

常流中に設置された鉛直平板に作用する流体力

HYDRODYNAMIC FORCE ON A VERTICAL PLATE IN SUBCRITICAL FLOW

山中康資¹・安田陽一²・大津岩夫³

Yasushi YAMANAKA, Youichi YASUDA and Iwao OHTSU

¹正会員 博(工) 日本大学専任講師 短期大学部建設学科 (〒274-8501 千葉県船橋市習志野台7-24-1)

²正会員 博(工) 日本大学専任講師 理工学部土木工学科 (〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台1-8-14)

³正会員 工博 日本大学教授 理工学部土木工学科 (〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台1-8-14)

The hydrodynamic force acting on a vertical thin-plate has been studied experimentally and numerically under conditions in which the flow is subcritical and the variation of water surface is very small. The pressure acting on the upstream and downstream faces of the plate has been characterized and an experimental formula for the drag force has been proposed. The pressure magnitude and distribution on the plate has been calculated numerically by using the two dimensional incompressible Navier-Stokes equation under simplified conditions. The hydraulic condition for predicting the pressure and the drag force on the plate has been shown, and the velocity field around the plate has been discussed.

Key words: hydrodynamic force, drag force, pressure distribution, numerical calculation, open channel flow

1. まえがき

開水路常流中に設置された鉛直平板に作用する圧力や抗力の解明は、水工構造物に作用する流体力を知るための基礎として重要である。常流中の鉛直平板に作用する抗力については Raju ら¹⁾の研究があり、また、空気流での研究の開水路流への拡張を試みた Raju ら²⁾の研究がある。しかしながら、平板に作用する抗力、および平板前・後面に作用する圧力の特性については十分に解明がなされていない。また、最近、空気流中の鉛直平板周辺の流れについて、LES による数値解析で検討した Fang ら³⁾の研究があるが、平板に作用する流体力については検討されていない。

ここでは、開水路常流中に鉛直薄型平板を設置した場合について、平板上・下流側の水面形の変化が小さい流況 (Surface jet と呼ぶ⁴⁾、⁵⁾、⁶⁾、図-1) を対象とし、平板前・後面に作用する圧力の特性、および平板に作用する抗力を実験的に明らかにした。次に、単純な流入条件・境界条件のもとで、2次元非圧縮性流体の Navier-Stokes の方程式を数値計算し、平板前・後面に作用する圧力分布とその大きさ、および平板に作用する抗力係数を求め、このような計算結果が適用できるための水理条件を明らかにした。さらに、数値解析的に求められた平板周辺の流況と実験結果

とを対比し、内部流況を特徴づけた。

2. 実験

長さ $L=14\text{m}$ ($L_U=8\text{m}$, $L_D=6\text{m}$)、幅 $B=80\text{cm}$ の長方形断面水平開水路に高さ S 、厚さ $t(=0.2S)$ の鉛直薄型連続平板を設置し (図-2)、流況が Surface jet のもとで実験を行った (図-1、表-1)。平板上・下流の水深 h_1 、 h_d は水路最下流の可動ゲートで調節し、ポイントゲージで測定した。平板前・後面に作用する圧力は、平板中央に設けた圧力取り出し孔にマノメーターを接続し、マノメーター内の水位を $\pm 0.05\text{mm}$ 以内の精度で計測可能なサーボ式水位計を用いて測定した (図-2)。平板周辺の流速場の測定は、1次元レーザー・ドップラー流速計 (L.D.V) を使用した。また、色素を注入し、流れを可視化することにより、平板周辺の内部流況の観察を行った。

3. 鉛直平板に作用する圧力

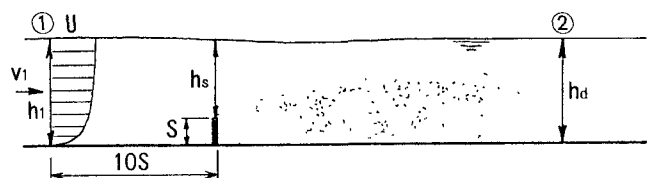


図-1 平板を越える流れの流況 (Surface jet)

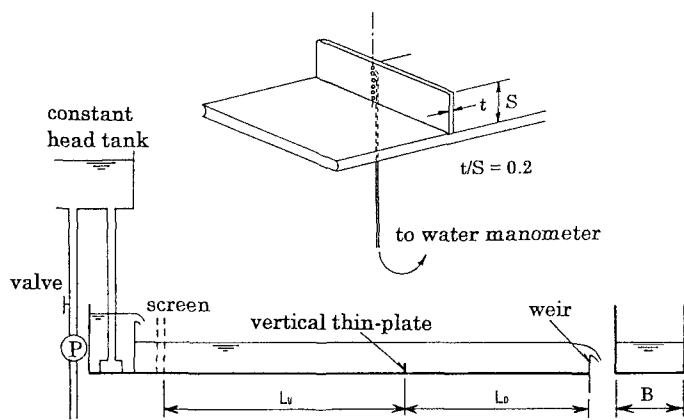


図-2 実験装置

平板前・後面の水路中央部に作用する流体運動による圧力(dynamical pressure) p_{df} 、 p_{dr} は、次元解析的考察から式(1)、式(2)の関係で示される。式(1)、(2)の関係に基づき平板前・後面に作用する圧力 $p_{df}/(\frac{1}{2}\rho v_1^2)$ 、 $p_{dr}/(\frac{1}{2}\rho v_1^2)$ の実験値を整理した一例を図3に示す。

$$p_{df}/(\frac{1}{2}\rho v_1^2) = f(y/S, S/h_1, F_1) \quad (1)$$

$$p_{dr}/(\frac{1}{2}\rho v_1^2) = f(y/S, S/h_1, F_1) \quad (2)$$

ただし、 $p_{df} = p_f - p_s$ 、 $p_{dr} = p_r - p_s$
 $p_s = w(h_s + S - y)$

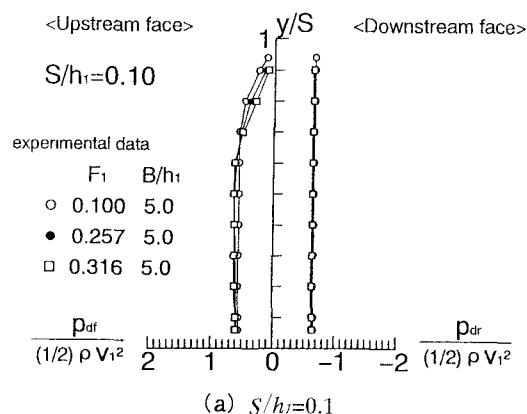
ここに、 v_1 は平板上流の断面平均流速

表-1 実験条件

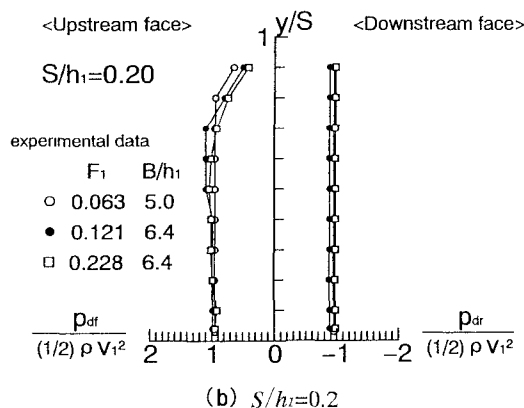
S/h_1	$S(\text{cm})$	B/h_1	F_1	Rs
0.1	1.6	5.0	0.067~0.32	2100~5600
0.2	2.5, 3.2	5.0~6.4	0.063~0.23	2200~5700
0.3	4.8	5.0	0.082~0.18	4000~9200
0.4	6.0	5.3	0.071~0.13	4000~9900

($=Q/(Bh_1)$)、 y は水路床からの高さ、 F_1 は平板上流のフルード数($=v_1/\sqrt{gh_1}$)、 Q は流量、 ρ は水の密度、 g は重力加速度である。また、 p_f 、 p_r は平板前・後面中央部の高さ y の位置に作用する圧力、 p_s は平板設置位置の水の重量による圧力(静水圧)、 h_s は平板上の水深、 w は水の単位体積重量($=\rho g$)である。なお、本実験のアスペクト比 B/h_1 の範囲($B/h_1=5 \sim 6.4$)、およびレイノルズ数 $Rs(=US/\nu)$ の範囲(表-1)では、水路中央部の平板に作用する圧力の大きさ、分布形状、および抗力に対する B/h_1 、 Rs の影響は認められなかった。ここに、 U は平板上流の①断面での最大流速(図1)である。

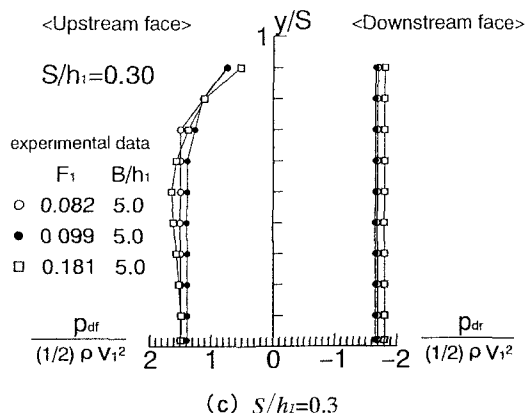
相対平板高 $S/h_1 \leq 0.30 \sim 0.35$ の場合、平板に作用する圧力の大きさと分布形状は、 S/h_1 の影響は見られるが、 F_1 の影響は認められない(図-3(a)~(c))。これは、



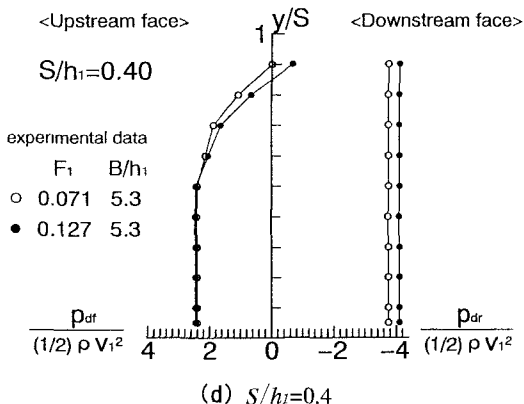
(a) $S/h_1=0.1$



(b) $S/h_1=0.2$



(c) $S/h_1=0.3$



(d) $S/h_1=0.4$

図-3 平板前・後面に作用する圧力分布(実験値)

$S/h_1 \leq 0.30 \sim 0.35$ の場合、平板上を通過する流れの水面変化が小さく、平板に作用する圧力に対する自由水面の影響が無視できる程度に小さいためである。一方、 S/h_1 が 0.4 より大きくなると、平板に作用する圧力に対する F_1 の影響が見られる (図-3(d))。これは、平板を越える自由水面の影響が大きくなるためである。

平板前面に作用する圧力分布は 2 次元であることが実験的に確かめられ、水路中央部での水深方向の圧力分布は図-3 のような形状を示す。平板直前のレーザー流速計による流速測定、および内部流況の可視化によると、平板直前に渦は存在するものの、渦の形成が間欠的である。そのため、この渦の平板前面の圧力分布形状への影響は小さく、図-3 のような分布形状を示す。なお、アスペクト比が $B/h_1 \leq 3 \sim 4$ の場合、平板に接近する流れが 3 次元的で、水路中央部の平板直前に顕著な渦の形成が常に確認され、圧力分布は S 字型の形状⁷⁾を示す⁸⁾。平板後面の圧力 p_d ($\frac{1}{2} \rho v_1^2$) の大きさは、平板を越える流線の曲率の効果 (遠心力) のため静水圧より小さくなる。すなわち、 $p_d (=p_t - p_s)$ は負の値を示す (図-3)。また、平板後面の圧力に対する平板直後の渦の影響は小さく、圧力分布は直線的である (図-3)。

4. 鉛直平板に作用する抗力

鉛直平板中央部の単位幅あたりに作用する抗力 D の実験値を式(3)の関係に基づき整理すると図-4 が得られる。ここに、 C_d は抗力係数である。

$$C_d = D / (\frac{1}{2} \rho v_1^2 \cdot S) = f(S/h_1, F_1) \quad (3)$$

ただし、
$$D = \int_0^S p_{df} dy - \int_0^S p_d dy$$

$S/h_1 \leq 0.3$ の場合、抗力係数 C_d には相対平板高 S/h_1 の影響は見られるが、フルード数 F_1 の影響は認められない。図-4 より、図中の実線で示される鉛直平板に作用する抗力係数 C_d を算定するための式(4)が得られた。

$$C_d = 1 + (S/h_1)^{2.2} \quad (4)$$

$$0.1 \leq S/h_1 \leq 0.3$$

また、式(3)の関係に基づき Raju ら²⁾ の実験値を整理すると、算定式(4)に大略一致している (図-4)。なお、 $S/h_1 \geq 0.35 \sim 0.40$ の場合、抗力係数 C_d は相対平板高 S/h_1 のみならず、フルード数 F_1 の影響も受ける。これは、平板を越える自由水面の影響によるためである。

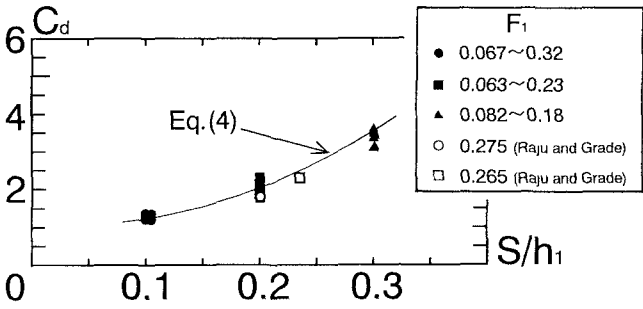


図-4 平板に作用する抗力係数 (実験値)

5. 鉛直平板に作用する圧力に関する数値解析的検討

平板前・後面に作用する圧力を数値解析的に求めるため、2 次元非圧縮性粘性流体の Navier-Stokes の式(5)、(6)と連続の式(7)を有限要素法、および分離型解法の 1 つである流速修正法⁹⁾を用いて計算した。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + v \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial p}{\partial x} - (1/Rs) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) + v \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial p}{\partial y} - (1/Rs) \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (7)$$

ここに、 x, y は無次元座標値 ($=x/S, y/S$)、 u, v は x, y 方向の無次元流速 ($=u/U, v/U$)、 p は無次元圧力 ($=pa/\rho U^2$)、 t は無次元時間 ($=Ut/S$)、 Rs はレイノルズ数 ($=US/\nu$)、 U は流入断面の最大流速である。

計算領域、および境界条件を図-5 に示す。なお、流出断面では流れが平行流となるため、圧力は静水圧分布 ($p=0$) とする。図中の h_0 は計算領域の高さである。

$t=0$ では、流速分布として $1/7$ 乗則 ($u/U = (y/h_0)^{1/7}$ [$u = \{y(S/h_0)\}^{1/7}$]) を流入断面に与えた。

$t > 0$ では、流入断面において、次のように仮定した。ただし、乱れは無視した。

$$u = \{y(S/h_0)\}^{1/7}, \quad v = 0 \quad (8)$$

水面に相当する $y=h_0/S$ では次のように仮定した。また、領域境界は水平に固定した。

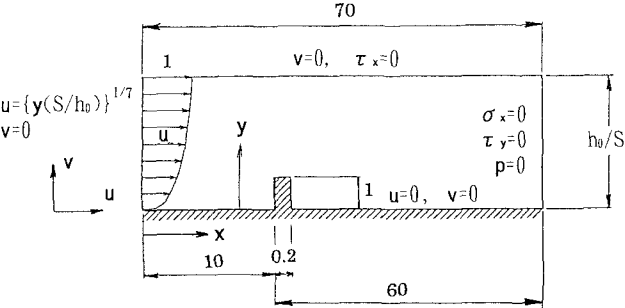


図-5 計算領域・境界条件

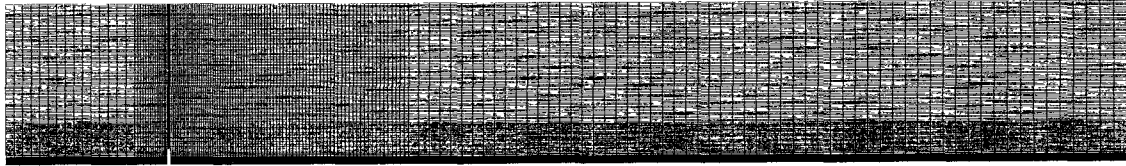


図-6 計算要素メッシュ ($S/h_0=0.1$)

$$v=0, \quad \tau_x = \partial u / \partial y + \partial v / \partial x = 0 \quad (9)$$

流出断面では次のように仮定した。

$$p=0, \quad \sigma_x = -p + (2/Rs)(\partial u / \partial x) = 0, \\ \tau_y = \partial u / \partial y + \partial v / \partial x = 0 \quad (10)$$

底面および平板表面ではNon-Slip条件($u=v=0$)とした。

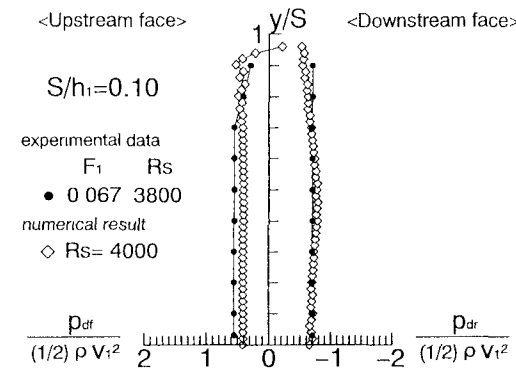
計算要素メッシュは、平板前・後面、および底面付近のメッシュを特に細かく分割した。計算要素メッシュ図の一例を図-6に示す。なお、各計算メッシュ数は、 $S/h_0=0.1$ の場合175×152要素(図-6)、 $S/h_0=0.2$ の場合175×100要素、 $S/h_0=0.3$ の場合175×90要素、 $S/h_0=0.4$ の場合175×80要素とした。また、インパルス・スタートの影響を小さくするため、計算ステップ Δt を細かくして計算を行った($S/h_0=0.1 \sim 0.3$ の場合 $\Delta t=0.01$ 、 $S/h_0=0.4$ の場合 $\Delta t=0.005$)。

図-7に $Rs=4000$ における $S/h_1(=S/h_0)=0.1 \sim 0.4$ の平板前・後面に作用する圧力の

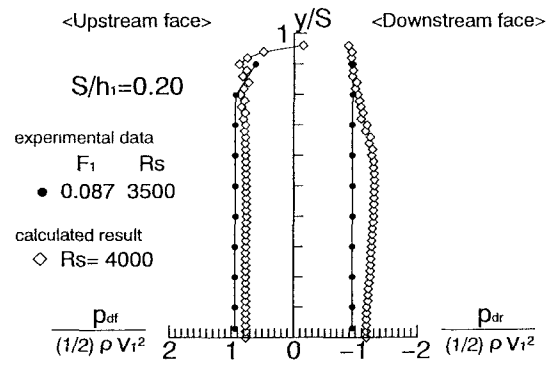
時間平均値($\diamond$ 印)を示す。また、図中の●印は、実験から得られた平板前・後面の水路中央部に作用する流体運動による圧力 $p_{df}/(\frac{1}{2}\rho v_1^2)$ 、 $p_{dr}/(\frac{1}{2}\rho v_1^2)$ である。

$S/h_1 \leq 0.3$ の場合、平板に作用する圧力の大きさと分布形状への自由水面の影響はほとんど見られず、実験値は計算値とほぼ一致している(図-7(a)~(c))。なお、流れを2次元と仮定しているため、平板上端近くの圧力の大きさ、および後面の圧力分布形状に違いが見られる。一方、 $S/h_1=0.4$ の場合、自由水面の影響が大きくなるため、計算値は実験値に一致しない(図-7(d))。なお、 $Rs=8000$ の計算も $Rs=4000$ の場合と同様の結果が得られている。

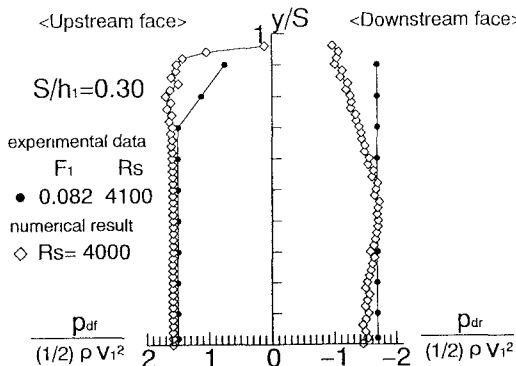
$y=h_0/S$ における流体運動による圧力水頭 $((p_{df}/w)/h_0) [=pF_1^2(8/7)^2]$ と実験から得られた無次元水深差 $((h-h_a)/h_a)$ 、 h は実際の水深、 h_a は下流水深を図-8に示す。 $S/h_1 \leq 0.3$ の場合、計算による圧力水頭 $(p_{df}/w)/h_0$ と実験による無次元水深差



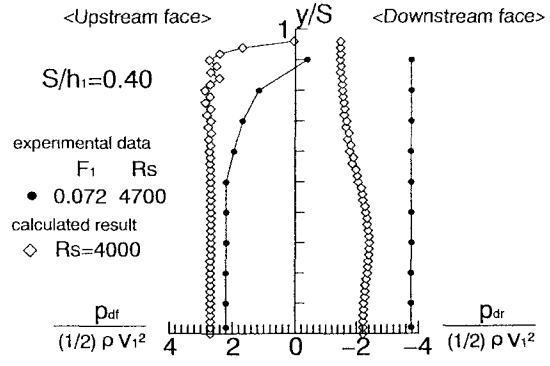
(a) $S/h_1=0.1$



(b) $S/h_1=0.2$



(c) $S/h_1=0.3$



(d) $S/h_1=0.4$

図-7 平板前・後面に作用する圧力分布の計算値と実験値の比較 ($Rs=4000$)

$(h-h_a)$, h_a はほぼ一致する。このことから、 $S/h_1 \leq 0.3$ の Surface jet の流況に対しては、図-5 に示される境界条件のもとで計算が可能であるものと考えられる。

次に、 $S/h_0 \leq 0.3$ における平板周辺の流速ベクトルの計算結果($S/h_0=0.1$, $Rs=4000$)を図-9 に示す。図中の x_r は平板後面からの下流方向への距離である。図-9 に示されるように、平板前方においては、平板直前に渦の形成が常に認められる。一方、平板後方に形成される渦は、一定の周期(この場合一周期 $t=18$)をもって変化している。図-9 (a)~(c) に示されるように、平板直後に右回りの渦が形成され、それに伴い平板隅角部近くで左回りの渦が形成される。左回りの渦は時間の経過とともに渦の径が大きくなる。渦の径の大きさが平板高 S 程度までになると、平板直後に形成された右回りの渦が流下し始める(図-9 (d), (e))。その時、平板直後に右回りの渦が、平板隅角部近くに左回りの渦が新たに形成される。なお、 $0 \sim 1 \leq$

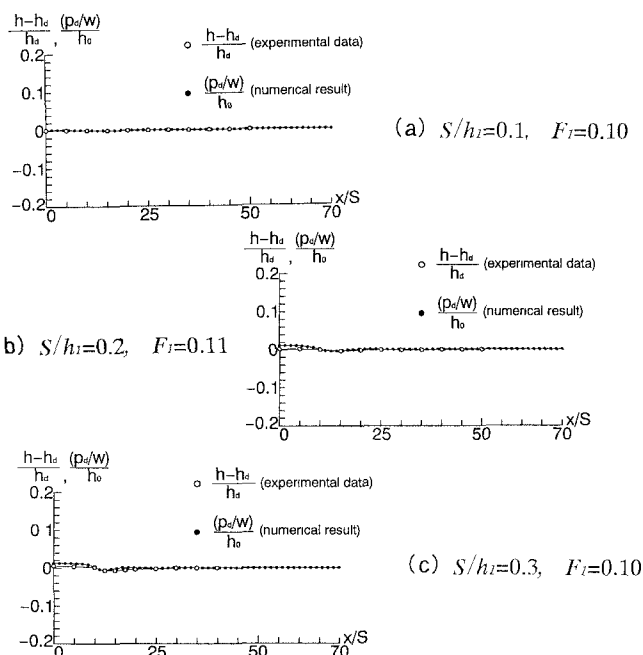


図-8 計算による圧力水頭 $(p_a/w)/h_0$ と実験による無次元水深差 $(h-h_a)/h_a$ の比較 ($Rs=4000$)

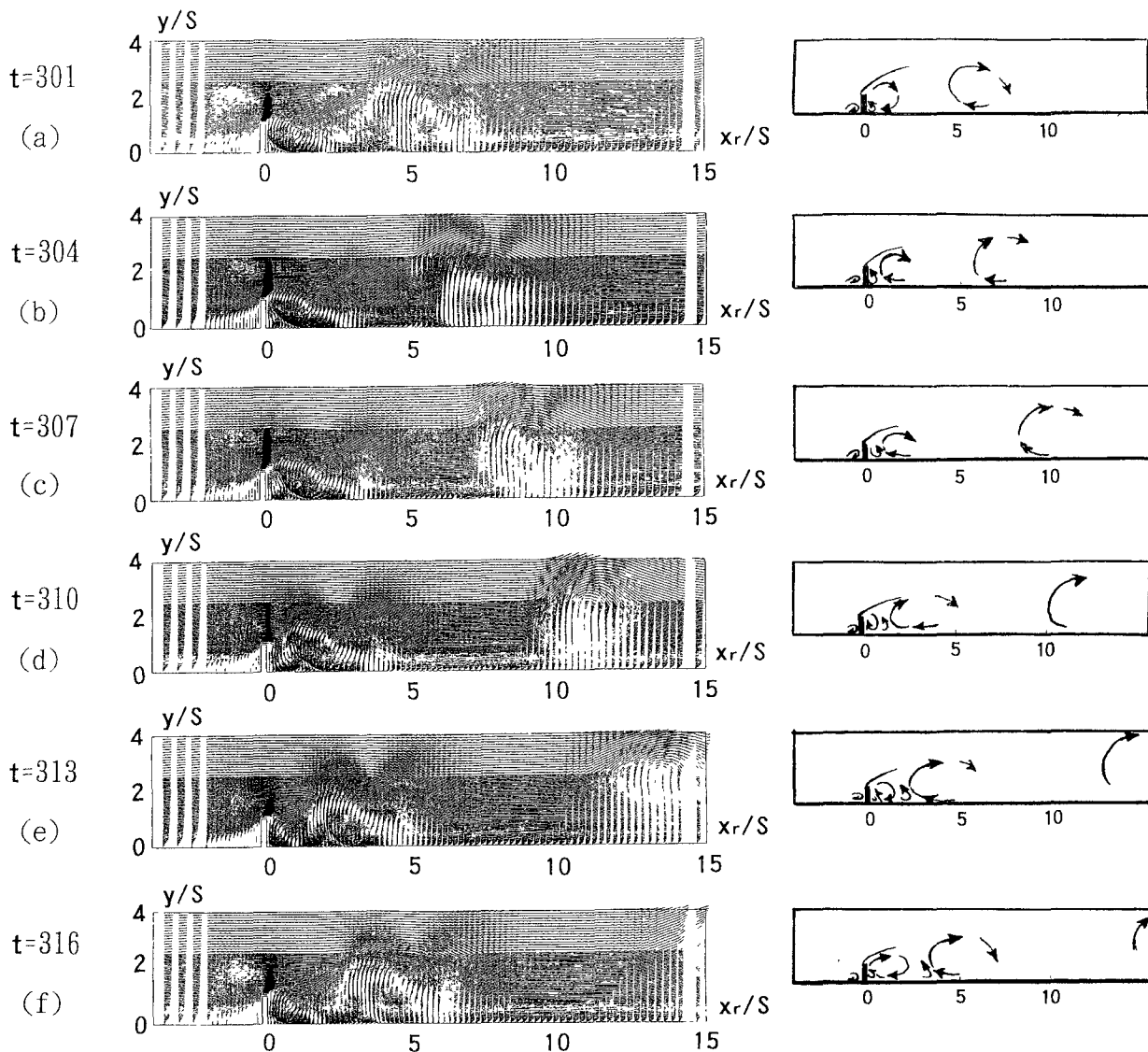


図-9 計算による平板周辺の流速ベクトル ($S/h_0=0.1$, $Rs=4000$)

$x_r/S \leq 3 \sim 4$ の範囲では、右回りの渦によって底面近くで常に逆流が見られる。また、この右回りの渦は、 $x_r/S=3 \sim 4$ より下流側で時間の経過とともに $x_r/S=9 \sim 10$ 程度まで路床に沿って流下するため、 $3 \sim 4 \leq x_r/S \leq 9 \sim 10$ の範囲では底面近くで逆流と順流が混在する（図-9(a)～(f)）。 $x_r/S \geq 9 \sim 10$ では右回りの渦が上昇し、底面近くでは常に順流が見られる。よって、平板後面の逆流が見られる領域の長さは、平板後面から $9S \sim 10S$ 程度となる。なお、流れを2次元と仮定したことにより、後面の渦の形成が実際の場合より顕著に表れている。また、水路中央部の平板後方のレーザー流速計による流速測定、および内部流況の可視化によると、 $S/h_1 \leq 0.30 \sim 0.35$ の場合、 $1 \leq x_r/S \leq 4 \sim 5$ の範囲では渦の形成により底面近くで常に逆流が認められる。 $4 \sim 5 \leq x_r/S \leq 10$ の範囲では路床付近に逆流と順流が混在し、 $x_r/S \geq 10$ の範囲では路床付近に常に順流が確認される（図-10）。以上のことから、このような単純な計算ではあるが、計算から得られた平板周辺の渦の形成は、相対平板高 $S/h_1 \leq 0.30 \sim 0.35$ の Surface jet の流況において、おおむね再現されているのではないかと考えられる。

図-11は、平板に作用する抗力係数について、計算値 $(C_d)_{cal}$ と実験値 $(C_d)_a$ を比較したものである。 $S/h_1 \leq 0.3$ の場合、実験値と計算値はよく一致している。一方、 $S/h_1 = 0.4$ の場合、平板を越える自由水面の影響のため、実験値は計算値より大きな値を示す。

6. ま と め

平板上・下流側の水面形の変化が小さい流況における鉛直薄型平板に作用する流体力について、水理実験、ならびに数値解析的検討によって得られた結果を下記に要約して示す。

- (1) $S/h_1 \leq 0.30 \sim 0.35$ の場合、平板に作用する圧力の大きさ、および分布形状は、相対平板高 S/h_1 の影響を受けるが、フルード数 F_1 の影響は受けない。
- (2) $S/h_1 \leq 0.30 \sim 0.35$ の場合、平板に作用する抗力係数 C_d には相対平板高 S/h_1 の影響は見られるが、フルード数 F_1 の影響は認められない。また、抗力係数 C_d を算定するための式(4)が得られた。
- (3) レイノルズ数 $4000 \leq Re \leq 8000$ 、相対平板高 $0.1 \leq S/h_1 \leq 0.3$ の条件において、簡単な流入条件・境界条件のもとで2次元非圧縮性流体の Navier-Stokes の方程式を計算することにより、平板に作用する圧力分布とその大きさ、および抗力係数 C_d が求められる（図-7, 11）。ま

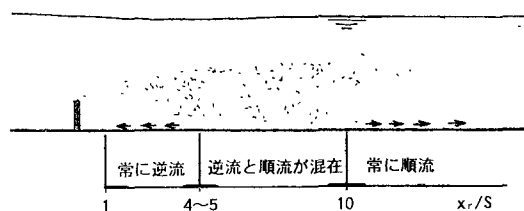


図-10 実験による平板後方の底面近くの流れの方向 ($S/h_1 \leq 0.30 \sim 0.35$)

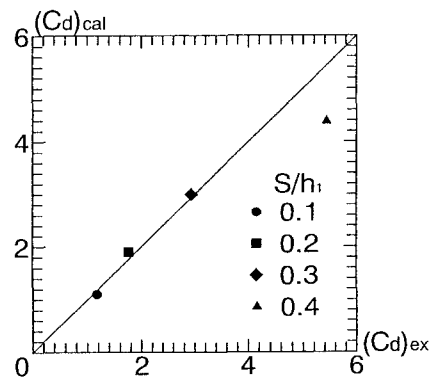


図-11 平板に作用する抗力係数の計算値と実験値の比較 ($Re=4000$)

た、図-9より平板周辺の渦の形成がおおむね再現されているのではないかと考えられる。

謝辞：本研究を行うにあたって協力いただいた日本大学短期大学部 畑中勝守 専任講師に謝意を表します。

参考文献

- 1) Raju, K.G.R. and Mittal, M.K.: Discussion of "Supercritical Flow over Sills.", Journal of the Hydraulic Division, ASCE, October, 1977, pp.1245-1247.
- 2) Raju, K.G.R. and Grade, R.J.: "Resistance of an inclined plate placed on a plane boundary in two-dimensional flow", J. Basic Engrg., Trans. ASME, March, 1970, pp.21-31.
- 3) Fang, F., Hsieh, W.D., Jong, S.W. and She, J.J.: "Unsteady turbulent flow past solid fence.", Journal Hydraulic Engineer, ASCE, June, 1997, pp.560-565.
- 4) Ohtsu, I., Yasuda, Y. and Yamanaka, Y.: Discussion of "Submerged flow regimes of rectangular sharp-crested weirs.", Journal Hydraulic Engineer, ASCE, October, 1997, pp.927-929.
- 5) 大津、山中、安田：常流中に設置された鉛直平板に作用する抗力、水工学論文集、第41巻、1997年2月、pp.741-746.
- 6) Wu, S. and Rajaratnam, N.: "Submerged flow regimes of rectangular sharp-crested weirs.", Journal Hydraulic Engineer, ASCE, July, 1996, pp.412-413.
- 7) Ohtsu, I., Yasuda, Y. and Yamanaka, Y.: "Diag on vertical sill of forced jump.", Journal of Hydraulic Research, IAHR, Vol.29, No.1, 1991, pp.29-47.
- 8) 尾崎、山中、安田、大津：常流中の鉛直平板を越える流れの特性、土木学会第52回年次学術講演会、第II部門、1997年9月、pp.664-665.
- 9) Shimizu, M. and Kawahara, M.: "Two dimensional finite element flow analysis using the velocity correction method.", Structural Eng., JSCE, Vol.5, No.2, October, 1988, pp.255-263.

(1998.9.30受付)