

固体粒子浮遊による傾斜サーマルの流動特性

DYNAMICS OF INCLINED THERMAL WITH SUSPENDED SOLID PARTICLES

福島祐介¹・萩原達司²・坂本充男³

Yusuke FUKUSHIMA, Tatsuji HAGIHARA and Mitsuo SAKAMOTO

¹正会員 工博 長岡技術科学大学教授 工学部環境・建設系 (〒940-2188 長岡市上富岡町1603-1)

²工修 (株)小杉組 (〒940-0085 長岡市草生津1-1-1)

³工修 (株)熊谷組 (〒162-0821 新宿区津久戸町2-1)

In this paper, the flow dynamics of the inclined wall thermal with suspended solid particles are investigated experimentally and theoretically. The flow vectors in and around the thermal are obtained by the picture analysis of the video-taped data. The simulation model consists of the conservation equations of the fluid mass, the solid particle mass and the momentum. Characteristics of the inclined suspension thermals are simulated well by the present model. The satisfactory numerical results are obtained such as the longitudinal variations of the height, the speed and the volume of solid particles in the thermal.

Key Words: inclined thermal, suspension flow, deposition, erosion, numerical simulation.

1. はじめに

厳冬期の山岳地帯に多量の降雪があると煙型雪崩(粉雪雪崩とも, powder snow avalanche)が発生する(Hopfner¹⁾). 煙型雪崩は雪粒子の濃度は小さいが約100m/sもの速度に達するため, 規模の大きな災害になることもある. このような煙型雪崩による災害を未然に防止するためには, 雪崩の流動機構を把握することが重要である. 雪崩の流動シミュレーションにより, 流動範囲を知ることができれば, 雪崩防災地域(ハザードマップ)の策定を行うことが可能になる. また, 雪崩の流動に伴う衝撃力を知ることにより, 種々の雪崩災害防止施設の設計に反映することもできる.

著者らは, これまで煙型雪崩への応用を意図して(福島²⁾), 固体粒子を浮遊する傾斜サーマルを対象として, 実験的・理論的に研究を行ってきた. 特に煙型雪崩の減速域を実験室内の模擬実験として行い, その流動を傾斜サーマルの理論(福島・金子³⁾, 福島・萩原⁴⁾)と比較を行ってきた. しかしこれまでの研究では, 傾斜サーマルとして流動する固体粒子の重量を精度よく測定することが困難であったことから, 検証計算は必ずしもよい精度で行うことはできなかった.

以上の問題点を踏まえ, 固体粒子を浮遊する非保存性の傾斜サーマルの流動をより精密に測定し, また流動シミュレーションモデルによる再現計算を系統的に行った. 実験では画像解析により, サーマル内部と周囲水の流速ベクトルの時間変化を測定した. サーマルの

流動として, 最大高さ, 流下速度, バリウム重量の流下方向変化を測定した. これらにより, 流動シミュレーションモデルのパラメータを同定した.

流動シミュレーションモデルではいくつかのパラメータを精度よく見積もることが不可欠である. 今回の計算では以下のように, パラメータの値を検討した. モデルに含まれる主たるパラメータは, 周囲水の連行係数, 固体粒子の沈降速度, フロントの形状抵抗係数の3つである. そこで, サーマルの最大高さ h の流下距離変化が連行係数と密接な関係があることから, まず連行係数 E_w に含まれる係数 α を同定した. その後, 抗力係数 c_D と沈降速度 v_s を変化させて, 流下速度 U_f と固体粒子の輸送量 Ba のデータと比較し, 最適なパラメータ c_D , v_s の値を見積もることとした.

2. 傾斜サーマルの実験

先に発表した煙型雪崩のシミュレーションモデル(福島²⁾)と比較するため, 傾斜サーマルの室内実験を行った. 傾斜サーマルの模式図を図1に示す.

固体粒子としては, 硫酸バリウムを用いた. 硫酸バリウム粒子の比重は4.37, 粒径は $2.0\sim 50.8\mu\text{m}$ であり, これに対応する沈降速度は, $7.34\times 10^{-4}\sim 4.73\times 10^{-1}\text{ cm/s}$ である. 実験では, 先端移動速度, 最大厚さの流下距離変化に加え, 固体粒子の沈降量の流下方向変化を測定した. また, 傾斜サーマル内でどのような流動形態となるか調べるため, 画像解析により速度ベクトル

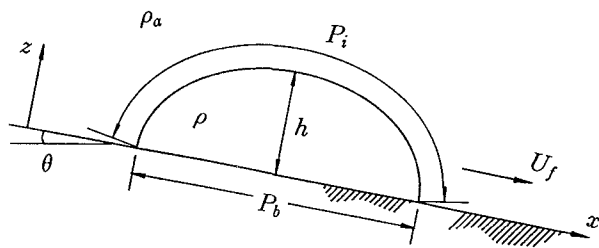


図 1: 傾斜壁面サーマルの模式図

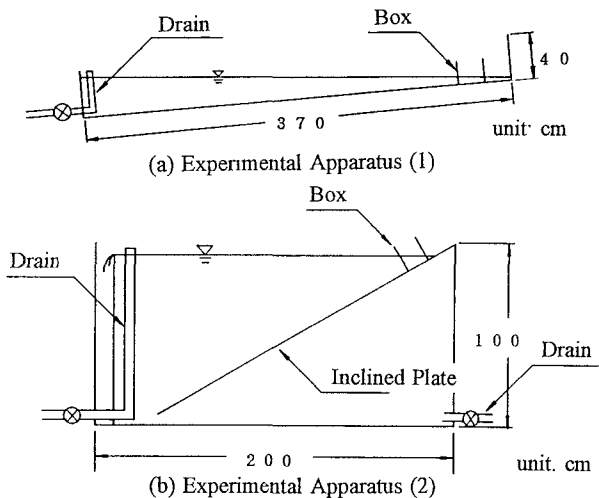


図 2: 実験装置 (a) と (b)

の面的分布の時間変化も測定した。画像解析にはライブラリー製の「ひまわり」によって画像のサンプリングを行い、さらに同社の画像解析ソフト「FLOW-vec32」を用いた。

図2に実験装置の概要を示す、斜面の傾斜角が 5° 、 10° の場合は図2(a)の長さ3.7m、高さ0.4m、幅0.15mの装置であり、 30° の場合には図2(b)の2.0m、高さ1.0m、幅0.15m 矩形水槽に傾斜板を設置した装置である。

実験条件を表1に示す。 $f_r (= Ba_0/B_0)$ は、流下したバリウム重量 Ba の上流端での値 Ba_0 とはじめに設定したバリウム重量 B_0 との比である。バリウム混合水を攪拌してから実験を開始するまでの時間をほぼ同一に保つことで f_r をほぼ一定に保つことができた。また、初期相対密度差 ε_0 は、 Ba_0 から求めた。

表 1: 実験条件

Run	$\theta(^{\circ})$	$C_0(\%)$	f_r	ε_0
1	5	1	0.407	0.00314
2	5	3	0.422	0.0100
3	5	5	0.488	0.0196
4	10	1	0.459	0.00354
5	10	3	0.513	0.0122
6	10	5	0.545	0.0219
7	30	1	0.457	0.00353
8	30	3	0.531	0.0126
9	30	5	0.562	0.0235

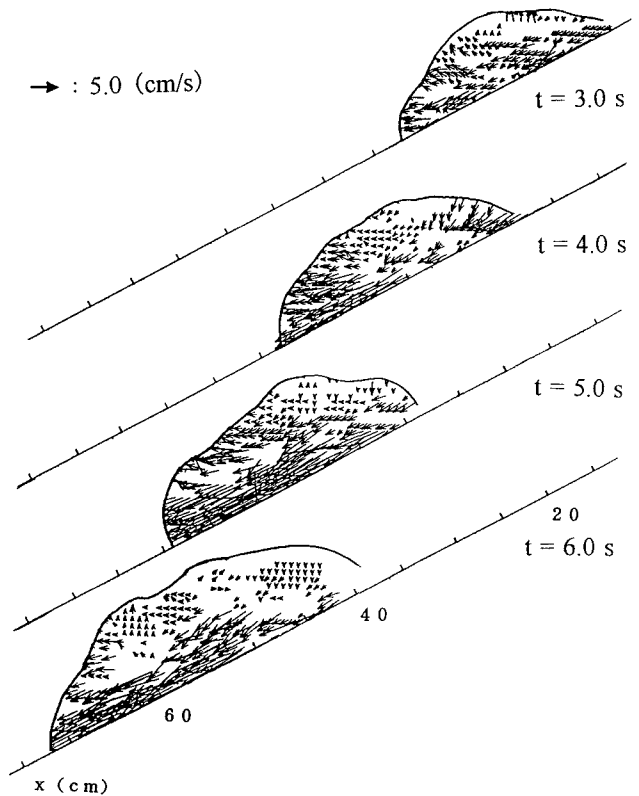


図 3: サーマル内の流速ベクトル ($\theta = 30^\circ$, $C_0 = 5\%$)

傾斜サーマルのフロントは横方向にほぼ一様である。従って、側方からビデオ撮影を行い、フロントの流下速度及び最大高さをストップモーションアナライザーを用いて解析、測定した。これらの実験結果については、流動シミュレーションの数値計算結果と比較して、後節で示す。

サーマルが流下すると流入部のボックスと水路には硫酸バリウムが沈降して残される。実験では、流入部のボックスおよび流下方向に20cm 毎の区間に沈降したバリウムの重量(B_f)をサイフォンで採取し測定した。これより、サーマルとして流下するバリウムの重量(Ba , 以下バリウム重量と呼ぶ)を計算で求めた。

サーマルの流動場を画像解析し、流速ベクトルを求めた結果を図3, 4に示す。これらはトレーサーとして水の密度とほぼ等しい粒径 $300\mu\text{m}$ 、比重 $1.002\sim 1.005$ のプラスチック粒子を用いて可視化を行った。図3は上流端のボックスにいれる塩水にプラスチック粒子を入れ、ゲートを開けたのちビデオ撮影し、それを画像解析したものである。図4は水槽中にプラスチック粒子を浮遊させた後、粒子を含まない塩水を流下させて、画像解析を行った結果である。

サーマル内部の流速ベクトルは、底面付近で流れが速く、流下方向の速度ベクトルが卓越し、フロントの前端では巻きあがるベクトルが現れる。後部ではサーマル内に巻き込まれるようなベクトルが現れている。フロントの形状は半楕円で近似できることもわかる。サーマル周囲の流速ベクトルは、サーマル前面での流下方向と上向きのベクトルが現れている。後部では流下

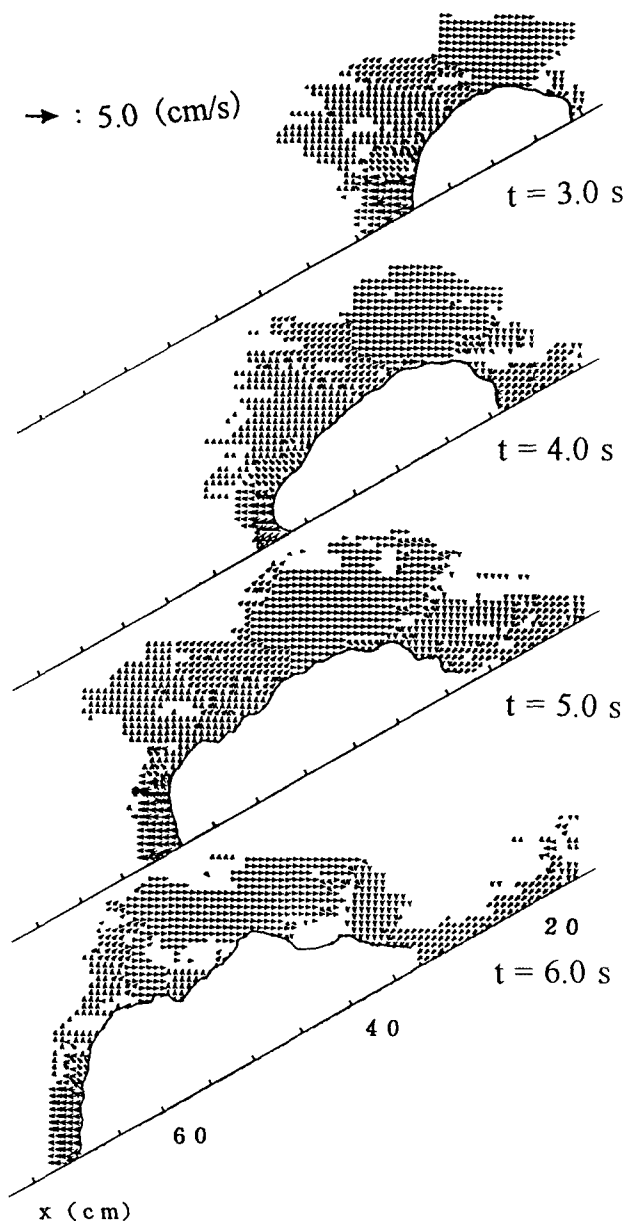


図4: サーマル周囲の流速ベクトル ($\theta = 30^\circ$, $C_0 = 5\%$)

方向に巻き込まれるベクトルが確認できる。図4に示されるように、サーマルの流下に伴って、フロント前部と後部で周囲水を連行する機構が明らかである。

3. 傾斜サーマルの流動シミュレーションモデル

福嶋²⁾は煙型雪崩の流動シミュレーションモデルを提案した。このモデルはBeghin et al.⁵⁾の傾斜サーマルの解析モデルを基礎として、雪粒子の沈降、巻き上げを考慮したものである。重力密度流の実験結果を用いて、煙型雪崩のシミュレーションモデルの適用性を検討する。このため、福嶋²⁾の提案したモデルに修正を加えたモデル(福嶋・金子³⁾, 福嶋・萩原⁴⁾)により、実験結果との比較を行う。

以下にモデルの概要をまとめて示す。図1に示すように、固体粒子の密度を ρ_s 、周囲流体の密度を ρ_a 、固体

粒子の体積濃度を C とすると、混相流体の密度を ρ は次のように表される。

$$\rho = \rho_a + (\rho_s - \rho_a)C = \rho_a(1 + RC) \quad (1)$$

ここで、 $R = (\rho_s - \rho_a)/\rho_a$ は、固体粒子の相対比重差である。周囲流体中との相対密度差 ε は RC で表される。

実験による観察結果から、サーマルの形状は傾斜角が一定ならば流下方向に相似である。そこで解析では図1に示すように傾斜サーマルの形状が半楕円形で一定であり、高さ h と長さ L の比が傾斜角の関数であると仮定する。この仮定はBeghin et al.⁵⁾の実験により、傾斜角 θ が 5° 以上で成立することが確かめられている。傾斜サーマルの面積 A 、内部境界面の潤辺長 P_i 、底面の長さ P_b は最大厚さ h の一義的な関数であり、これらに対する形状係数 ξ_A , ξ_i , ξ_b を用いて次のように表す。

$$A = \xi_A h^2; \quad P_b = \xi_b h; \quad P_i = \xi_i h \quad (2)$$

サーマルの体積の保存式は次のように表される。

$$\frac{d}{dt}(1 - C)A = E_w U P_i \quad (3)$$

ここで、 t は時間、 E_w は周囲流体の連行係数、 U はフロントの質量中心の移動速度である。また固体粒子の質量保存式は次式で表される。

$$\frac{d}{dt}CA = v_s(E_s - c_b \cos \theta)P_b \quad (4)$$

ここで、 v_s は固体粒子の静止流体中での沈降速度、 E_s は固体粒子の連行係数、 c_b は底面付近での固体粒子の体積濃度である。底面密度 ρ_b と c_b との関係は次式で表される。

$$\rho_b = \rho_a(1 - c_b) + \rho_s c_b = \rho_a(1 + R c_b) \quad (5)$$

混相流体の密度の関係式(1)を用いて、式(3), (4)を整理すると、混相流体の質量保存式は次のようになる。

$$\frac{d}{dt}\rho A = \rho_a E_w U P_i + \rho_s v_s(E_s - c_b \cos \theta)P_b \quad (6)$$

また、式(3)と式(4)の和をとると、サーマルの体積の保存式は次式で表される。

$$\frac{dA}{dt} = E_w U P_i + v_s(E_s - c_b \cos \theta)P_b \quad (7)$$

式(3), 式(4), 式(6), 式(7)のうち、2つが独立である。シミュレーションモデルでは、式(4)と(7)を用いることにする。

運動方程式は次式で表される。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\rho + k_v \rho_a)U_f A &= (\rho - \rho_a)g A \sin \theta \\ &- \rho_a \frac{1}{2} f_i U^2 P_i - \rho_b \frac{1}{2} f_b U^2 P_b - \rho_a \frac{1}{2} c_D U_f^2 h \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 k_v は仮想質量係数、 U_f サーマルのフロントの移動速度、 g は重力加速度、 f_i , f_b は、それぞれ、内部

境界面と底面に作用する摩擦抵抗係数、 c_D はフロントに作用する形状抵抗係数である。サーマルの位置 s は次式で求められる。

$$\frac{ds}{dt} = U_f \quad (9)$$

式(4), (7), (8), (9)が粒子の浮遊による傾斜サーマルの流動を表す基礎方程式である。

シミュレーションモデルを構築するために、基礎方程式に加えて、構成方程式が必要である。フロントの形状係数及び仮想質量係数はフロントの形状が半楕円形で表される(Beghin et al.⁵⁾)と考え、次のように表す。

$$\xi_A = \frac{\pi}{4}\xi_b; \quad \xi_i = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}\sqrt{(4\xi_b^{-2} + 1)\xi_b}; \quad k_v = 2/\xi_b \quad (10)$$

底面の長さに関連する形状係数 ξ_b は、斜面の傾斜角 θ の関数で与えられる。Beghin et al.⁵⁾の実験結果を整理して次のような式で表される。

$$\xi_b = 8.47\theta^{-1/3} \quad (11)$$

ここで、 θ は度(°)で表される。

周囲流体の連行係数 E_w は次式で表す。

$$E_w = \alpha \frac{\theta}{90^\circ} \quad (12)$$

ここで、 α は $\theta = 90^\circ$ の場合の連行係数であり、実験結果との比較により定めるものとする。

サーマルとなる流体が保存性の場合式(3)は次のように表される。

$$\frac{dA}{dt} = E_w U P_i \quad (13)$$

ここで、 $U = dx/dt$ の関係があり、サーマルの体積が式(10)で表されることから次式が得られる。

$$h = h_0 + \frac{E_w \xi_i}{2\xi_A(x - x_0)} \quad (14)$$

ここで、 h_0 は原点 $x = x_0$ でのサーマル高さである。この式よりサーマルの高さは流下距離 $x - x_0$ に比例するという結果が得られる。前述のように E_w 、 ξ_i 、 ξ_A はいずれも傾斜角の関数である。式(14)には、連行係数は陽な形で含まれているがサーマルの濃度あるいは相対密度差は含まれていない。従って、最大厚さは初期濃度には依存せず、与えられた初期厚さに対して、斜面の傾斜角の関数として定まることが分かる。本論文では非保存性である固体粒子浮遊サーマルも取り扱っているが、この場合にも、後述のように式(14)は固体粒子の浮遊によるサーマルに対しても近似的に適用できることが示される。

4. 傾斜サーマルの実験値と数値解析結果との比較

(1) 塩水による傾斜サーマル

煙型雪崩の流動シミュレーションモデルを2.節の実験結果と比較する。まず、塩分濃度の差が密度差を生ずる原因となる塩水による傾斜サーマルについて検討

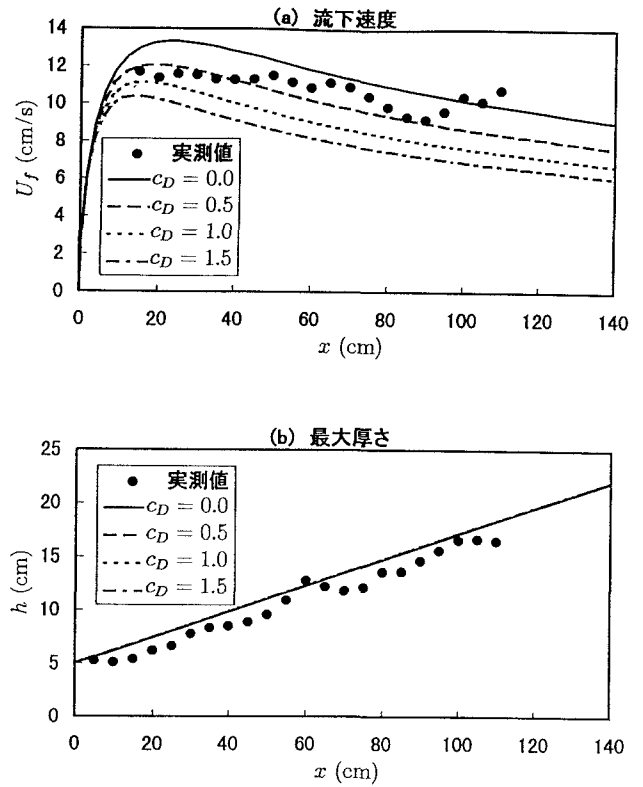


図 5: 流下速度と最大厚さの流下距離に対する変化 (saline water, $\theta = 30^\circ$, $C_0 = 5.0\%$).

する。この場合には式(4)の右辺は沈降速度 v_s が零となる。従って、塩水を用いた保存性の傾斜サーマルでは解くべき方程式は式(7), (8), (9)の3つである。

図5にフロントの流下速度、最大厚さの計算値と実験値を比較して示す。実験は塩水による保存性傾斜サーマル(塩水, $\theta = 30^\circ$, $C_0 = 5.0\%$)の条件で行ったものである。数値計算のパラメータは抗力係数 c_D である。水の連行係数のパラメータ $\alpha = 0.5$ としている。この値は、福嶋・早川・山口⁶⁾の $\alpha = 0.3$ に比べて若干大きい。これは、フロントの移動速度の定義が前回は質量中心の速度を用いていた。今回の解析では、フロントの流下速度を質量中心の速度とフロントの伸び速度の和で表している。式(3)での連行量が $E_w U$ で表されることから、質量中心の速度で表した連行量がほぼ等しくなっている。このことを考慮すると、保存性の塩水サーマルの数値計算結果は実験値と比較して十分妥当な結果であると言える。

(2) 硫酸バリウムによる傾斜サーマル

本節では、硫酸バリウム混合水を用いた非保存性の傾斜サーマルのフロントの流下速度、最大厚さ、バリウム重量の実験値と数値解析結果を比較する。

実験では流れが小さく粒子の沈降が卓越していることから、解析において粒子の連行係数 E_s を零とした。また、 ρ_b は粒子の底面濃度 c_b が平均濃度 C の約2倍となることから式(5)の関係より、 ρ_b を求めた。底面及び界面の摩擦抵抗係数 f_b , f_i は $c_D = 1.0$ のとき $f_b = f_i = 0.02$ となり、他の c_D の値に対して $f_b = f_i \propto c_D$ となるもの

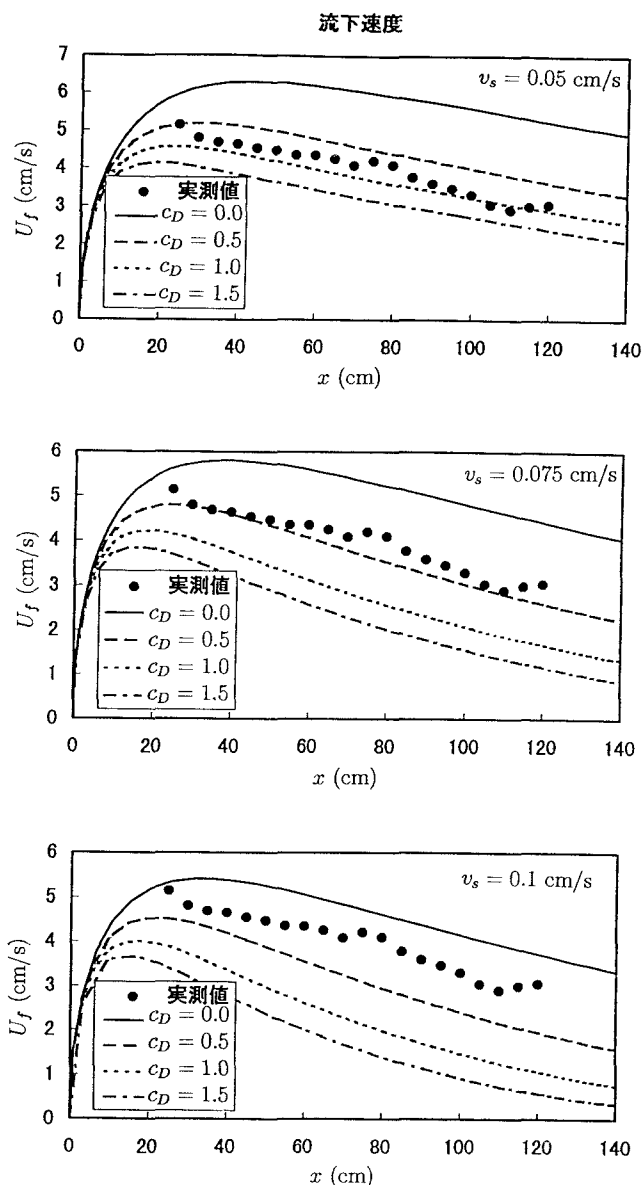


図 6: サーマルの流下速度. v_s と c_D をパラメータとした. ($\theta = 10^\circ$, $c_0 = 3\%$, Run 5)

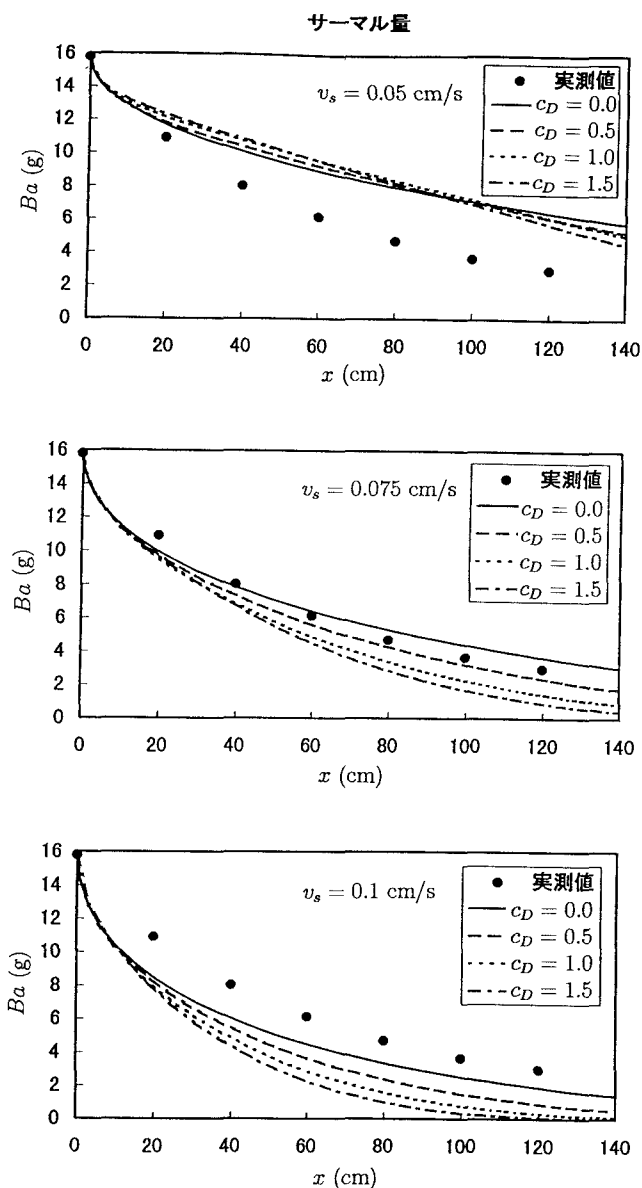


図 7: サーマル内のバリウム粒子の重量. パラメータは v_s と c_D . ($\theta = 10^\circ$, $c_0 = 3\%$, Run 5)

とした. このとき, 傾斜サーマルの流動シミュレーションモデルには3つの主要なパラメータが含まれている. 水の連行係数 E_w あるいは α , 粒子の沈降速度 v_s , フロントに作用する抗力係数 c_D である. 式(14)に示すように最大高さは h は連行係数 E_w のみによって決まる. 沈降速度と抗力係数はフロントの流下速度, バリウム重量の双方に影響を与える. そこで, まず, 最大厚さの流下方向変化と連行係数を変化させた数値解析結果と比較することにより, α の値を定める. このようにして求めた α の値を用い, v_s , c_D の両方を系統的に変化させて, 対応する実験結果と比較し, 最も妥当な値を定めることにする.

図 6, 7 (何れも Run 5) は硫酸バリウム粒子の沈降速度 v_s , フロントに作用する抗力係数 c_D の両方を変化させて計算したフロントの流下速度, バリウム重量の結果を実験結果と比較したものである. 実験条件は, 傾

斜角 $\theta = 10^\circ$, 初期濃度 $C_0 = 3\%$ である. 2つの図から, v_s 及び c_D の違いにより, 流下速度, バリウム重量は敏感に変化することが分かる. これらから判断して, 最適なパラメータの値は $v_s = 0.075$ cm/s, $c_D = 0.5$ とするとき, 数値計算結果は実験結果を良好に再現することができることが分かる.

図 8 のようにシミュレーションモデルに含まれるパラメータを適切に選ぶことにより, 図 6, 7 に対応する最大厚さに対してよい精度で再現できることが分かる. 以上により, 煙型雪崩の流動シミュレーションモデルが実験室規模の非保存性傾斜サーマルの流動をよく説明できることが示された.

図 9 は, 今回の実験による連行係数 E_w の結果を斜面の傾斜角 (θ) に対してプロットしたものである. 図中には Beghin et al.⁵⁾ 及び秋山ほか⁷⁾ の実験結果も示されている. 三者の実験結果は何れも傾斜角が大きくなると

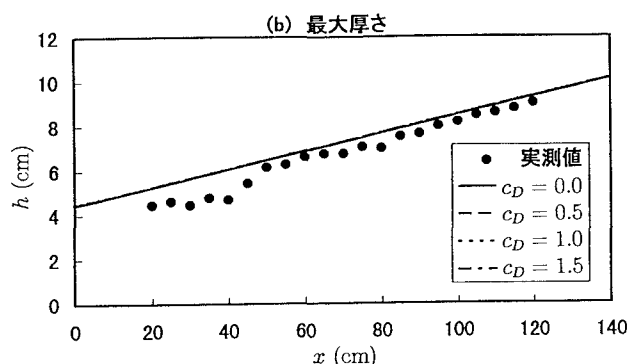


図 8: 最大厚の数値解析結果と実験値との比較。
($\theta = 10^\circ$, $c_0 = 3\%$, Run 5.)

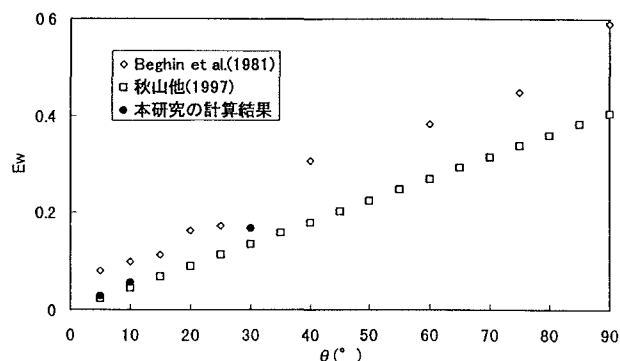


図 9: 斜面の傾斜角に対する連行係数の値

E_w も単調に増加する。しかし、その大きさはそれぞれの実験で異なり、秋山らの値は最も小さく、次に今回の実験結果さらに Beghin et al. の値の順となっている。このように連行係数の値はそれぞれの実験で若干異なる。この原因として考えられることは、実験装置による依存性である。秋山ほかは Beghin et al. の値が大きくなった理由として、Beghin et al. の実験では密閉型の水槽を用いているため逆流が生じその影響が無視できないためと推定した。また、Escudier and Maxworthy⁸⁾ は大規模な鉛直三次元サーマルにおける連行係数のデータを収集し、この場合の連行係数が $\alpha = 0.1 \sim 0.25$ の間にあることを示した。これらの値は図9の値に比べてかなり小さい値である。このように連行係数の値は装置の大きさや現地規模の流れなどによってもその値が変化する可能性がある。以上の連行係数は著者らのデータを除いて、塩水などの保存性サーマルの結果である。今回の実験から、最大厚さ、流下速度などの特性は塩水などのサーマルとよく類似していることから第一近似として、連行係数の値も保存性の値と同じような値をとるものと考えている。

今回の粒子浮遊傾斜サーマルの数値モデルでは、単一の沈降速度で粒子の沈降特性を表現している。一方、実験で用いた硫酸バリウム粒子の粒径は $2 \sim 50.8 \mu\text{m}$ の分布をもっている。これを再現するためには粒子の沈降速度の分布を考慮したシミュレーションモデルが必要である。これについては今後の課題としたい。

5. 結論

煙型雪崩の流動シミュレーションモデルの妥当性を調べるため、塩水及び硫酸バリウム粒子の混合水を用いて傾斜サーマルでの模擬雪崩実験を行った。今回の実験は小規模なもので、特に減速域を対象とした。塩水の実験では画像解析により、サーマル内部とその周辺の流速ベクトルの面的分布の時間変化を測定した。その結果フロント前部と後部からサーマル内に進入する流速ベクトルがあることを示した。

次に硫酸バリウム粒子と水との混合水を用いた実験では、流下速度、最大厚さの流下距離変化と共にサーマル内のバリウム重量の流下距離変化を測定した。これらの実験結果とシミュレーションモデルによる数値計算結果と比較し、モデルに含まれる3つのパラメータとして連行係数の係数 α 、沈降速度 v_s 、抗力係数 c_D を変化させるときの数値計算結果の違いについて考察した。 $v_s = 0.075 \text{ cm/s}$ 、 $c_D = 0.5$ とするとき、シミュレーションモデルによる数値計算と実験値がよく一致した。この値は、粒子径からみて妥当である。

このようにして得られた連行係数の値を他の研究者の値と比較し、今回の連行係数の値が従来より得られた値と同程度であることを示した。また、実際の雪崩では流れの規模が実験室の規模と大きく異なることから、連行係数、雪粒子の沈降速度あるいは代表粒径、抗力係数の値を適切に選ぶことも必要である。

謝辞: 本研究の一部は文部省科学研究費補助金、基盤研究(C)(代表 福嶋祐介、課題番号09650563)の補助を受けた。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Hopfinger, E. J., 1983 : Snow avalanche motion and related phenomena, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **15**, 47-76.
- 2) 福嶋祐介, 1986 : 粉雪雪崩の流動機構の解析, *雪氷*, **48-4**, 189-197.
- 3) 福嶋祐介, 金子幸弘, 1997 : 固体粒子を浮遊する傾斜サーマルの減速域, *水工学論文集*, **41**, 537-542.
- 4) 福嶋祐介, 萩原達司, 1998 : 浮遊傾斜サーマルの減速域の流動特性, *水工学論文集*, **42**, 517-522.
- 5) Beghin, P., Hopfinger, E.J. and Britter, R. E., 1981 : Gravitational Convection from Instantaneous Sources on Inclined Boundaries, *J. Fluid Mech.*, **107**, 407-422.
- 6) 福嶋祐介, 早川典生, 山口武俊, 1996 : 重力密度流による煙型雪崩の流動シミュレーションモデルの検討, *雪氷*, **58-3**, 205-214.
- 7) 秋山壽一郎, 浦勝, 齋藤俊一郎, 富岡直人, 1997 : 傾斜重力密度流の連行係数に関する統一的考察, *ながれ(日本流体力学会誌)*, **16-2**, 149-161.
- 8) Escudier, M. P. and Maxworthy, T., 1973 : On the Motion of Turbulent Thermals, *J. Fluid Mech.*, **61-3**, 541-552.

(1998.9.30 受付)