

棧粗面における底泥から流水への物質移動

DIFFUSIONAL MASS TRANSFER FROM BOTTOM SEDIMENT TO FLOWING WATER FOR SEDIMENT BED WITH STRIP ROUGHNESS

東野 誠¹・神田 徹²
Makoto HIGASHINO and Tohru KANDA

¹正会員 博(工) 大分工業高等専門学校助手 土木工学科 (〒870-0152 大分市大字牧1666番地)

²正会員 工博 神戸大学教授 工学部建設学科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1-1)

Effect of roughness elements on diffusional mass transfer from bottom sediment to flowing water is formulated as a function of flow velocity and characteristics of roughness element such as height and distance. Laboratory experiments which use strip roughness are performed in order to investigate how the diffusional mass transfer from bottom sediment to flowing water is exerted by the effect of roughness elements. The experimental results show that released flux of dissolved substance increases as the flow velocity increases and that it also increases as the distance of roughness element decreases. These results suggest that exchange of the water body near the sediment-water interface for the upper layer water becomes more frequent as the flow velocity increases or distance of roughness element decreases, so that the released flux increases.

Key Words : *bottom sediment, dissolved substance, diffusional mass transfer, sediment-water interface, strip roughness*

1. はじめに

河川、貯水池、湖沼等の水域底部に有機物質、栄養塩、重金属あるいは種々の化学物質を多量に含む底泥が堆積し、この底泥に起因する水質問題が至る所で顕在化している。これらの問題に対処するにあたっては、底泥による溶存酸素(DO)消費や底泥から直上水中への有機物質、栄養塩の溶出等の水・底泥境界面での物質移動機構の解明が不可欠である。

従来、上述のような問題に対しては生物、化学的側面からのアプローチが主体であったが、最近、界面での物質移動に及ぼす流れの影響に着目した研究が行われるようになってきた。中でも、水中から底泥へと移行するDOのフラックス(SOD: Sediment Oxygen Demand)に関する研究例は多く、SODに関する室内実験や数値モデル等が検討されている¹⁾。これらの研究はいずれも、底泥表面が滑面の場合を対象としているが、河川、湖沼、貯水池等の実水域では底面の起伏や砂、砂礫等の底質材料の不均一に伴う凹凸があり、界面での物質移動も当然このような底面粗度の影響を受けると考えられる。しかしながら、底泥表面が滑面の場合に比べて、底面粗度が界面での物質移動に及ぼす影響を解析した研究例は非常に

少ない²⁾。本研究は、底泥中に含まれる種々の溶解性物質(溶質)が流水中へ溶出する場合を想定し、このような溶出現象に及ぼす底面粗度の影響について基礎的な検討を行ったものである。

粗面における流れは、各粗度要素の後流および渦によって水・底泥境界面近傍に主流とは性質の異なる流れの領域が形成されることが特徴である。このような流れが界面での物質移動に及ぼす影響は以下のように考えられる。底泥から流水への溶質の溶出フラックスは、上述の界面近傍に形成される領域において、底泥表面と接している水塊が乱れによって上層水と混合交換を行う頻度に規定される。この乱れによる水塊の混合交換の頻度は、上層水流速および粗度の大きさや形、配置間隔によって異なると考えられる。したがって、粗面流において溶出フラックスを推定するためには、界面近傍の領域での水塊の交換頻度を上層水流速と粗度要素の特性(粗度要素の規模、形状、配置間隔等)の関数として表現するようなモデルを構成する必要がある。

そこで、本研究では、粗度要素によって形成される界面近傍の領域における物質移動を気・液界面でのガス移動の解析を応用してモデル化した。また、上層の領域については、流速分布と濃度分布の相似性に着目した解析を行い、これを上述のモデルに組み込むことで、粗面流

を J とすれば, $\tau/J = \tau_0/J_0$ が成立する.

$$J = -(D + D_t) \frac{dC}{dy} \quad (1)$$

$$\tau = \rho(v + v_t) \frac{dU}{dv} \quad (2)$$

境界条件は

$$v=0 \text{ において } C=C_w, \quad U=0 \quad (3, a)$$

$$r=\infty \text{ において } C=C_\infty, \quad U=U_\infty \quad (3, b)$$

式(1)を次式(4)で定義されるシュミット数 Sc , 乱流シュミット数 Sc_t を用いて式(5)のように書き直す.

$$Sc = \frac{\nu}{D}, \quad Sc_t = \frac{\nu_t}{D_t} \quad (4)$$

$$dC = -\frac{J}{U_*} \frac{dy^+}{\frac{1}{Sc} + \frac{v_t^+}{Sc_t}} \quad (5)$$

ここに, y^+ および v^+ は以下のような無次元量である.

$$y^+ = \frac{U_* y}{\nu}, \quad v_t^+ = \frac{v_t}{\nu} \quad (6)$$

なお、(5)式中の乱流シュミット数に関しては滑面の

2. 棧粗面における溶出現象のモデル化

本研究で対象とする底泥から流水への溶質の移動現象においては、溶質濃度は完全に受動スカラー量であるから、溶出フラックスを推定するためには、まず流れ場を明らかにした上で、物質の拡散方程式を解けばよい。しかしながら、図-1のように粗度要素周辺の流れは非常に複雑であり、これを正確に表現したモデルを構築することは容易ではない。粗面流に関して上述のように不明な点が残されていることを考慮して、本研究では栈粗面における溶出現象を単純化して図-2のようにモデル化する。すなわち、水・底泥境界面直上の厚さ δ の領域に底泥表面と種々の接触時間を持つ境膜が存在し、この境膜が連続的に乱れによって上層水中へと取り込まれることで物質移動が行われると考える。

粗面流における溶出現象の解析にあたり、図-2のように界面直上を上述の境膜と、その上層の溶質濃度が変化して主流濃度に接続する部分に分割する。上層部分は一定せん断応力層(constant stress layer)と乱流域に分けて考える。流速分布と溶質濃度分布の相似性に着目して、溶出フラックスを表す式を導く。定常状態であることを前提として、物理的な物質の移動のみを対象とし、化学的な物質変換や微生物の代謝等は考慮しない。解析にあたり、十分に発達した乱流場を想定し、以下のような仮定をおく。

- 774 -

場合と同様³⁾, $Sc_t=1$ として解析を行うことにする。

(1) 乱流域での物質移動

図-2の乱流域では、式(5)右辺の J を一定値(界面での物質フラックス J_0)と考えて積分することはできない。そこで、仮定4)のように流速分布と濃度分布の相似性を仮定し、この領域での溶質の濃度差 $C_\infty - C_{t^+}$ を J_0 と摩擦速度 $U_* (= \sqrt{\tau_0/\rho})$ を用いて表現する。

基礎式(1), (2)において $D \ll D_p$, $\nu \ll \nu_t$ として D および ν を省略する。また、仮定4)より、

$$\frac{\tau}{J} = \frac{\rho \nu_t \frac{dU}{dy}}{-D_t \frac{dC}{dy}} = \frac{\tau_0}{J_0} \quad (7)$$

上式において、 $Sc_t=1$ ($\nu_t=D$)であるので、

$$\frac{dC}{dy^+} = -\frac{J_0}{U_*} \frac{dU^+}{dy^+} \quad (8)$$

ここに、 $U^+=U/U_*$ である。式(8)を y^+ について $t^+ \sim \infty$ まで積分すれば、 $y^+=t^+ \sim \infty$ における溶質の濃度差は、次式で表される。

$$C_\infty - C_{t^+} = -\frac{J_0}{U_*} (U_\infty^+ - U_{t^+}^+) \quad (9)$$

(2) 一定せん断応力層での物質移動

この領域では、仮定3)より乱流中の物質フラックス J は界面での物質フラックス J_0 に等しく一定値である。これより、溶質濃度差は式(5)を y^+ について積分して、次式のように求められる。

$$C_{t^+} - C_{\delta^+} = -\frac{J_0}{U_*} \int_{\delta^+}^{t^+} \frac{dy^+}{1 + \nu_t^+ / Sc} \quad (10)$$

上式(10)の積分を行うには渦動粘性係数 ν_t^+ の分布形を知る必要がある。この ν_t^+ の分布形をDadeの解析²⁾に沿って乱流エネルギーの収支に着目し、定式化すれば、以下のようなものである。

$$\nu_t^+ = \frac{\kappa y^+ - 2 + \sqrt{(\kappa y^+ - 2)^2 - 4}}{2} \quad (10 \leq y^+) \quad (11)$$

$$\nu_t^+ = \left(\frac{y^+}{10}\right)^3 \quad (0 \leq y^+ < 10) \quad (12)$$

ここに、 κ : カルマン定数(=0.4)である。

(3) 界面近傍の境膜における物質移動

前述のように、粗度要素によって形成される界面近傍の領域における物質移動を、図-2のようにモデル化する。

界面直上の厚さ δ の領域に境膜が存在し、底泥と接している膜が連続的に乱れによって上層水中に取り込まれて膜は更新されると考える。いま、この境膜が乱れによって平均的に単位時間に更新される割合(更新率)を r とする。そして、各瞬間における膜の存在時間(生成してから経過時間)の分布を $f(t)$ として、この $f(t)$ を更新率 r の関数として次式で与える^{4), 5)}。

$$f(t) = re^{-rt} \quad (13)$$

この膜の存在時間の分布を考え、底泥から直上水への溶質の時間平均移動量 N を求めれば、次式のようなのである。

$$\begin{aligned} N &= \int_0^\infty -D \frac{dC}{dy} \bigg|_{y=0} f(t) dt = -Dr \int_0^\infty e^{-rt} \frac{dC}{dy} \bigg|_{y=0} dt \\ &= -D \frac{d}{dy^+} (\mathcal{L}(C(t, y^+))) \cdot \frac{dy^+}{dy} \bigg|_{y=0} \end{aligned} \quad (14)$$

ここに、 $\mathcal{L}(C(t, y^+))$ は $C(t, y^+)$ のLaplace変換である。

一方、溶質濃度 C は拡散方程式(15)に適合するものでなければならない。

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{DU_*^2}{\nu^2} \frac{\partial^2 C}{\partial y^{+2}} \quad (15)$$

上式において U_* および ν は y^+ に無関係な量であるので、右辺の DU_*^2/ν^2 は y^+ に関係しない一定値である。そこで、 DU_*^2/ν^2 を改めて D' と置く。

境界条件は、

$$t \geq 0, y^+=0 \text{ で } C=C_w \quad (16, a)$$

$$t > 0, y^+=\delta^+ \text{ で } C=C_{\delta^+} \quad (16, b)$$

この境界条件の下に式(15)を解くと

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(C(t, y^+)) &= \frac{C_{\delta^+}}{r} \\ &+ \frac{C_w - C_{\delta^+}}{r} \cdot \frac{e^{-\sqrt{\frac{r}{D'}}(y^+-\delta^+)} - e^{-\sqrt{\frac{r}{D'}}(y^+-\delta^+)}}{e^{\sqrt{\frac{r}{D'}}\delta^+} - e^{-\sqrt{\frac{r}{D'}}\delta^+}} \end{aligned} \quad (17)$$

上式(17)より $d(\mathcal{L}(C(t, y^+)))/dy^+$ を求めて式(14)に代入す

れば時間平均移動量 N 、すなわち、界面での物質フラックス J_0 が以下のように求められる。

$$J_0 = \sqrt{Dr} \coth\left(\sqrt{\frac{r}{D'}}\delta^+\right)(C_w - C_{\delta^+}) \quad (18)$$

溶出現象に及ぼす粗度の影響を評価するためには、式(18)中の更新率 r と δ^+ を粗度要素の特性(粗度要素の規模、形状、配置間隔)の関数として表現する必要がある。このうち r は、図-3に示すように棧と棧の間の凹部における水塊の滞留時間に関係すると考えられる。そこで、

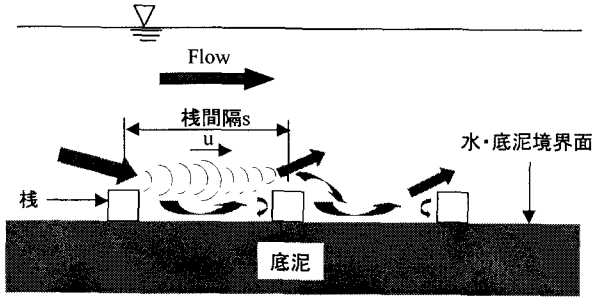


図-3 棧間における水塊の混合交換

底面近傍での水塊の移動速度 u を乱流エネルギー $K(=1/2\overline{u'^2})$ を用い、乱流の速度スケール $\sqrt{K}$ と対応させて次のように表す。

$$u = c\sqrt{K} \quad (19)$$

ここに、 c は定数である。2次元せん断流のような流れにおいては、流れのほぼ全域にわたり乱流エネルギー K と $-\overline{u'v'}$ の間には次式の関係が成立することが実験的に知られている。

$$|-\overline{u'v'}|/K = 0.3 = \text{const} \quad (20)$$

一方、境界上層の対数領域では一定せん断応力、すなわち $-\overline{u'v'} = U_*^2$ であることを想起すると、底面近傍における水塊の速度スケール u は次式で表される。

$$u = c\sqrt{K} = \frac{c}{\sqrt{0.3}} U_* = c' U_* \quad (21)$$

上式において、 c' を改めて c と書き直せば

$$u = c U_* \quad (22)$$

速度 u で流下方向に移動する水塊の棧間における滞留時間 T は、棧間隔を s とすれば、 $T=s/u$ であるので、式(18)中の更新率 r をこの水塊の滞留時間と関連づけて次式で表わす。

$$r \propto \frac{1}{T} = \frac{u}{s} = \frac{c U_*}{s} \quad (23)$$

式(23)を式(18)に代入すると、境界における溶質濃度差 $C_{\delta^+} - C_w$ が界面での物質フラックス J_0 、摩擦速度 U_* 、そしてシュミット数 Sc 、棧高 k および棧間隔 s の関数として次式で表される。

$$C_{\delta^+} - C_w = -\frac{J_0}{U_*} \cdot \frac{1}{\sqrt{c \cdot \frac{1}{Sc} \cdot \frac{1}{Re_*} \cdot \frac{k}{s} \coth\left(\sqrt{c \cdot Re_* \cdot Sc \cdot \frac{k}{s} \frac{\delta}{k}}\right)}} \quad (24)$$

ここに、 $Re_*(=U_* k/\nu)$ は粗度レイノルズ数である。

(4) 溶出フラックス推定式の導出

界面直上を図-2のように3領域に分割し、それぞれの領域における物質移動をモデル化して、各領域での溶質濃度差と界面での物質フラックス J_0 との間に成り立つ関係式を求めた。一方、界面濃度 C_w と主流濃度 C_∞ との濃度差 $C_\infty - C_w$ は、 $y^+=l^+$ 、 δ^+ で濃度分布が連続であることを想起すれば、式(9)、(10)および(24)を用いることで与えられ、この式を整理すれば、溶出フラックス J_0 を表す式が導かれる。

$$J_0 = -\frac{1}{F(Sc, Re_*, s/k)} U_* (C_\infty - C_w) \quad (25)$$

ここに、

$$F(Sc, Re_*, s/k) = U_\infty^+ - U_{l^+}^+ + \int_{\delta^+}^{l^+} \frac{dy^+}{Sc^+ + \nu_{l^+}^+} + \frac{1}{\sqrt{c \cdot \frac{1}{Sc} \cdot \frac{1}{Re_*} \cdot \frac{k}{s} \coth\left(\sqrt{c \cdot Re_* \cdot Sc \cdot \frac{k}{s} \frac{\delta}{k}}\right)}} \quad (26)$$

以上のようにして導かれた溶出フラックス推定式(25)、(26)によると、溶出フラックス J_0 は摩擦速度 U_* 、界面濃度と主流濃度との溶質濃度差 $C_\infty - C_w$ 、粗度の特性(棧高 k 、棧間隔 s)、シュミット数 Sc 、粗度レイノルズ数 Re_* の関数として表現される。また、この推定式中には c および境界膜厚 δ の2つのモデル定数が含まれる。

3. 溶出実験

(1) 実験装置と方法

溶出実験は、図-4に示すような長さ650cm、幅20cm、側壁高さ20cmおよび勾配1/650のアクリル樹脂製の水路で行った。水路には粗度要素として5mm角のステンレス製の角材を適当な間隔で設置した。この水路の上流端から約4mの位置に設けた長さ50cm、深さ5cmの底泥床部に底泥材料としてカオリナイトを、溶質としてメチレンブルーを用いて適当な含水比に調整した底泥を敷き通水する。各流速ごとに水路下流端で採水して、光電分光光度計によって吸光度(波長670nm)を測定し、予め求めておいた濃度と吸光度の関係式よりメチレンブルー濃度を算定した。得られたメチレンブルー濃度より次式によって溶出フラックス J_0 を求めた。

$$J_0 = QC/A \quad (27)$$

ここに、 J_0 : 溶出フラックス、 Q : 流量、 C : 採水したサ

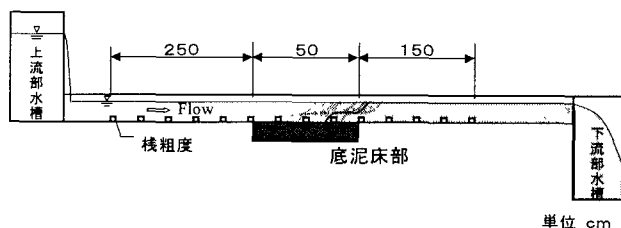


図-4 実験水路

ンプル中のメチレンブルー濃度、 A ：底泥床部の面積。
なお、水深の測定に際しては、粗度要素底面（水路底面）を基面（ $y=0$ ）とし、底泥床部中央で測定した。

溶出に及ぼす底面粗度の影響について調べるために、
棧の配置間隔を変化させた。すなわち、ケース1では棧高 $k=0.5\text{cm}$ 、棧間隔 $s=4\text{cm}$ （ $s/k=8$ ）、ケース2では棧間隔 $s=8\text{cm}$ （ $s/k=16$ ）、ケース3では $s=16\text{cm}$ （ $s/k=32$ ）とし、各ケースごとに、メチレンブルー水溶液濃度（調整時）と配合するカオリナイトの量を変化させて数回溶出実験を行った。また、各実験において流速を様々に変化した。

(2) 溶出フラックスに及ぼす上層水流速の影響

実施した溶出実験について、ケース2を1例として取り上げ、断面平均流速 $\bar{U}$ を横軸に、溶出フラックス J_0 を縦軸にとって図-5に示す。この図より滑面の場合と同様³⁾、全ての実験において断面平均流速の増加とともに溶出フラックスは右上がりに増加するのがわかる。これは、流速の増加とともに、界面近傍の領域において水塊が上層水と混合交換を行う頻度が増すために、溶出フラックスが増加することを示すものである。

(3) 溶出フラックスに及ぼす棧の配置間隔の影響

棧間隔を変化させた3ケースおよび滑面での実験結果を、横軸にレイノルズ数 Re 、縦軸にシャーウッド数 Sh をとって図-6に示す。なお、 Re 数および Sh 数は以下のような無次元量である。

$$Re = \frac{\bar{U} R_H}{\nu} \quad (28)$$

$$Sh = \frac{h_D \cdot R_H}{D} = \frac{J_0}{C_w - C_\infty} \cdot \frac{R_H}{D} \quad (29)$$

ここに、 R_H ：径深、 h_D は物質伝達率である。界面濃度 C_w は、近似値として底泥間隙水濃度を用いることとし、実験時の底泥の物性（含水比・メチレンブルー濃度（調整時））から、次の筆者らによる間隙水濃度の推定式³⁾によって求めた。また、 C_∞ は採水測定したメチレンブルー濃度とした。

$$C_w = \frac{-g(C_0, w) + \sqrt{\{g(C_0, w)\}^2 + 4.22C_0}}{4.22} \quad (30)$$

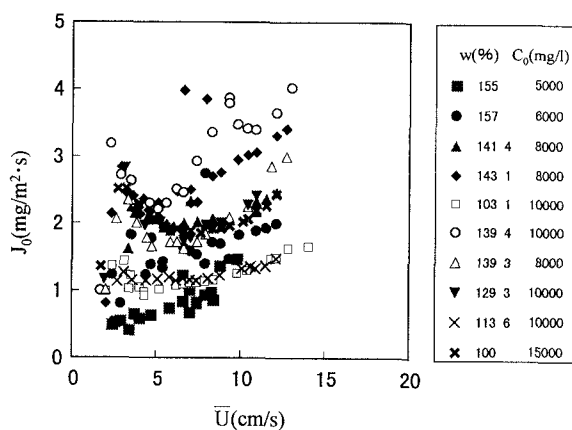


図-5 $J_0 \sim \bar{U}$ 関係（ケース2： $s/k=16$ ）

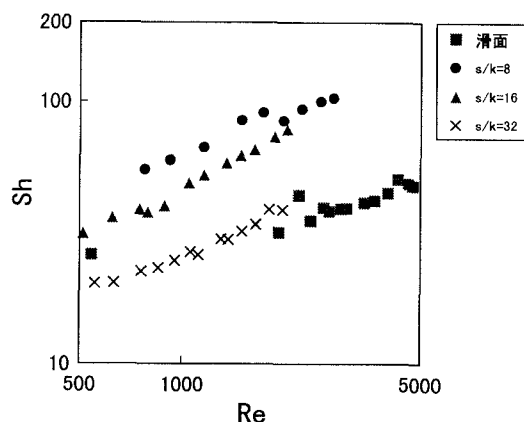


図-6 溶出フラックスに及ぼす棧の配置間隔の影響

ここに、

$$g(C_0, w) = 1 + \frac{1.07 \times 10^6}{w} - 2.11C_0$$

滑面での議論³⁾より、溶出フラックスは底泥含水比の影響を受ける。そこで、ここでは滑面および粗面の各ケースについて含水比がほぼ一定（140%前後）の実験値を選んだ。図-6より、棧間隔を最も大きくした $s/k=32$ の場合の実験値がグラフの最も下側にプロットされ、棧間隔が狭くなる（ s/k が小さくなる）とともにプロットはグラフ上方に平行移動するのが見て取れる。すなわち、棧を密に配置するほど溶出フラックスは増加するといえる。これは、棧間隔が狭くなるほど、棧間において、水塊が上層水と混合交換を行う頻度が増加するためであると考えられる。

4. 棧粗面における溶出フラックスの推定式

棧粗面における溶出フラックス J_0 は前述（2.）のようなモデル化によって式（25）、（26）で表される。この式を無次元表示すると、式（32）で定義される溶出フラックス

の無次元量スタントン数 St がシュミット数 Sc ，粗度レイノルズ数 Re_* ， 棧高 k および棧間隔 s の関数として次式で表される。

$$St = \sqrt{\frac{f}{8}} \cdot \frac{1}{F(Sc, Re_*, s/k)} \quad (31)$$

ここに，

$$St = \frac{J_0}{\bar{U}(C_w - C_\infty)} \quad (32)$$

また，(31)式中の摩擦抵抗係数 f は，次式で与えられる。

$$\frac{\bar{U}}{U_*} = \sqrt{\frac{8}{f}} = 5.75 \log_{10} \frac{R_H}{k_s} + 6.25 \quad (33)$$

ここに， k_s は相当砂粒粗度である。なお，実施した全ての実験において， k_s による粗度レイノルズ数 $Re_* (=U_* k_s / \nu)$ は $Re_* > 70$ であり，したがって，溶出実験は完全粗面状態で行われた。

溶出フラックス推定式(31)の妥当性を検証するために実験値との比較を行う。推定式中のモデル定数に関して，定数 c を $c=0.001$ とし，無次元境界膜厚 δ/k を変化させて計算した St 数の推定値を，ケース2を例に実験値と併せて図-7に示す。なお，実験時の Sc 数は4000～5500であったが，推定式には一定値 $Sc=4500$ を与えた。

他方， St 数の実験値に関しては，滑面の場合と同様³⁾，界面濃度は底泥間隙水中のメチレンブルー濃度で近似することとし，実験時の底泥の物性から式(30)により求めた。また， C_∞ は採水測定した濃度とし，さらに，実験時の断面平均流速 $\bar{U}$ を用いて式(32)より St 数を求めた。

図-7によると，底泥含水比の低い実験値がグラフの下方にプロットされ，含水比が高くなるに伴いプロットが上方にシフトするのが見て取れる。これは，底泥内部における吸脱着を伴う物質移動の影響と考えられる。すなわち，このような吸脱着過程には底泥粒子の体積密度(底泥単位体積中の底泥粒子の数)が関係するが，この体積密度は含水比によって異なるので，含水比によって溶出フラックスに差異が生じたと考えられる。

上述の含水比による実験値の差異に対して，各ケースともに無次元境界膜厚 δ/k を大きくした推定値が低含水比の底泥を用いた実験値に適合し， δ/k を小さくした推定値ほど含水比の高い実験値に適合しているのがわかる。

以上のように，含水比に応じて無次元境界膜厚 δ/k を変化させれば，本研究で提示した溶出フラックス推定式は実験結果を大まかには再現し得るといえる。

5. 結 論

本研究で得られた結果を要約すると以下のようである。

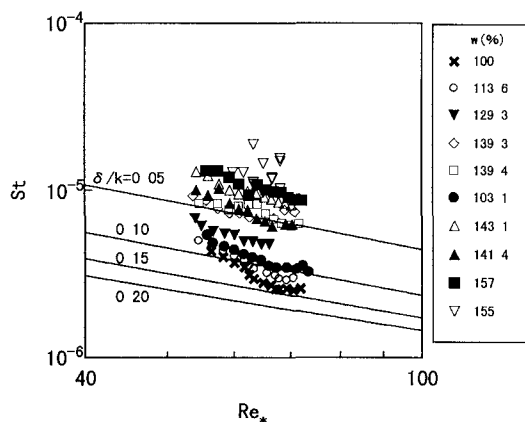


図-7 溶出フラックス推定値と実験値の比較
ケース2($s/k=16$)

- 1) 棧粗度によって形成される水・底泥境界面近傍の流れの領域における物質移動を，気・液界面でのガス移動の解析を応用してモデル化した。また，界面近傍の領域よりも上層部分については，流速分布と濃度分布の相似性を仮定することにより，棧粗面における溶出フラックス推定のためのモデルを構築した。
- 2) 底泥から流水への溶質の溶出フラックスは，上層水流速，棧の配置間隔および底泥含水比により変化する。上層水流速と棧の配置間隔による溶出フラックスの変化は，棧間における水塊の混合交換の頻度に，含水比による溶出フラックスの変化は底泥内部での吸脱着を伴う物質移動に起因している。
- 3) 本研究で提示した溶出フラックス推定式は，底泥含水比に応じて無次元境界膜厚 δ/k を変化させれば，含水比による実験値の差異を表現できる。

謝辞：本研究で行った実験において，神戸大学大学院学生 木戸嵩博氏，ならびに橋本拓弥氏に御助力を得た。ここに，記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 例えば，中村由行：底質の酸素消費過程における濃度境界層の役割，水環境学会誌，pp.732-741，1993。
- 2) 例えば，Dade,W.B.：Near-bed turbulence and hydrodynamic control of diffusional mass transfer at the sea floor, *Limnology and Oceanography*, 38(1), pp.52-69, 1993。
- 3) 東野 誠，神田 徹：底泥から流水への溶解性物質の溶出過程，水工学論文集，第42巻，pp.745-750，1998。
- 4) Danckwerts,P.V.：Significance of liquid-film coefficients in gas absorption, *Industrial and Engineering Chemistry*, 43, pp.1460-1467, 1951。
- 5) O'Conner,D.J. and Dobbins,W.E.：The mechanism of reaeration in natural streams, *Trans. ASCE*, 123, pp.641-666, 1958。

(1998. 9. 30受付)