

混合砂河床における流量変化による 河床波を有する移動床系の応答予測と遅れ性状

PREDICTION OF ALLUVIAL SYSTEM WITH SAND WAVES
UNDER UNSTEADY CONDITIONS IN GRADED SEDIMENT BED

三輪 浩¹・大同淳之²・加藤一平³
Hiroshi MIWA, Atsuyuki DAIDO and Ippei KATO

¹正会員 工博 舞鶴工業高等専門学校助教授 建設システム工学科 (〒625-8511 京都府舞鶴市白屋234)

²正会員 工博 立命館大学教授 理工学部土木工学科 (〒525-8577 滋賀県草津市野路東1-1-1)

³正会員 工修 パシフィックコンサルタンツ(株) 第三技術部 (〒532-0011 大阪市淀川区西中島4-3-24)

Temporal responses of sand waves, mean flow depth and reach averaged sediment transportation rate due to periodic change of flow discharge were investigated on the basis of flume tests using the graded and the uniform sediment. They were also predicted by taking the reference grain size for sand wave transformation into account. The predicted results were verified with the experimental results. From the results of experiments and predictions, it was found that the width of loop in the graphs of discharge-wave height and discharge-flow depth for the graded sediment were smaller than that for the uniform one under same flow discharge condition. Therefore, time lag of response for the graded sediment is smaller than that for the uniform one. And, the peaks of wave length, wave height and flow depth indicated the positive time-lag to the peak of flow discharge, while the peak of sediment transportation rate indicated the negative time-lag to it.

Key Words : *unsteady flow, graded sediment bed, sand waves, transformation process, reference grain size, time-lag of response*

1. 緒 言

河床波を有する移動床流れ場では、定常な流量条件の下でも水流、流砂および河床波形状が相互に作用し合っ
て複雑な系を成しているが、実河川を考えたとき、とく
に洪水時のように非定常な流量条件の下では河床波が
時々刻々変形し、これが水流や流砂に影響を及ぼすため
に現象はより一層複雑になる。このような問題に対して
は、流量変化に伴う河床波の変形過程と応答遅れの特性
を明らかにし、適切な予測を行う必要がある。芦田ら¹⁾
や中川ら²⁾は河床波の変形過程の算定式を提案するとと
もに、これを移動床流れ場の基礎式に導入して流量変化
に対する移動床系の応答を解析し、流量と河床波形状あ
るいはそれらに支配される水深との間にループが形成さ
れることを示した。また、澤井³⁾は周期的に変化する流
量条件の下で実験を行い、河床波や水深の応答遅れの特
性を流量の変化周期との関係の観点から検討するととも
に、水位流量曲線のループには水面勾配の変化によるも
のだけでなく河床波の応答遅れも顕著に反映されること
を示した。

以上のように、これまでの研究によって河床波の変形
過程とこれに付随する水深の応答特性はかなり明らかに
されてきた。しかし、これらの研究ではそのほとんどが
河床砂は一樣砂として扱われ、混合砂の効果を検討した
ものは少ない。鈴木ら⁴⁾は一樣砂河床で定常な河床波を
発達させた水路に、一樣砂の平均粒径の約3倍の粒径を
有する砂を5%混入した砂を給砂した結果、波高が約
40%低下することを見いだした。また、著者ら^{5), 6), 7)}は
定常流量下の河床波の発達過程や流量急変による変形過
程を、ほぼ同一の平均粒径を有する混合砂と一樣砂を用
いて比較し、とくに波高に関してかなりの相違が見られ
ることを示すと同時に、粗砂や細砂の存在が河床波の変
形に影響を及ぼしていることを指摘した。さらに、著者
ら⁸⁾は図-1に示すような台形状に変化する流量条件の下
での河床波の変形過程と移動床系の応答予測に際して、
一樣砂に対しては平均粒径を、混合砂に対しては平均粒
径の2倍の粒径を代表粒径とすることによって混合砂河
床、一樣砂河床ともほぼ適切に予測し得ることを示すと
ともに、流れ場の変化に対する追従性の相違を明らかに
した。ただ、台形状の流量変化では一定流量区間の定常

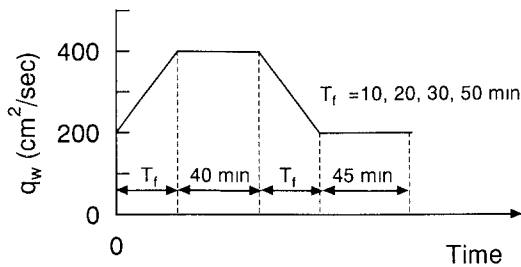


図-1 台形状流量波形⁸⁾

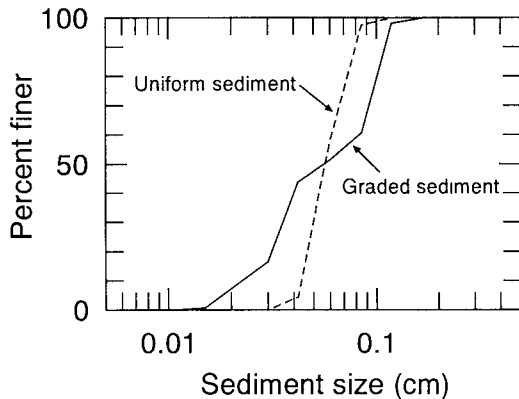


図-2 使用砂の粒度分布

流下での河床波の発達過程を含むので必ずしも連続的な非定常流を再現しているわけではない。また、洪水流を想定したピーク流量時からの応答遅れを考えるためには流量増加と流量減少が連続的に接続するような流れの場を設定する必要がある。

そこで、本研究では混合砂河床を対象として、正弦波状の流量変化の下での河床波の変形過程と移動床流れ場の応答に関する実験と予測を行い、一様砂河床の場合と比較・検討するとともに、流量変化に対する応答遅れの特性について検討する。

2. 実験の概要

実験は自動流量制御装置を有する長さ9m、幅0.2m、深さ0.3mの亚克力製可変勾配水路を用いて行った。本研究は混合砂河床における現象に重点を置いているが、混合砂が河床波の変形に及ぼす影響を明確にするため、ほぼ同一の平均粒径を有する一様に近い砂を用いた実験も実施した。実験に使用した砂の粒度分布を図-2に示す。混合砂は平均粒径 $d_m = 0.066\text{cm}$ 、幾何標準偏差 $\sigma_g = 1.87$ を、一様砂は $d_m = 0.062\text{cm}$ 、 $\sigma_g = 1.24$ を有する。なお、砂の比重 σ/ρ はいずれも2.65である。

実験は河床を平坦に敷き均し、路床勾配を1/400に設定した後通水を開始し、流量変化に伴う河床波の変形、水深および流砂量の変化を追跡した。実験の流量波形は図-3に示すような正弦波状のもので、次式で表される。

$$q_w = q_1 + q_2 \sin \left\{ 2\pi \left(\frac{t}{T_f} - \frac{1}{4} \right) \right\} \quad (1)$$

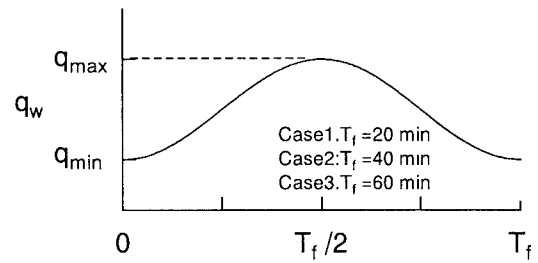


図-3 実験での流量波形

ただし、

$$q_1 = \frac{1}{2}(q_{\max} + q_{\min}), \quad q_2 = \frac{1}{2}(q_{\max} - q_{\min}) \quad (2)$$

ここに、 $q_{\max}$ は最大単位幅流量、 $q_{\min}$ は最小単位幅流量で、それぞれ $400\text{cm}^2/\text{sec}$ 、 $200\text{cm}^2/\text{sec}$ とした。また、 T_f は流量の変化周期で、20、40および60分とし、それぞれ3周期通水した。以下、各実験をCase1、Case2およびCase3と呼ぶ。実験中はサーボ式水位計と超音波式水底形状測定器を搭載した台車を、水路上を往復させて水面と河床面の縦断形状を測定するとともに、水路下流端から流出する砂を適時採取して流砂量を測定した。また、平均河床勾配およびほぼ等流の状態が保たれるように、予備実験で得られた流砂量の時系列データを基に水路上流端で給砂を行い、水位計による水面の縦断形状と平均水面勾配をパーソナルコンピュータでモニタリングしながら水路下流端でゲートの開度調整を行った。本研究では河床波の形状を波長と波高で代表させているが、これらは河床形状の縦断記録からzero-up-cross法によって求めた。

3. 流量変化に対する河床波を有する移動床系の支配方程式

河床波を有する移動床流れ場では、河床波の変形に対する流れの応答が流れの変化に対する河床波の応答に対して十分に早いと見なせるので、時々刻々の河床波形状に応じて抵抗則と流砂量式によって水深、流砂量の時間的变化を算定することができる。本研究における移動床系を記述するための方程式を以下に示す。

(1) 抵抗則式

抵抗則式は河床波形状を媒介とした次式⁹⁾を用いる。

$$\frac{u_m}{u_*} = \left\{ \frac{4}{7} \Pi' \left(\frac{h_m}{k_s} \right)^{-1/4} + \frac{1}{2} C_D \Lambda \right\}^{-1/2} \quad (3)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \Pi' &= (B'/A)^2 C^{1/4}, \quad A = 8.94, \\ B' &= (1 - \xi/2)^{-1} \xi^{-1/8} (1 - n\lambda)^{3/8} (1 + \lambda^2)^{3/16}, \\ C &\approx A^2 \left\{ 0.26 + \lambda / (F_r \cdot B) \right\}^2, \\ B &= (1 - \xi/2)^{-1} \left\{ \xi (1 - n\lambda) \right\}^{-1/2} \end{aligned} \right\} \quad (4-1)$$

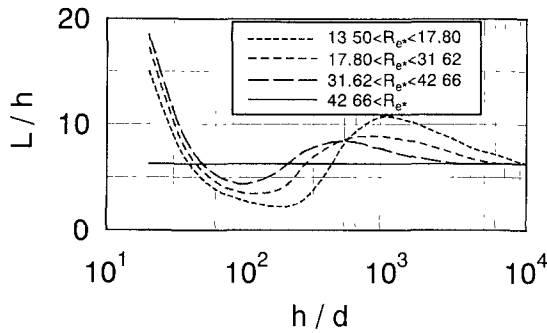


図-4 波長と水理量の関係

$$\left. \begin{aligned} C_D &= \left\{ 4(1-4\lambda)(2+\xi) / \left[(2-\xi)^2 \{ 2 + (1-8\lambda)\xi \} \right] \right. \\ &\quad \times \left[2(1-4\lambda)\xi / \{ 2 + (1-8\lambda)\xi \} + 0.13 \right] \left. \right\} \quad (4-2) \\ \Lambda &= \lambda / (1 + \xi/2), \quad \xi = H/h_m, \quad \xi = L/h_m, \\ \lambda &= H/L, \quad n = L_s/H. \end{aligned} \right\}$$

ここに、 u_m は平均流速、 u_* は摩擦速度、 h_m は平均水深、 k_s は等価砂粗度、 F_r はFroude数、 H 、 L は河床波の波高および波長である。また、 L_s はクレスト直下流の剥離域の長さで、ほぼ $L_s = 4.25H$ で与えられる¹⁰⁾。なお、著者らは混合砂河床における河床波の発達過程を砂粒子の分級との関連で検討した結果^{5), 6)}から、 d_{90} 程度の粗砂が河床波のスケールを規定する代表粒径 d_r になっていることを明らかにし、このとき等価砂粗度 k_s は $2d_{90}$ で与えられることを示している。ここでもこれを適用する。ただし、一様砂に対しては $d_r = d_m$ とし、 $k_s = 2d_m$ を用いる。一様砂の場合も多少の分布をもっている。混合砂と同様に扱っても良いが、本文では平均粒径に着目した扱いを一様砂に適用し、混合砂に対して粗砂を導入した場合との比較を行うことによって、粗砂の効果を考慮することの有効性を明確にすることをねらっている。

(2) 流砂量式

流砂量の算定には次のMeyer-Peter and Müller型の流砂量式¹¹⁾を用いる。ただし、掃流力には河床波形状の効果を考慮した有効掃流力を用いる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{q_{Bi}}{p_i \sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd_i^3}} &= 8(\tau'_{*i} - \tau_{*cl})^{3/2} \\ q_B &= \sum_{i=1}^k q_{Bi} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここに、 p_i は粒径 d_i の砂粒子が河床に占める割合、 k は粒径階の数、 τ'_{*i} は無次元有効掃流力、 τ_{*cl} は無次元限界掃流力である。なお、 τ'_{*i} は次式¹²⁾で表される。

$$\tau'_{*i} = \frac{4}{7} \Pi \left(\frac{h_m}{k_s} \right)^{-1/4} \frac{u_m^2}{(\sigma/\rho - 1)gd_i} \quad (6)$$

また、 τ_{*cl} は芦田らの修正Egiazaroff式¹³⁾によって、一様砂の場合は平均粒径に対して岩垣の式によって計算される。

(3) 波高、波長の変化速度式

河床波の波高、波長の時間的変化的予測には中川らの式²⁾を用いる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dH}{dt} &= \frac{k_H}{1-\rho_0} \frac{q_B}{L} \left(1 - \frac{H}{H_e} \right) \\ \frac{dL}{dt} &= \frac{k_L}{1-\rho_0} \frac{q_B}{H} \left(1 - \frac{L-L_0}{L_e-L_0} \right) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ここに、 k_H 、 k_L は実験定数、 ρ_0 は河床砂の空隙率 ($=0.4$)、 H_e 、 L_e は波高、波長の平衡値、 L_0 は初期波長 ($=100d_m$) である。なお、中川らは増水期では $k_H = 0.36$ 、 $k_L = 0.24$ 、減衰期では $k_H = 0.72$ 、 $k_L = 0$ としているが、後述するように減衰期でも波長は漸減しているのでここでは増水期の値 $k_L = 0.24$ を用いることにする。また、 L_e はYalin¹⁴⁾ にならって、

$$L_e = \alpha \cdot h_{me} \quad (8)$$

で与える (h_{me} は L_e に応じた平均水深)。 α は通常5程度の一定値に取られることが多いが、ここではより厳密に、Yalinによる波長と水理量の関係図¹⁵⁾ を図-4のように再編した結果を用いて R_{e*} と h/d の関数として与える。ただし、各曲線間は線形補完して用いる。また、 H_e は波形勾配が掃流力と水深・粒径比で表されている次のYalin and Karahanの式¹⁶⁾ によって算定する。

$$\lambda_e = \frac{H_e}{L_e} = 0.0047 \left(\frac{\tau_*}{\tau_{*c}} - 1 \right) \exp \left\{ 1 - \frac{0.0047}{\lambda_{\max}} \left(\frac{\tau_*}{\tau_{*c}} - 1 \right) \right\} \quad (9)$$

ここに、 $\lambda_{\max}$ は最大波形勾配で、Yalinらは実験資料をもとに $\lambda_{\max}$ と h/d の関係を図化しているが、著者ら¹⁷⁾ はこれを次式で表している。

$$\lambda_{\max} = \begin{cases} -0.058 + 0.02 \ln \left(\frac{h}{d} \right); & \frac{h}{d} > 400 \\ 0.062 & ; \frac{h}{d} \geq 400 \end{cases} \quad (10)$$

ただし、式(10)中の d は代表粒径 d_r を用いる。

4. 流量変化に対する河床波の変形過程と移動床系の応答予測

(1) 計算方法

計算手順の概略を図-5に示す。すなわち、ハイドログラフを刻み幅 Δt のstep状に近似し、各stepの流量に対する平衡河床波形状 (波長、波高) を、式(3)、式(8)および式(9)に流量、勾配および粒径を与えて求め、これをこの流量区間の収束値として式(3)～(7)によって波長、波高、水深および流砂量を δt ごとに算定するものである。なお、実験は平坦河床からは始めているので初期条件として $t=0$ で $H=2d_m$ 、 $L=L_0$ を与えた。また本解析では、Case1に対しては $\Delta t=12$ 秒、 $\delta t=2$ 秒、Case2とCase3に対しては $\Delta t=60$ 秒、 $\delta t=10$ 秒とした。

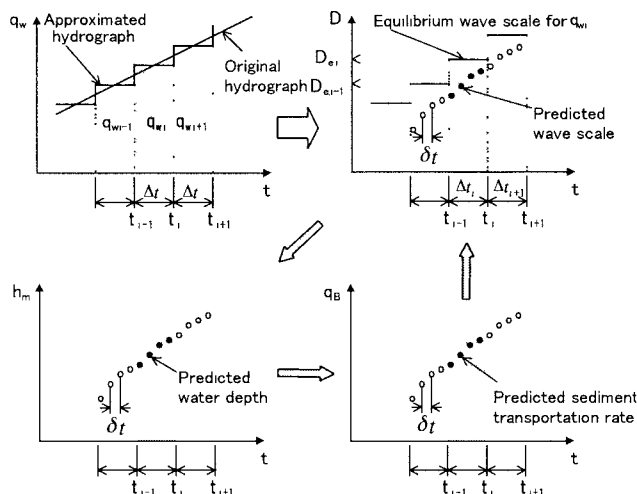


図-5 計算手順

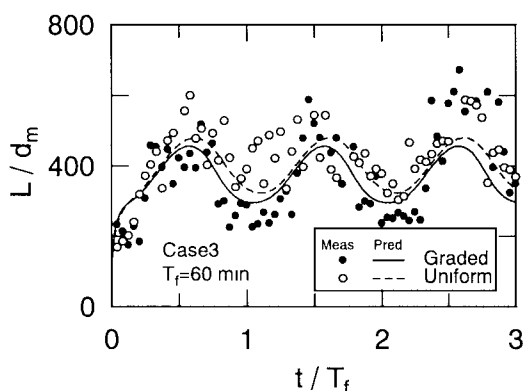


図-6 波長の時間的変化

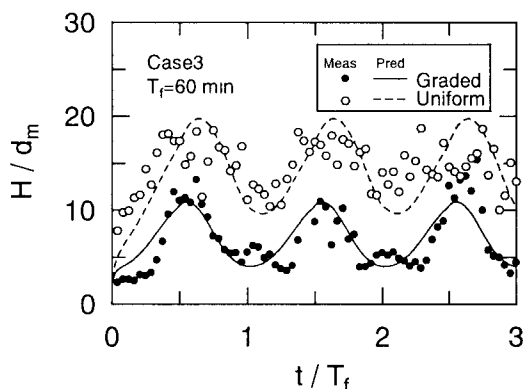


図-7 波高の時間的変化

(2) 実験結果および計算結果と考察

以下、Case3を例にとって流量変化に伴う河床波の変形過程と流れ場への応答特性の予測結果について述べる。なお、波長、波高、水深および流砂量については平均粒径で基準化し、経過時間については流量周期で基準化している。

図-6、図-7はそれぞれ波長、波高の時間的変化の計算結果を実験結果と比較したものである。波長に関しては一様砂と混合砂で顕著な差異は認められず、両者とも流量の増減に対応して同様の変化傾向を示している。また、計算結果もおおむねこれを支持していると見なせる。ただ、減水による波長の逡減期では一様砂の方が混合砂よ

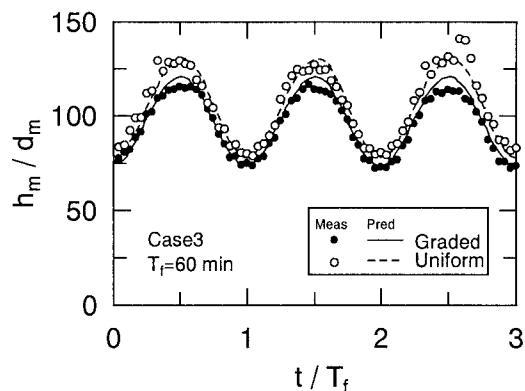


図-8 平均水深の時間的変化

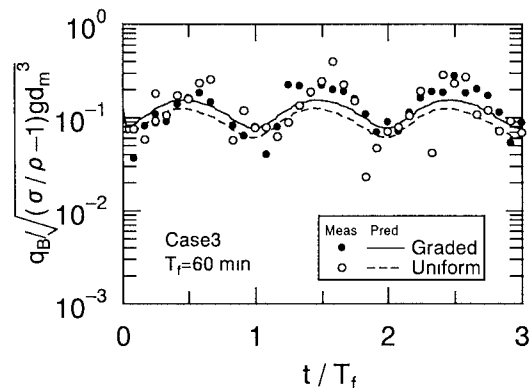


図-9 無次元流砂量の時間的変化

りも変化が若干緩慢な結果となっている。従来、減水期では波長は一定か、もしくは増加するとされてきたが、台形状に流量を変化させた著者らの実験結果⁸⁾や本実験結果からはこのような傾向は認め難い。減水期では残存河床波の埋め戻しによって波長が増加した河床波と新たに発達した短波長の河床波が混在しており、平均波長はその結果として決定される。したがって、前者が卓越する場合には平均波長は増加傾向を呈するが、後者が卓越する場合には減少傾向を呈するものと考えられる。いずれにしても、今後この条件については詳細に検討する必要がある。一方、波高に関しては全通水期間にわたって混合砂は一様砂よりも低く抑えられており、両者で顕著な差異が認められる。これは著者ら^{5), 6), 7)}が明らかにしたように、混合砂河床において砂粒子が活発に運動している場合は河床波の発達や変形に対して粗砂が主要な役割を担っていることに起因している。計算結果は実験結果の傾向を適切に説明しており、粗砂の効果を考慮した代表粒径を解析に導入することの有用性を示している。

図-8は平均水深の時間的変化の計算結果と実験結果を示している。同一位相において一様砂河床の水深が混合砂河床の水深よりも大きくなっているのは、一様砂河床の波高が混合砂河床よりも大きいことで、水深に反映される形状抵抗が混合砂河床よりも一様砂河床の方が大きいことを意味している。水深の算定結果は良好であると判断でき、河床波の変形過程を適切に推定できれば事実上十分な精度で抵抗の予測が可能であるといえる。

図-9は流砂量の時間的変化の計算結果を測定結果とと

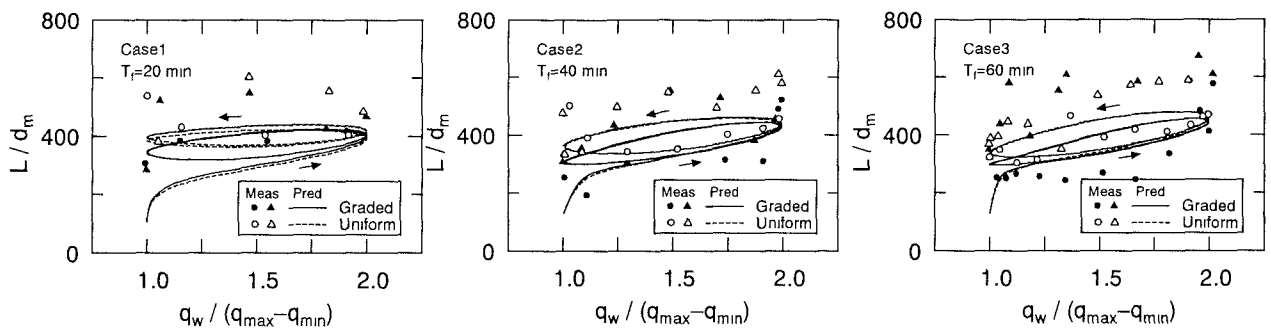


図-10 流量変化に対する波長の応答

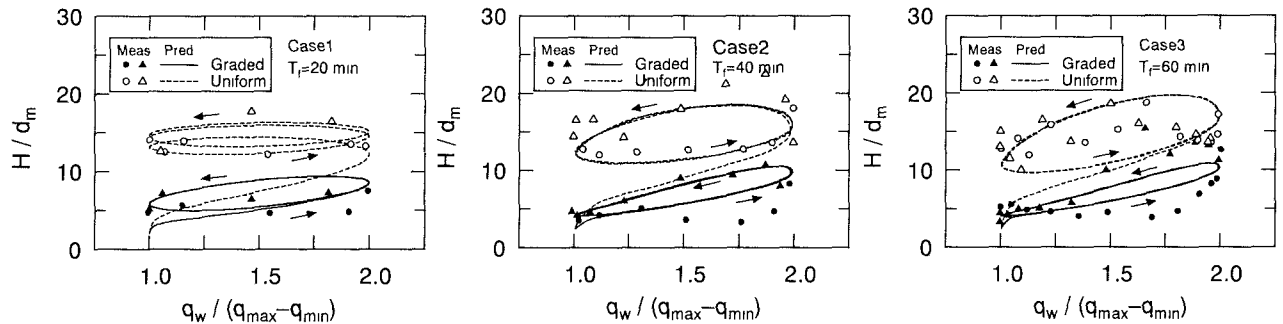


図-11 流量変化に対する波高の応答

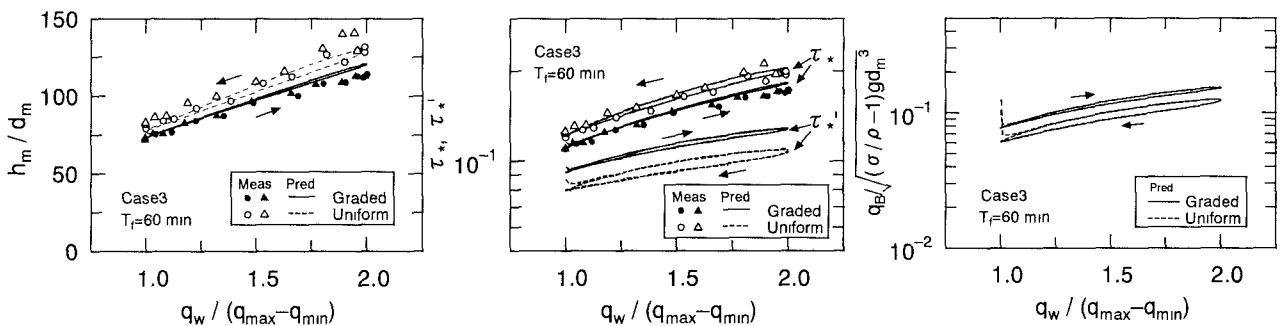


図-12 流量変化に対する水深の応答

図-13 流量変化に対する掃流力の応答

図-14 流量変化に対する流砂量の応答

もに示したものである。流砂量のピーク付近で計算結果は測定結果を過小に評価しているが、おおむね実験結果の傾向を説明していると見なせる。

5. 流量変化に対する移動床系の応答遅れ性状

本実験では流量変化に対応させて水位を調節し、絶えず等流に近い状態を保つことによって不等流効果を除去しているため、流量変化のみによる河床波の応答遅れを単独に抽出することができる。

図-10～図-12は流量変化に対する波長、波高および水深の応答関係を示したものである。なお、計算結果については第1周期目から第3周期目までを示しているが、実験値については第3周期目のもののみを描点している。図中、●と○は増水期、▲と△は減衰期を表す。ここに形成されるループの幅は流量変化に対する応答遅れの程度、すなわち流れ場の変化への追従性を表す。波長に関しては実験値は $T_f = 20$ 分と40分では混合砂と一様砂で顕著な差異はないが、 $T_f = 60$ 分では混合砂の方がループの幅が大きくなっており、計算結果とは異なる傾向を示し

ている。一方、波高に関しては $T_f = 20$ 分と40分では混合砂の方がループの幅は小さく、また計算曲線もこれを支持しており、流量変化に対して追従しやすいことを示している。しかし、 $T_f = 60$ 分では一様砂の方が実験値のループが小さく、計算結果とは逆の傾向を示している。流量周期によるこのような相違の原因についてはより長周期の実験を行う等、さらに検討する必要がある。また、水深については $T_f = 60$ 分の場合のみを示したが、混合砂のループの幅は一様砂よりも小さく、流量の増減水に対する履歴性は弱いといえる。なお、ここに示したループはいずれも左回りである。

図-13、図-14は流量変化に対する平均粒径で基準化された無次元掃流力と無次元有効掃流力および流砂量の応答関係を示したものである。無次元掃流力は混合砂、一様砂とも流量の増減に対して左回りのループを形成しており、増水期よりも減水期の方が全抵抗は大きい。しかし、流砂量に影響する無次元有効掃流力は右回りのループを示しており、増水期よりも減水期の方が小さい。したがって、流砂量の変化はこれに対応して右回りのループを描くことになり、増水期よりも減水期の方が流砂量

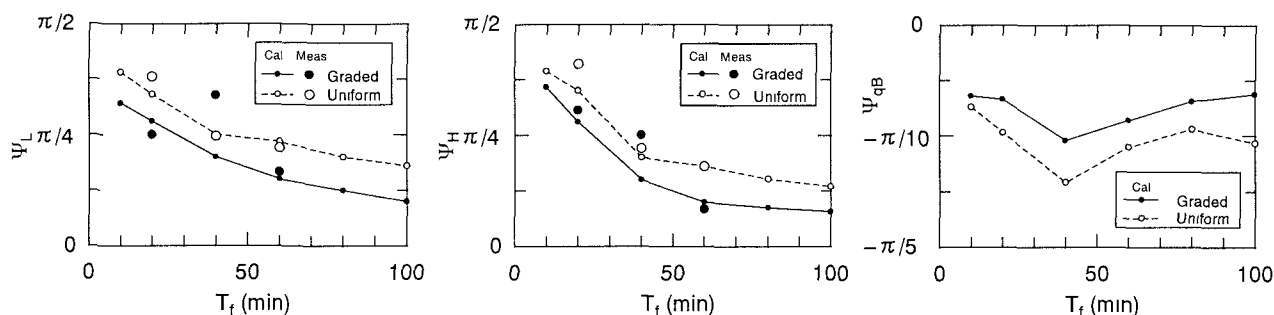


図-15 波長、波高および流砂量の位相遅れ

は小さくなると推察される。

図-15は流量のピーク時刻を位相0として、第3周期目における波長、波高および流砂量のピークの現れる位相 Ψ と流量周期の関係を示したものである。同一の流量周期に着目すると、波長と波高に関しては $T_f=40\text{min}$ の実験ケースで混合砂が一樣砂よりも大きな位相差を示しているものの、それ以外では混合砂の方が位相は小さいことがわかる。一方、流砂量に関しては位相が負となっており、流量のピーク時刻よりも前に流砂量のピークが現れることを示している。これは摩擦抵抗のピークと対応しており、ピーク後は流量増加によって全抵抗が増加しても摩擦抵抗は減少し、抵抗の増加分は形状抵抗に受け持たれていると推察される。また、波長や波高と同様、一樣砂よりも混合砂の方が位相は小さくなっているが、両者とも $T_f=40\text{分}$ で極小値を示しており、ここで流砂量の（負の）遅れが最大となっている。

6. 結 言

本研究では、混合砂河床と一樣砂河床に対して、正弦波状流量変化による河床波の変形過程と移動床系の応答予測を行うとともに、応答遅れの特性について検討した。

連続的に流量が変化する場でも混合砂河床では一樣砂河床に比べて河床波の波高が低く抑えられたが、 d_{90} 程度の粗砂を代表粒径として移動床系の支配方程式に導入することによってこれを適切に算定することができるとともに水深や流砂量についてもおおむね予測し得ることが示された。また、流量の増減に対して波長、波高、水深および全掃流力は左回りのループを描くが、有効掃流力と流砂量は右回りのループを描き、流砂量のピークは流量のピークよりも早く現れる可能性のあることが示された。

前論文⁹⁾では単一の台形状流量波形の下での河床波の変形と移動床系の応答を扱い、これらの特性とその予測について検討したが、本文では周期的に変化する正弦波状の流量波形の下での現象を扱った。これによって、同一流量波形の繰返しに対する現象の追従性が本解析によっておおむね適切に評価されること、またピーク流量時からの応答遅れが一樣砂よりも混合砂の方が小さいこと等が示された。

参考文献

- 1) 芦田和男, 中川 一, 加藤 均: 流量変化に伴う河床波の応答に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 第25号 B-2, pp.473-491, 1982.
- 2) 中川博次, 辻本哲郎, 竹束正孝: 河床波を伴う非定常流れの特性, 第27回水理講演会論文集, pp.665-671, 1983.
- 3) 澤井健二: 周期的流量変化に伴う河床波の応答に関する実験, 第29回水理講演会論文集, pp.473-478, 1985.
- 4) 鈴木幸一, 道上正規: Dunesの波高およびそれに及ぼす混合砂礫の影響について, 第23回水理講演会論文集, pp.151-156, 1979.
- 5) 三輪 浩, 大同淳之: 河床粒子の分級と河床波の形成過程の相互作用に関する実験的研究, 水工学論文集, 第35巻, pp.403-410, 1991.
- 6) Miwa, H. and Daido, A.: Sand wave development with sediment sorting, *Journal of Hydrosience and Hydraulic Engineering, JSCE*, Vol.10, No.2, pp.39-50, 1992.
- 7) 三輪 浩, 大同淳之: 河床波の変形に及ぼす混合砂の分級効果, 水工学論文集, 第41巻, pp.901-908, 1997.
- 8) 三輪 浩, 大同淳之: 混合砂河床における流量変化に伴う河床波の応答予測, 水工学論文集, 第42巻, pp.1093-1098, 1998.
- 9) 大同淳之, 三輪 浩, 矢野定男: 河床波の平衡波高, 第50回土木学会年次学術講演会概要集II (A), pp.490-491, 1995.
- 10) 三輪 浩, 大同淳之: 河床波上の流れの特性と流水抵抗の評価, 舞鶴工業高等専門学校紀要, 第28号, pp.99-106, 1993.
- 11) Meyer-Peter, E. and Müller, R.: Formulas for bed-load transport, *Proceedings of II Congress, IAHR*, pp.39-64, 1948.
- 12) 三輪 浩, 大同淳之: 河床波による流水抵抗と流砂量, 水工学論文集, 第36巻, pp.123-130, 1992.
- 13) 芦田和男, 道上正規: 移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究, 土木学会論文集, 第206号, pp.59-69, 1972.
- 14) Yalin, M. S.: Geometrical properties of sand waves, *Journal of Hydraulics Division, ASCE*, Vol.90, No.HY5, pp.105-119, 1964.
- 15) Yalin, M. S.: *Mechanics of Sediment Transport*, 2nd edition, Pergamon Press, Oxford, 1977.
- 16) Yalin, M. S. and Karahan, E.: Steepness of sedimentary dunes, *Journal of Hydraulics Division, ASCE*, Vol.105, No.HY4, pp.381-392, 1979.
- 17) 三輪 浩, 大同淳之: 河床波を有する移動床流れ場の抵抗予測と流砂量, 舞鶴工業高等専門学校紀要, 第30号, pp.432-54, 1995.

(1998. 9. 30受付)