

非一様流れ場における密度噴流

ROUND BUOYANT JETS INTO NONUNIFORM FLOWING ENVIRONMENT

楊 宏選¹・早川典生²・福嶋祐介³

Hongxuan YANG, Norio HAYAKAWA and Yusuke FUKUSHIMA

¹学生会員 長岡技術科学大学大学院 建設工学専攻 (〒940-2188 長岡市上富岡町1603-1)

²正会員 Ph. D. 長岡技術科学大学教授 環境・建設系 (〒940-2188 長岡市上富岡町1603-1)

³正会員 工博 長岡技術科学大学教授 環境・建設系 (〒940-2188 長岡市上富岡町1603-1)

This paper presents a mathematical model for submerged turbulent round buoyant jets into a nonuniformly flowing stratified environment. The model derived herein is based on the conservation of mass flux, momentum flux and density deficiency. A new entrainment function which can be decided by the model and a constant of drag coefficient are also presented here. The model is validated by comparing prediction results and large number of experimental data published by other investigators. The mathematical model is then used to analyze behavior of some buoyant jets into a nonuniform current. The present model should be capable of predicting not only the three-dimensional buoyant jets into nonuniformly flowing ambient fluids, but also nonbuoyant jets and simple plumes, something an existing model can not cover.

Key Words : *entrainment coefficient, drag coefficient, buoyant jet, three dimensional flow, stratification*

1. 序論

密度噴流とは周囲流体と異なる密度を有する流体が運動量を有して排出される時の流れのことを言う。密度差のない場合は噴流と呼ばれ、運動量を有せず密度差のみを有する場合はプルーム(plume)と呼ばれる。これらのうち、我々の日常生活に密接な関係にあるのが密度噴流である。発電所の冷却水いわゆる温排水の放出、工場排水や下水処理場処理水の流出、河川水の海域への流出、貯水池への濁水の流入、大気中への排煙等、すべて密度噴流である。環境問題としての密度噴流の研究は長い歴史があるが、その重要性は依然高いものがある。

密度噴流に関する研究は周囲流体を静止、密度分布が一様とする場合が多い。成層した流れ場に噴出される密度噴流は流動機構が複雑になるため、その研究も少ない。Fan¹⁾が質量と運動量の保存式を噴流断面で積分して得られた常微分方程式を連立して、一様な流れ場に垂直に噴出される密度噴流を研究した。その解析結果は彼の実験データとよく一致している。しかし、Fan¹⁾のモデルは連行係数と抗力係数の二係数が含まれ、計算する前にその二係数を決める必要があるが、Fan¹⁾は量的に決める方法を提示していない。また、彼の研究はまだ二次元の密度噴流にとどまっている。すなわち、噴流の排水口の

向き、周囲流速の向きと重力の方向が同じ平面にある。Hirst²⁾が質量と運動量の基礎微分方程式を自然座標系に変換してから噴流横断面で積分する方法で、任意の角度で噴出する三次元の密度噴流を解析した。彼は抗力係数を無視し、モデル自身で決められる連行係数を用いた。Hirst²⁾のモデルは汎用性があり、広い範囲で実験データとよく一致している。しかし、モデルに用いられた自然座標系は直交座標系ではなく、大きな捩りを伴う時にこのモデルが適合するかどうかは疑問である。また、偏微分方程式を積分する際も、彼はライプニッツの積分の法則に違反した(Schatzmann³⁾)。伝統的な研究が流速と密度をよくガウス分布と仮定するのに対して、Bemporad⁴⁾がtop-hat分布を仮定して三次元密度噴流の数学モデルを開発した。しかし、彼のモデルもFan¹⁾のモデルと同様、噴流の成長を大きく左右する2つの係数、連行係数と抗力係数が含まれ、それを決定する方法は示されていない。非一様流れ場に噴出される密度噴流について、Chu⁵⁾がベクトル表示による一般的な積分方程式を示したが、具体的な計算は示していない。Schatzmann³⁾が基礎方程式を厳密に誘導し、超過体積と超過運動量フラックスの形で三次元密度噴流のモデルを開発した。その解析結果は様々な実験データとよく一致する。しかしながら、鉛直方向の超加速度がゼロになるという仮定に不自然さがある。彼はその欠点を連行関数で補ったが、超過流速ベク

トルの支配成分が鉛直方向にある時、遠域においてその仮定はふさわしくない。BDFFの場合、鉛直上昇高を50%も過大に評価してしまう(Lee⁶⁾。

本研究はオイラー的な手法で、流速と密度が一様分布でない周囲流体に噴出される三次元密度噴流の数学モデルを提示する。既存モデルと違うところは：1) このモデルは密度噴流だけでなく、非密度噴流、ブルームにも対応できる；2) 非一様分布の流れ場に対応；3) 抗力係数を定数としている；4) モデル自身で計算できる新しい連行関数を定義。なお、モデルの評価には表-1に示す既往の実験データが用いられた。

2. 数学モデル

解析する前に、次の仮定をする：1) 流れは定常で非圧縮性である；2) 噴流と周囲流体との密度差が小さくブーシネスク近似が適用できる。3) 噴流の広がり幅が周囲流体の変化のスケールに比べてとても小さく、周囲流速は噴流断面で一様分布であると考え。4) 噴流は軸対称である。

解析にあたって、デカルト座標系(x, y, z)とローカル座標系(s, r, φ)に同一の原点を共有させる。sは噴流の中心軸距離で、rとφはそれぞれs軸に垂直な平面上における距離と方位である。図-1のように噴流の微小体積に対して単位時間あたり底面A₁、側面A_aから入ってくる質量m₁、m_a、頂面A₂から出ていく質量m₂はそれぞれ

$$m_1 = -\int_{A_1} \rho_1 \mathbf{V}_1 \cdot d\mathbf{A} \quad (1)$$

$$m_a = -\int_{A_a} \rho_a \mathbf{U}_a \cdot d\mathbf{A} \quad (2)$$

$$m_2 = \int_{A_2} \rho_2 \mathbf{V}_2 \cdot d\mathbf{A} \quad (3)$$

ここでA₁、A₂、A_aはそれぞれ微小体の底面、頂面、側面で、ρ₁、ρ₂、ρ_aおよびV₁、V₂、U_aはこれらの面における密度と流速ベクトルである。

質量、運動量の保存式は次のようになる。

$$-\int_{A_1} \rho_1 \mathbf{V}_1 \cdot d\mathbf{A} - \int_{A_a} \rho_a \mathbf{U}_a \cdot d\mathbf{A} + \int_{A_2} \rho_2 \mathbf{V}_2 \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & -\int_{A_1} \rho_1 \mathbf{V}_1^2 \cdot d\mathbf{A} - \int_{A_a} \rho_a \mathbf{U}_a^2 \cdot d\mathbf{A} + \int_{A_2} \rho_2 \mathbf{V}_2^2 \cdot d\mathbf{A} \\ & = \frac{\mathbf{g}}{\rho_a} \int_{\Delta V} (\rho_a - \rho) dV + \int_{A_a} C_d \frac{\rho_a \mathbf{U}_a^2}{2} \cdot d\mathbf{A} \end{aligned} \quad (5)$$

ここでρは噴流の密度、gは重力加速度、C_dは抗力係数である。(5)式の右辺第二項は周囲流れが微小体積に作用する力を表す。周囲流体が静止であれば、C_d=0。

(4)、(5)式をΔsで割り、Δs→0とすれば

$$\frac{d}{ds} \int_A \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} = \rho_a \frac{dQ}{ds} \quad (6)$$

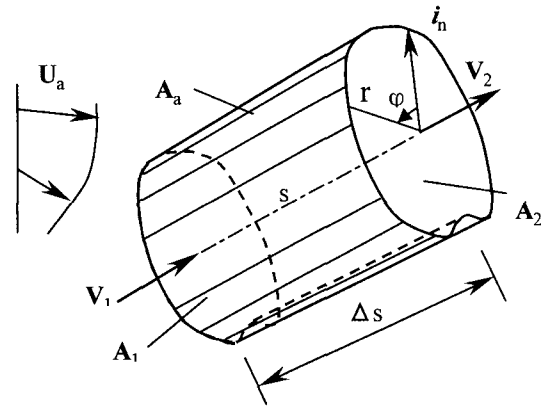


図-1 噴流の微小体

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} \int \mathbf{V}^2 \cdot d\mathbf{A} &= \mathbf{U}_a \frac{dQ}{ds} + \frac{\mathbf{g}}{\rho_a} \int_A (\rho_a - \rho) dA \\ &+ C_d \frac{\mathbf{U}_n \mathbf{U}_n}{2} D \end{aligned} \quad (7)$$

ここにQは噴流の流量、Vは噴流の流速ベクトル、U_nは周囲流速U_aの噴流中心軸sに垂直な流速成分である。

噴流の流速、密度に次のような相似分布形を仮定する。

$$\mathbf{V} = \mathbf{U}_n + \Delta \mathbf{V} \exp\left(-\frac{r^2}{b^2}\right) \quad (8)$$

$$\rho = \rho_a + \Delta \rho \exp\left(-\frac{r^2}{\lambda^2 b^2}\right) \quad (9)$$

ここにbは噴流の広がりを表わす指標、λ=1.16(Hirst²⁾)は密度分布と流速分布の広がり幅の比である。この二式を(6)、(7)式に代入して、座標系(x, y, z)と(s, r, φ)と関連付けて積分すると、次のようになる。

$$\frac{d}{ds} (MC_1 C_2) = U_a c_1 c_2 \frac{dQ}{ds} + \sqrt{2} C_d U_p b (U_a c_1 c_2 - U_p C_1 C_2) \quad (10)$$

$$\frac{d}{ds} (MS_1 C_2) = U_a s_1 c_2 \frac{dQ}{ds} + \sqrt{2} C_d U_p b (U_a s_1 c_2 - U_p S_1 C_2) \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} (MS_2) &= U_a s_2 \frac{dQ}{ds} + \sqrt{2} C_d U_p b (U_a s_2 - U_p S_2) \\ &+ \frac{\mathbf{g}}{\rho_a} \pi b^2 \lambda^2 \Delta \rho \end{aligned} \quad (12)$$

$$\frac{d}{ds} \left(\pi b^2 \lambda^2 \Delta \rho \left(\frac{\Delta V}{1 + \lambda^2} + U_p \right) \right) = -\pi b^2 (U_p + V) \frac{d\rho_a}{ds} \quad (13)$$

ここに、 $M = \frac{\pi}{2} b^2 (U_p + V)^2$ 、 $s_i = \sin \beta_i$ 、 $c_i = \cos \beta_i$ 、 $S_i = \sin \theta_i$ 、 $C_i = \cos \theta_i$ 、なお、β₁、θ₁はそれぞれU_a、s軸のxy面(水平面)への投影とx軸の成す角で、β₂、θ₂はそれぞれU_a、s軸とxy面の成す角である。また、U_pはU_aのs軸に平行な成分である。

(10)、(11)、(12)式はそれぞれx、y、z方向の運動量

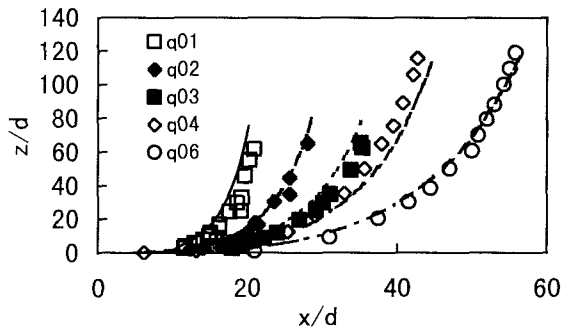


図-2 水平に噴出される密度噴流の軌跡 ($F_r < 14$)

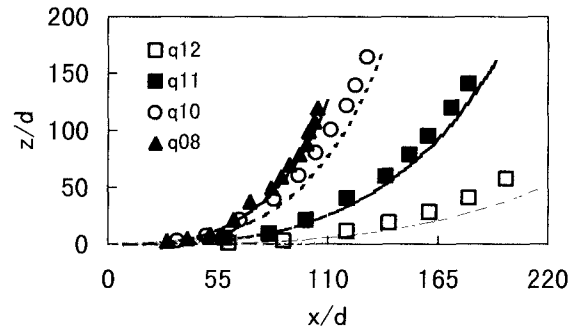


図-3 水平に噴出される密度噴流の軌跡 ($F_r > 14$)

保存式で、(13)式は質量の保存式である。なお、密度は塩分濃度 c 、温度 t と以下のような関係があるとする。

$$\rho = \rho_0(1 - \beta_t(t - t_0) + \beta_c(c - c_0))$$

ここに β_t と β_c は熱と濃度の膨張係数、 $()_0$ は基準値である。

また、 x 、 y 、 z は s 、 θ_1 、 θ_2 と次の関係がある。

$$\frac{dx}{ds} = C_1 C_2 \quad ; \quad \frac{dy}{ds} = S_1 C_2 \quad ; \quad \frac{dz}{ds} = C_2 \quad (14)$$

噴流の連行に関しては様々な提案があるが、そのメカニズムは基本的に2つある：1つは噴流流速と周囲流体の噴流に平行な流速成分との差 ΔV による；もう1つは周囲流体の噴流に垂直な流速成分 U_n による。この考え方に基づいて噴流の連行を次の式で表わす。

$$\frac{dQ}{ds} = 2\pi b \alpha_1 (\Delta V + \alpha_2 U_n) \quad (15)$$

ここに、 $Q = \pi b^2 (U_p + V)$ 、 α_1 と α_2 は連行係数である。

これで(10)～(15)の8本の s を独立変数とする常微分方程式が得られた。未知数は x 、 y 、 z 、 V 、 b 、 θ_1 、 θ_2 と ρ の8個であるから、ルンゲクッタ法で簡単に解くことができる。

数値計算を行う前に連行係数と抗力係数を決めなければならない。これらの係数は噴流の成長を大きく左右する。これをより合理的に決めることは計算モデルの精度に関わる。非密度噴流の場合、 $\alpha_1 = 0.057$ ；ブルームの場合、 $\alpha_1 = 0.085$ (Fan¹⁾)、これらの値は多くの研究者に受け入れられている。密度噴流は最初非密度噴流のように振る舞い、次第に流速が小さくなりブルームのように振る舞うと考えられるので、Fox⁷⁾の考案した式を基礎にして、本モデルは α_1 を次式で定義する。

$$\alpha_1 = \begin{cases} 0.057 + \alpha_3 / F_L^2 & F_L^2 \geq \alpha_3 / 0.028 \\ 0.085 & F_L^2 < \alpha_3 / 0.028 \end{cases} \quad (16)$$

ここに $F_L = V / (\Delta \rho b g / \rho_0)^{0.5}$ 、ローカルフルード数である。

α_3 についてList⁸⁾が0.083、Hirst²⁾が0.48 S_2 としているが、 α_1 に上限値を設けていない。その結果、噴流が成長するにつれ、ローカルフルード数 F_L が小さくな

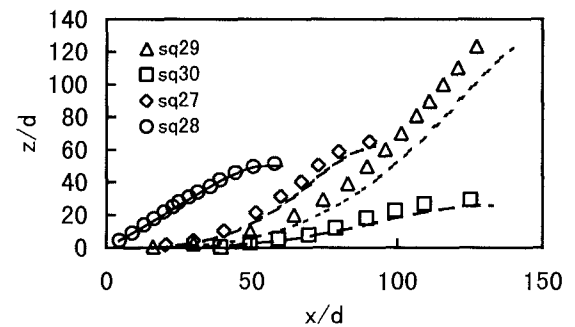


図-4 密度成層環境に噴出される密度噴流の軌跡

り、 α_1 の値はブルームの0.085をも越えてしまう現象が起きる。また、初期フルード数 F_r が40以上になると、予測は実験値から外れていく傾向もあった。この問題を解消するため、本モデルは α_3 を9.0とし、 α_1 に上限値0.085を設けた。これは密度噴流が最終的に流速を失ってブルームになると考えられるからである。

周囲流れが存在する場合、 α_2 と C_d の二係数が噴流の挙動を大きく左右する。噴流の中心軸にあわせるようにするには α_2 (Hirst²⁾) または C_d (Bemporad⁹⁾) だけで対応することができる。しかし、前者では噴流の密度減衰が速くなり、後者では逆に遅くなっている。本モデルは α_2 と C_d の両方を変化させて密度と中心軸がともに合うような最適値を探した結果、 $\alpha_2 = 7.0$ 、 $C_d = 0.4$ が得られた

3. 実験との比較

図-2と図-3は密度成層していない静止環境に水平に噴出される密度噴流の中心軸を示している。図-2は F_r が4、6、8、10、13.6の比較的小さい F_r 数の実験データと予測値を、図-3は F_r が33、40、66、130の比較的大きい F_r 数の実験データと予測値を比較している。予測結果は実験データと非常に良く一致している。

図-4は密度成層している静止環境に水平および斜めに噴出される密度噴流の実験値と予測値を比較している。この際、 F_r 数は26から60まで、成層パラメータ T は210か

表-1 モデル評価に用いられた実験データ

番号	$R=U_a/V_o$	$\theta_1(^{\circ})$	$\theta_2(^{\circ})$	F_r	T	参考文献
q01	0	0	0	4	∞	10)
q02	0	0	0	6	∞	10)
q03	0	0	0	8	∞	10)
q04	0	0	0	10	∞	1)
q06	0	0	0	13.6	∞	1)
q08	0	0	0	33	∞	1)
q10	0	0	0	40	∞	1)
q11	0	0	0	66	∞	1)
q12	0	0	0	130	∞	1)
q17	0	0	30	5	∞	2)
q18	0	0	30	10	∞	2)
q19	0	0	30	15	∞	2)
q20	0	0	30	20	∞	2)
sq27	0	0	0	26	1200	1)
sq28	0	0	45	51	210	1)
sq29	0	0	0	40	5000	1)
sq30	0	0	0	60	510	1)
f31	0.25	90	90	10	∞	1)
f32	0.125	90	90	10	∞	1)
f37	0.25	90	90	40	∞	1)
f38	0.125	90	90	40	∞	1)
f39	0.083	90	90	40	∞	1)
f40	0.063	90	90	40	∞	1)
f50	0.4	0	0	∞	∞	2)
f51	0.25	0	0	∞	∞	2)
f52	0.167	0	0	∞	∞	2)
f53	0.125	0	0	∞	∞	2)
f54	0.065	0	0	∞	∞	2)
sf57	0.493	90	90	3.38	564	11)
sf58	0.486	90	90	3.36	1780	11)
f62	0.022	90	0	25	∞	12)

注：* 周囲流れはすべてy方向である。

* $F_r = V_o / (\Delta \rho / \rho_o)^{0.5}$ 、フルード数。

* $T = \Delta \rho_o / [-d(\rho_a / dz)]$ 、密度成層パラメータ。

* d は排水口の直径、 $(\)_o$ は出口での値。

ら5000まで変化している。予測は実際よりやや上昇が遅れるケースがみられる。Mortonら⁹⁾が密度成層した場合、 α_2 を0.093と提案しているが、ほかのデータとの整合性を考えて α_2 の上限をやはり0.085とする。

図-5は流速比 R を0.25から0.063まで変化させて周囲流れに垂直に噴出される密度噴流の中心軸の実測値と予測値を示している。 R が大きい場合、予測値は実測値から少し外れたが、それ以外は見事に一致している。

図-6に周囲流れに垂直に噴出されるシンプル噴流の中心軸の実測値と予測値を示している。この時、流速比 R は0.065~0.4の間で変化している。こちらも R が大きい場合にわずかな違いが見られるだけで、その他の予測は高い精度を見せている。

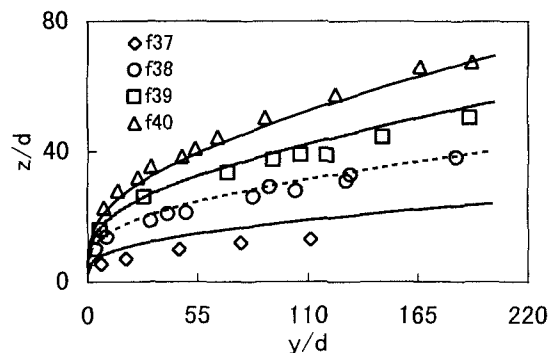


図-5 周囲流れに垂直に噴出される密度噴流の軌跡

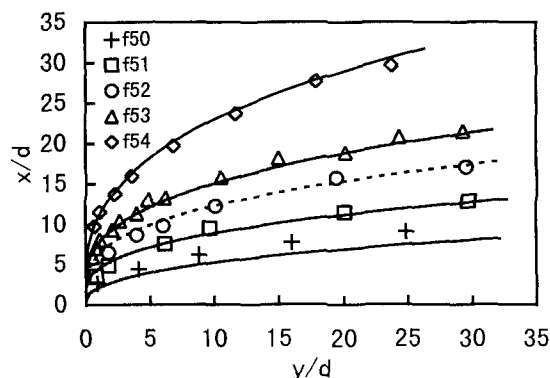


図-6 周囲流れに垂直に噴出される密度噴流の軌跡

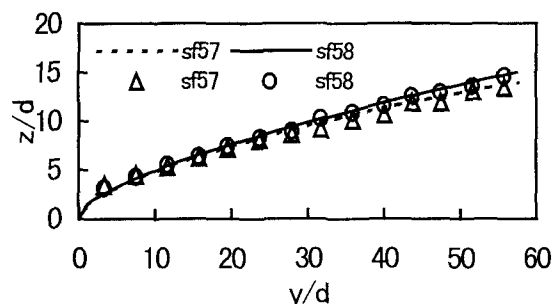


図-7 密度成層した周囲流れに垂直に噴出される密度噴流の軌跡

図-7は密度成層した流れ場に垂直に噴出される密度噴流の中心軸を示している。 F_r 数は3.36~3.38と小さく密度成層パラメータ T はそれぞれ1780と564である。予測した軌跡は実際よりやや遅れるが、許容できる逸脱である。

図-8と図-9は静止環境と流れる環境における密度噴流の中心軸塩分濃度(又は密度)の減衰を示している。図-8に関して F_r 数はそれぞれ5、10、15、と20で、噴出角は $\theta_1=0$ 、 $\theta_2=30^{\circ}$ であった。図-9のデータに関して F_r 数は10で、流速比 R は0.25と0.125であった。これら密度減衰の予測は実測値と近い結果を与えている。

図-10は流れ場に噴出される密度噴流の中心軸における流速の減衰を示している。予測した曲線は観測値より

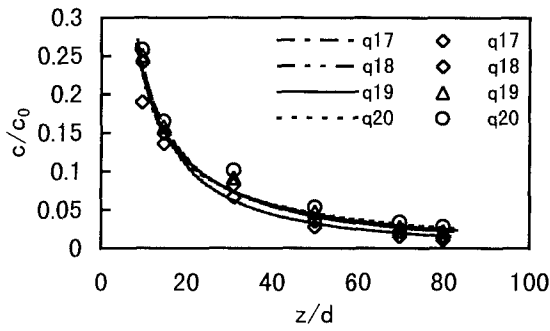


図-8 静止環境に噴出される密度噴流の濃度変化

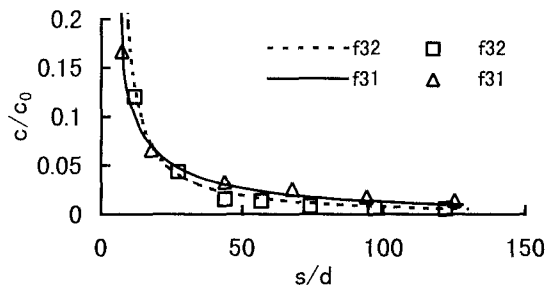


図-9 周囲流れに垂直に噴出される密度噴流の濃度変化

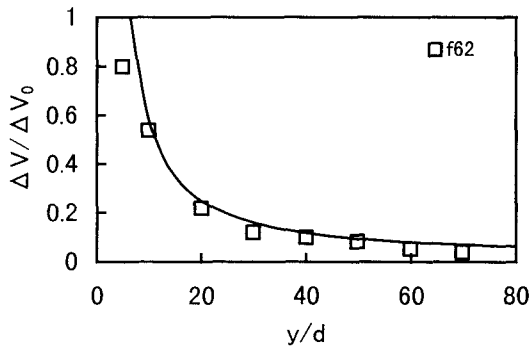


図-10 流れ場に噴出される密度噴流の流速変化

やや右側にある。しかし、図に示されているように、予測精度はまだ高いといえる。

図11には流れ場に垂直に噴出される密度噴流の広がり幅の観測値と予測値を示している。 $r_{0.5}$ は噴流対称面上における中心軸から $c/c_{c0}=0.5$ の点までの距離である。これらの実験の中心軸は図-5に示されている。全体的に、予測した幅は実測の幅より大きいという傾向が見られる。また、密度噴流の距離が伸びるにつれ、予測値と実測値との差が大きくなり、予測精度が落ちていく特徴がある。この逸脱に関して、解析にあたっての仮説、近似によるものと考えられるが、特に大きい要因となるのは噴流の軸対称近似であろう。Fan¹⁾、Hirst²⁾が指摘したように、噴流の断面は、最初は円形で、距離が大きくなるにつれ、断面は次第に馬蹄形、さらに三日月のような偏平形に

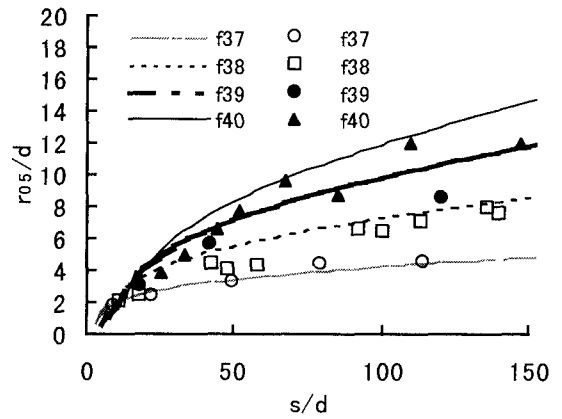


図-11 周囲流れに垂直に噴出される密度噴流の半径

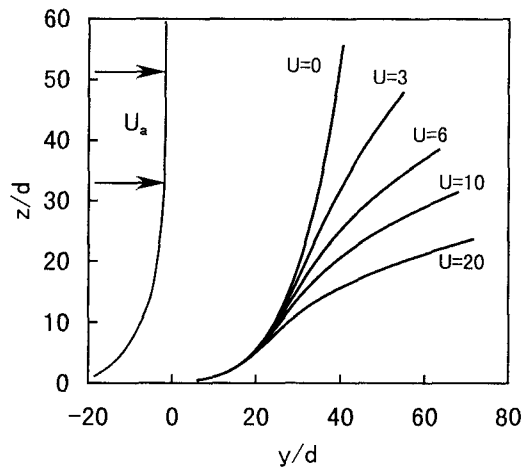


図-12 非一様流れ場に噴出される密度噴流の軌跡

なっていく。よって、噴流距離が増大すればするほど予測値は実測値より大きくなっていくことになる。

これまでに流速比 R 、噴出角 θ_1 と θ_2 、初期フルード数 F_r 、成層パラメータ T をいろいろと変化させて、密度噴流の挙動を予測し、実測値と比較してきた。軸対称近似の関係で、遠域で噴流幅を過大に予測するが、流速、密度、および中心軸に関して予測は観測値と非常によく一致している。しかしながら、このモデルの適用において重要な役割を果たす抗力係数と連行係数の2係数の表現はなお注意を要する。特に抗力係数 C_d は周囲流れの乱れ強さ、噴流のレイノルズ数 Re 、ローカルフルード数 F_L などによって変わるにもかかわらず、ここでは定数として扱われている。連行係数に関しても研究者によっては表現が違う。本モデルは前述の係数を用いて幅広い範囲で多くの実験と近い結果を得ているが、更に多くの実験で検証する必要がある。もう一つ注意すべき点は、モデルでは周囲流体を理想的な無限体としているのに対して、実験は有限な水槽で行われている。よって、水位の上昇、濃度の蓄積、流れの不安定など、モデルと実験との間にどうしても取り除けない違いが生じる。これらの要素は

時には噴流中心軸を大きく影響する(Priven¹³)。

本モデルの有効性が確かめられた後、より複雑な環境における密度噴流の挙動を予測することができる。たとえば、流速が一樣分布でない環境に噴出される密度噴流の特性を予測することができる。図-12に本モデルで予測した非一樣流れ場における密度噴流の中心軸を示している。環境条件は噴流に関して $d=1\text{cm}$ 、 $V_o=50\text{cm/s}$ 、 $\rho_o=980\text{kg/m}^3$ 、 $\theta_1=90^\circ$ 、 $\theta_2=5^\circ$ ；流れ場に関して $\rho_a=1000\text{kg/m}^3$ 、 $z\leq 50\text{cm}$ の時、 $U_a=U\sin(z\pi)\text{cm/s}$ ； $z>50\text{cm}$ の時、 $U_a=U\text{cm/s}$ 、 U_a はy方向である。この周囲流速の分布は開水路の流速分布に近い。図-12に示されているように、噴流の軌跡に凹凸の状態が入れ替わる変曲点が見られる。この変曲点は静止流体の場合には見られない。これは、最初に周囲流速が小さく密度噴流は浮力によって上昇し(この間密度差が減少し周囲流速が増加しつつある)、ある高さに上昇すると周囲流速は浮力と強弱逆転して噴流を水平方向に曲げようと働く、と説明がつく。これは複雑な非一樣な流れ環境に噴出される密度噴流の特性をシミュレーションした一例である。

4. 結論

本研究では密度と流速がともに一樣分布でない周囲流体に噴出される密度噴流の数学モデルを開発した。このモデルは多くの研究者が変数として扱っていた抗力係数を定数とし、また、連行係数をモデル自身で計算できる式を提示した。モデルの計算結果と公表された多くの実験データと比較して、予測精度が高いことが確認された。とくに現存モデルでは予測が困難な非一樣流れ環境における密度噴流をも予測できた。

付録 本文中の記号の説明

U_a 、 V ：それぞれ周囲流れと噴流の流速ベクトル

U_n 、 U_p ：周囲流れの噴流中心軸に垂直、および平行な流速成分

ρ_a 、 ρ ：それぞれ周囲流体と噴流の密度

c 、 t ：塩分濃度(または保存性物理量)、温度

β_c 、 β_t ：濃度と温度の膨張係数

()_o：排水口での値

g ：重力加速度

C_d ：抗力係数

d ：排水口の直径

b ：噴流の広がり幅の指標

$r_{0.5}$ ：噴流対称面上における中心軸から $c/c_{r=0}=0.5$ の点までの距離である

λ ：密度分布と流速分布の幅の比

F_L ：ローカルフルード数、 $F_L = V / (\Delta\rho_o |bg / \rho_o)^{0.5}$

F_r ：フルード数、 $F_r = V_o / (\Delta\rho_o |dg / \rho_o)^{0.5}$

T ：密度成層パラメータ、 $T = \Delta\rho_o / [-d(d\rho_a / dz)]$

S_i 、 C_i ：それぞれ $\sin\theta_i$ 、 $\cos\theta_i$

s_i 、 c_i ：それぞれ $\sin\beta_i$ 、 $\cos\beta_i$

i_n ：s軸の主法線ベクトル

R ：流速比、 $R=U_a/V_o$

θ_1 、 β_1 ：s軸、 U_a の水平射影とx軸の成す角

θ_2 、 β_2 ：s軸、 U_a と水平面の成す角

参考文献

- 1) Fan, L. N.: Turbulent Buoyant Jets into Stratified or Flowing Fluids, Report No. KH-R-15, Calif. Inst. of Technology, Pasadena, Calif., 1967.
- 2) Hirst, E. A.: Buoyant Jets with Three Dimensional Trajectories, J. Hydr. Div., ASCE, Vol.98(11), pp.1999-2014, 1972.
- 3) Schatzmann, M.: The Integral Equations for Round Buoyant Jets into Stratified Flows, J. Appl. Math. and Phys. (ZAMP), 29, pp.608-630, 1978.
- 4) Bemporad, G. A.: Simulation of Round Buoyant Jet in Stratified Flowing environment, J. Hydr. Engrg., ASCE, Vol.120(5), pp.529-543, 1994.
- 5) Chu, V. H., and Lee, J. H. W.: General Integral Formulation of Turbulent Buoyant Jets in Cross-flow, J. Hydr. Engrg., ASCE, Vol.122(1), pp.27-34, 1996.
- 6) Lee, J. H. W. and Cheung, V.: Mathematical Modeling of a Round Buoyant Jet in a Current: an Assessment, pro., int. Symp. on River Pollution Control and Mgmt., S62-S82, 1987.
- 7) Fox, D. G.: Forced Plume in a Stratified Fluid, Journal of the Geophysical Research, Vol.75(33), pp.6818-6835, 1970.
- 8) List, E. J., and Imberger, J.: Turbulent Entrainment in buoyant jets and Plumes, J. Hydr. Div., ASCE, (9), pp.1461-1474, 1973.
- 9) Morton, B. R., Taylor, A. G., and Turner, J. S.: Turbulent Gravitational Convection from Maintained and Instantaneous Sources, J. Royal Society of London, A234, pp.1-23, 1956.
- 10) Anwar, H. O.: Behavior of Buoyant Jet in Calm Fluid, J. Hydr. Div., ASCE, Vol.95(4), pp.1239-1303, 1969.
- 11) Hewett, T. A., Fay, J. A., and Hoult, D. P.: Laboratory Experiments of Smokestack Plumes in a Stable Atmosphere, Pub. No.70-9, 1970.
- 12) Larsen, T., Petersen, O., and Chen, H. B.: Numerical Experiment on Turbulent Jets in Flowing Ambients, Proc. 9th Int. Conf. on Computational Methods in Water Resour., Computational Mechanics Publications, Southampton, U. K., 1990.
- 13) Priven, M.: Evaluation of the Basic Thermohydrodynamic Aspects of the Advanced Solar Pond, PhD thesis, Technion-Israel Institute Technology, Haifa, Israel, 1993.

(1998 9. 30受)