。浮力-粘性領域が確立されるまでの時間が必要なので、実験初期には多少のばらつきがみられるが、実験結果とは良好に一致しているといえる。

以上の相似解手法により求めたプリューム状態の浮力-粘性領域における水平貫入の先端速度と、前報告<sup>5)</sup>で実験的に係数を決定した浮力-慣性領域における先端速度を $\rho_0/\rho_i \approx 1$ として示すと以下の通りである。

$$L(t) \approx 0.74(Nq)^{1/2}t \quad (\text{浮力-慣性領域}) \quad (39)$$

$$L(t) \approx 0.52(N^2q^4/\nu)^{1/6}t^{5/6} \quad (\text{浮力-粘性領域}) \quad (40)$$

#### 4. おわりに

相似解の手法により線形成層場において発生するサーマルあるいはプリュームに対し、その貫入速度と貫入層厚を理論的に導出した。流量や成層強度のみならず時間経過によりその貫入速度が変化することは、湖沼における密度流に伴う物質移動を考察する上で重要である。特に、濁水貫入において貫入速度が遅くなるということは、濁質の沈降に有効な時間を与え、地球自転の効果も受けやすくなる。また、成層強度が弱い場合には、貫入層厚が確立されるまでかなりの時間を要し、その後、しばらくしてようやく貫入が開始する。これは極めて層厚の大きな貫入が発生する原因となる。例えば、琵琶湖において弱成層期に層厚が10mを越えるような濁水貫入が計測されたことがあるが、以上のことに対応すると考えられる。このような条件下では貫入速度が極めて低速になり、先端部の進行より貫入層内における濁水の貯留と層厚の増加が進行することになる。

本研究では、湖中の成層部で発生する濁水貫入が図-1(a)の拡散型であるとして検討した。しかし、現地の密度界面における混合形態の把握と混合量の評価は主要課題の一つであり、(b)の巻き波型と(c)の沈降型の関連性を明らかにする必要もある。

**謝辞：**本研究の一部は文部省科学研究費補助金（特別研究員奨励費）の援助を受けたことを付記し、感謝の意を表します。

#### 参考文献

- 1) 森川 浩・大久保賢治・村本嘉雄：成層湖斜面上の底泥の再浮上に伴う濁水の貫入現象，水工学論文集，第40巻，pp.607-612，1996。
- 2) Didden, N. and Maxworthy, T.: The viscous spreading of plan and axisymmetric gravity current. *J. Fluid Mech.*, Vol. 121, pp.27-42, 1981.
- 3) 室田 明・道奥康治・吉田 弘：鉛直噴流の衝

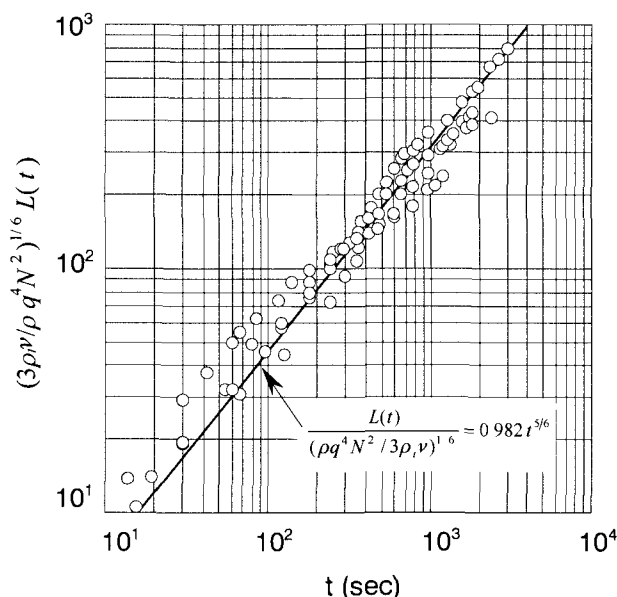


図-7 理論式とMaxworthy<sup>15)</sup>の実験結果との比較

突による密度境界面での水質混合と混合水塊の挙動，第32回水理講演会論文集，pp.269-274，1988。

- 4) Lemckert, C. J. and Imberger, J.: Axisymmetric intrusive gravity current in linearly stratified fluids. *J. Hydraulic Engrg.*, ASCE, 119(6), pp.662-679, 1993.
- 5) 森川 浩・濱口一郎・大久保賢治・村本嘉雄：2次元水平濁水貫入の拡がりに関する研究，水工学論文集，第42巻，pp.601-606，1998
- 6) Tsihrintzis, V. A.: Spreading of three-dimensional inclined gravity plumes, *J. Hydr. Res.*, Vol.34, pp.695-711, 1996.
- 7) 秋山壽一郎・浦 勝・斉藤俊一郎・富岡直人：保存性2次元傾斜サーマルの流動特性の予測，水工学論文集，第40巻，pp.555-560，1996。
- 8) Maxworthy, T.: The dynamics of double-diffusive gravity currents, *J. Fluid Mech.*, Vol.128, pp.259-262, 1983
- 9) Hoult, D. P.: Oil spreading on the sea, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 4, pp. 341-368, 1972.
- 10) Huppert, H. E.: The propagation of two-dimensional and axisymmetric viscous gravity currents over a rigid horizontal surface, *J. Fluid Mech.*, Vol. 121, pp. 43-58, 1982.
- 11) Wu, J.: Mixed region collapse with internal wave generation in a density-stratified medium, *J. Fluid Mech.*, Vol. 35, pp. 531-544, 1969.
- 12) Manins, P. C.: Mixed-region collapse into a stratified fluid, *J. Fluid Mech.*, Vol. 77, pp. 177-183, 1976.
- 13) Kao, T. W.: Principal stage of wake collapse in a stratified fluid: Two-dimensional theory, *Phys. of fluids*, Vol. 19, pp. 1071-1074, 1976.
- 14) Maxworthy, T.: Gravity currents with variable inflow, *J. Fluid Mech.*, Vol. 128, pp. 247-257, 1983
- 15) Maxworthy, T.: Experimental and theoretical studies of horizontal jets in a stratified fluid. *In Proc. Int. Symp. on Stratified Fluid*, Novosibirsk, No.17, 1972.

(1998.9.30受付)